2025年度　東京都
数学

kmkm

$\boxed{1}$

[問1] 与式 $= 3 - 36 \div 4$

$= 3 - 9$

$= -6$

[問2] 与式 $= \dfrac{9a - b - 5a + 10b}{5}$

$= \dfrac{4a + 9b}{5}$

[問3] 与式 $= (3\sqrt{7})^2 - 8^2$

$= 63 - 64$

$= -1$

[問4] 式を整理して

$9x - 6 = 2(4x + 1)$

$\Leftrightarrow 9x - 6 = 8x + 2$

$\therefore x = 8$

[問5]

$$\begin{cases} 8x - 5y = -3 & \text{—— ①} \\ y = 2x - 1 & \text{—— ②} \end{cases}$$

②を①に代入して

$8x - 5(2x - 1) = -3$

$\Leftrightarrow 8x - 10x + 5 = -3$

$\Leftrightarrow -2x = -8$

$\therefore x = 4$

$x = 4$ を②に代入して

$y = 2 \times 4 - 1$

$= 8 - 1$

$= 7$

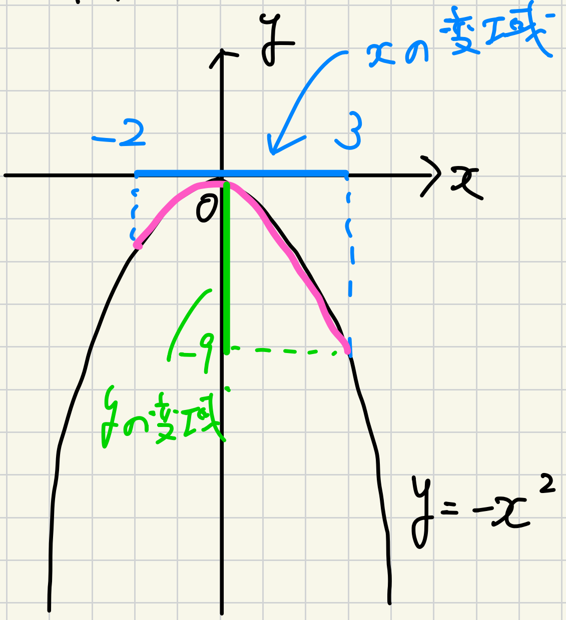
$\therefore x = 4,\ y = 7$

[問6] 解の公式より

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{53}}{2}$$

[問7]



$y=-x^2$ において、$x=-3$ のとき

$$y = -(-3)^2$$
$$= -9$$

よって左図より、y の変域は

$$-9 \leqq y \leqq 0$$

ア　オ

[問8]

カードの組み合わせは

(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5)

(1, 3, 4), (1, 3, 5)

(1, 4, 5)

(2, 3, 4), (2, 3, 5)

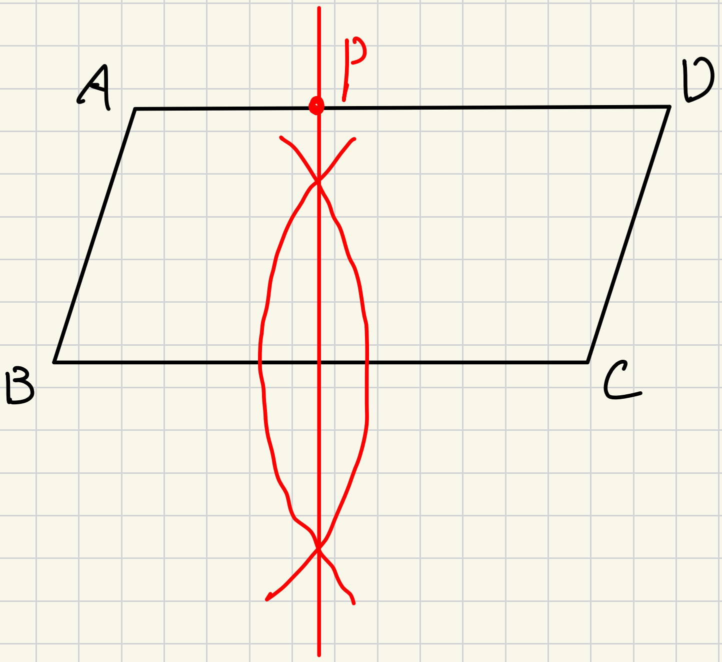
(2, 4, 5)

(3, 4, 5)

の10通り。このうち和が10以上の組み合わせは4通り

よって求める確率は $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

[問9]



B, Cまでの距離が等しい
⇒ 線分BCの垂直二等分線

2

[問1]

1組の向かい合う点は、一方をaとすると、もう一方は、
a+6 である。ただし、$1 \leqq a \leqq 6$ とする。

$$A = \frac{a+a+6}{2} = \frac{2a+6}{2} = a+3$$

$$B = (a+6)^2 - a^2 = a^2+12a+36-a^2 = 12a+36$$
$$= 12(a+3)$$

よって、

$$\underbrace{12(a+3)}_{B} = \square \times \underbrace{(a+3)}_{A}$$

であるから、BはAの12倍

[問2]

bを, aを用いた式で表すと

$$b = a + 12$$

dを, cを用いた式で表すと

$$d = c + 12$$

よって

$$P = \frac{a + b + c + d}{4}$$

$$= \frac{a + a + 12 + c + c + 12}{4}$$

$$= \frac{2a + 2c + 24}{4}$$

$$= \frac{a + c + 12}{4}$$

したがって

$$24P = 24 \times \frac{a + c + 12}{2}$$

$$= 12a + 12c + 144 \quad \text{———} \quad ①$$

また,

$$Q = bd - ac$$

$$= (a + 12)(c + 12) - ac$$

$$= ac + 12a + 12c + 144 - ac$$

$$= 12a + 12c + 144 \quad \text{———} \quad ②$$

①, ② より

$$Q = 24P$$

$\boxed{3}$

[問1] P は $\ell: y=\frac{1}{2}x+3$ 上にあり $y=-1$ だから

$$-1=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x=4$$

$$\therefore x=\underline{-8}$$ P

[問2] m の式を $y=ax+b$ とおくと、y切片は -4

だから $b=-4$　$\therefore y=ax-4$

B$(-6, 0)$ を通るから

$$0=-6a-4$$

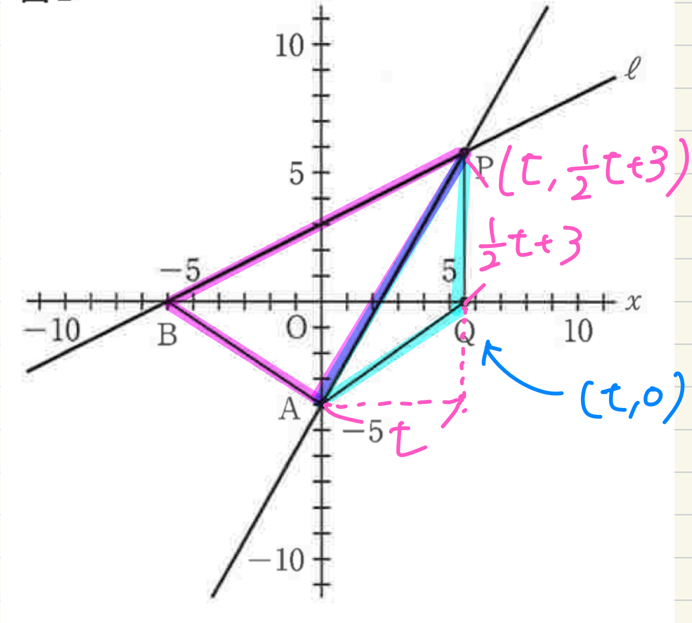
$$\Leftrightarrow 6a=-4$$

$$\therefore a=-\frac{2}{3}$$

よって $\underline{y=-\frac{2}{3}x-4}$ m

[問3]

図 2



点Qの座標を$(t, 0)$とおく。

点Pは $\ell: y=\frac{1}{2}x+3$ 上にあり

x座標は点Qのx座標と等しいから、$x=t$、よって

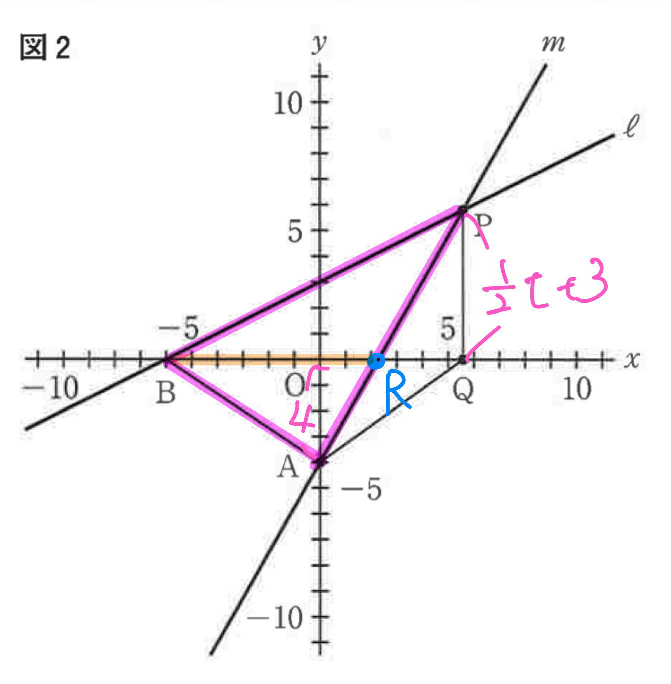
$$y=\frac{1}{2}t+3$$

$$\therefore \underline{P\left(t, \frac{1}{2}t+3\right)}$$

したがって

$$\triangle AQP = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}t+3\right) \times t$$

$$= \frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t$$



m の式を $y = ax - 4$ とおく.
(y 切片は −4)

$P\left(t, \frac{1}{2}t+3\right)$ を通るから

$$\frac{1}{2}t + 3 = at - 4$$

$$\Leftrightarrow at = \frac{1}{2}t + 7$$

t > 0 より
両辺を t で割る

$$\therefore a = \frac{7}{t} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{t+14}{2t}$$

したがって. $m : y = \frac{t+14}{2t}x - 4$

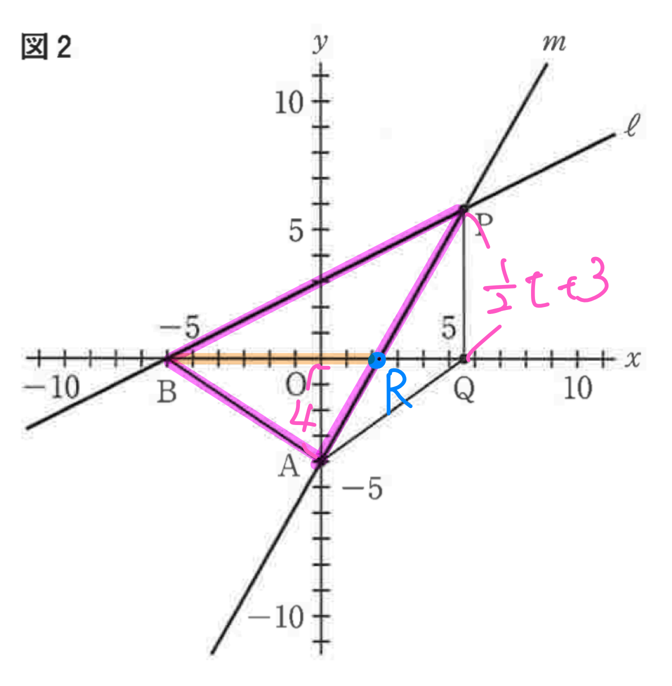
ここで. m と x 軸の交点を R とすると. R の x 座標は. m の式に $y = 0$ を代入して

$$0 = \frac{t+14}{2t}x - 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{t+14}{2t}x = 4$$

$$\therefore x = 4 \times \frac{2t}{t+14} = \frac{8t}{t+14}.$$

$$\therefore R\left(\frac{8t}{t+14}, 0\right)$$



よって

$$BR = \frac{8t}{t+14} - (-6)$$

$$= \frac{8t}{t+14} + 6$$

$$= \frac{8t+6t+84}{t+14}$$

$$= \frac{14t+84}{t+14}$$

したがって

$$\triangle APB = \triangle ABR + \triangle PBR$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} \times \frac{14t+84}{t+14}} \times 4 + \boxed{\frac{1}{2} \times \frac{14t+84}{t+14}} \times \left(\frac{1}{2}t+3\right)$$

共通因数でくくる

$$= \frac{7t+42}{t+14}\left(4+\frac{1}{2}t+3\right)$$

$$= \frac{7t+42}{t+14} \times \left(\frac{1}{2}t+7\right)$$

$$= \frac{7t+42}{t+14} \times \frac{1}{2} \times (t+14)$$

〜〜 で約分

$$= \frac{7t+42}{2}$$

$\triangle APB = 2 \times \triangle AQP$ より

$$\frac{7t+42}{2} = 2 \times \left(\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t\right)$$

$\Leftrightarrow 7t+42 = 4\times\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{3}{2}t\right)$

$\Leftrightarrow 7t+42 = t^2+6t$

$\Leftrightarrow t^2-t+42=0$

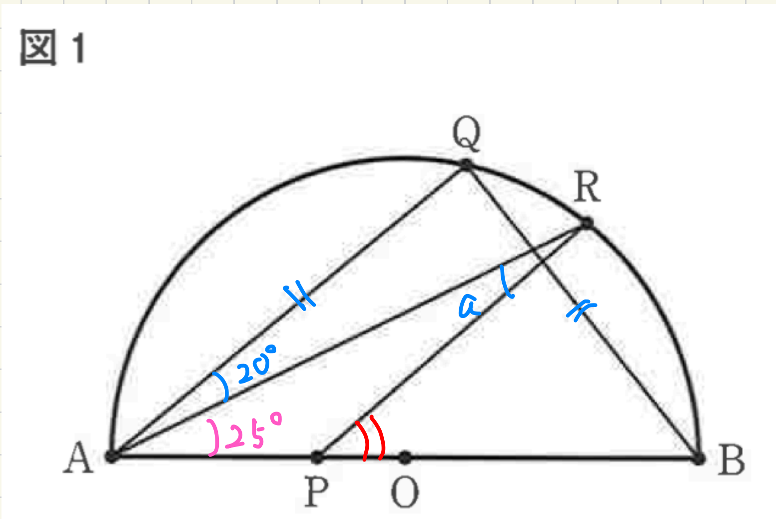
$\Leftrightarrow (t+6)(t-7)=0$

$\therefore t=-6, 7$

$t>0$ より $t=7$. よって P の x 座標は 7

$\boxed{4}$

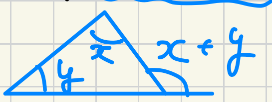
[問1]



△AQBにおいて、∠AQBは直径の円周角なので 90°.
また AQ = BQ であるから
△AQBは直角二等辺三角形.
よって、∠QAB = 45°,
∠RAP = 45° − 20° = 25°

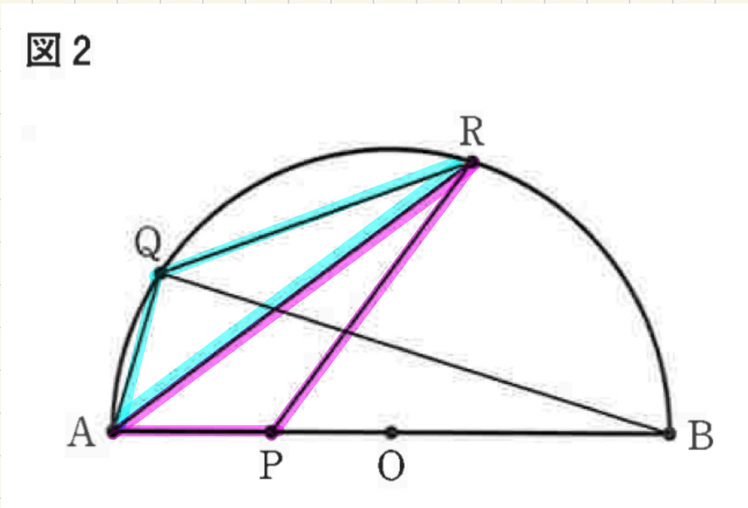
△ARPで外角の定理より ∠BPR = 25° + a

イ



[問2]

①



△APRと△AQRにおいて、
共通な辺だから
AR = AR —— ㋐
仮定から
AP = AQ —— ㋑

仮定から

$\overset{\frown}{BR}=\overset{\frown}{QR}$

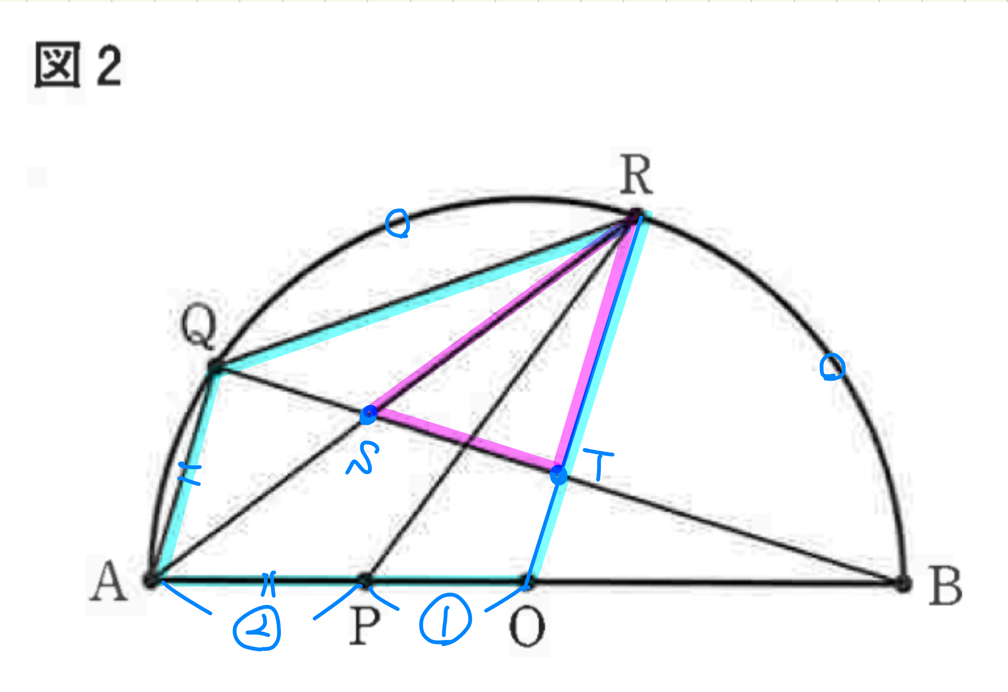
等しい弧に対する円周角は等しいから

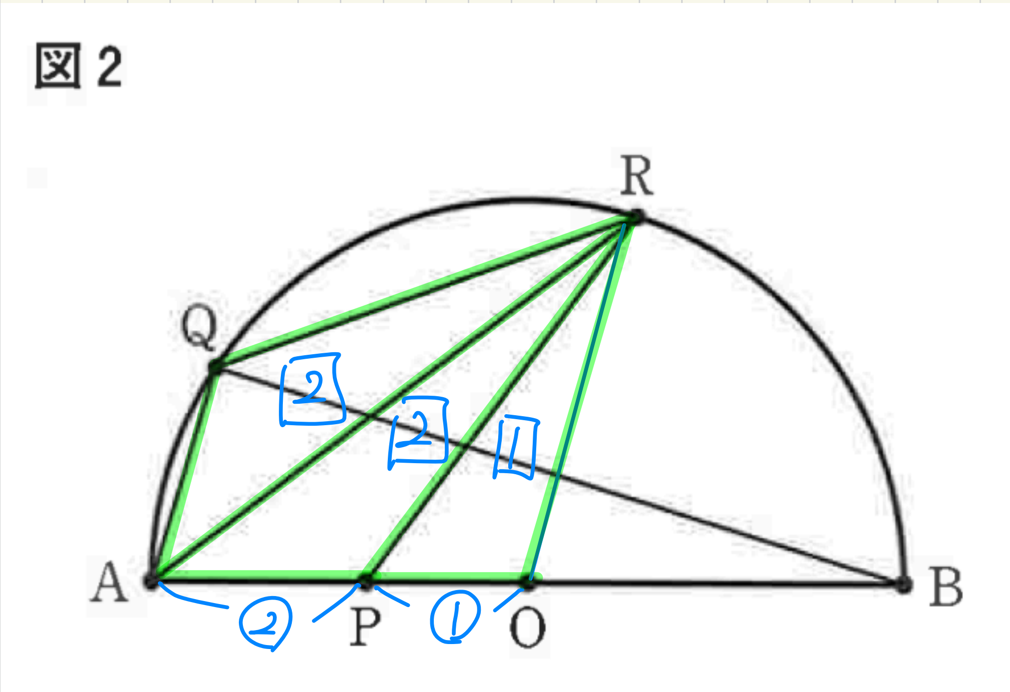
$\angle PAR=\angle QAR$ —— ㋒

㋐,㋑,㋒ より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle APR\equiv\triangle AQR$ （証明終わり）

② 難問





まず、□AORQについて考える。

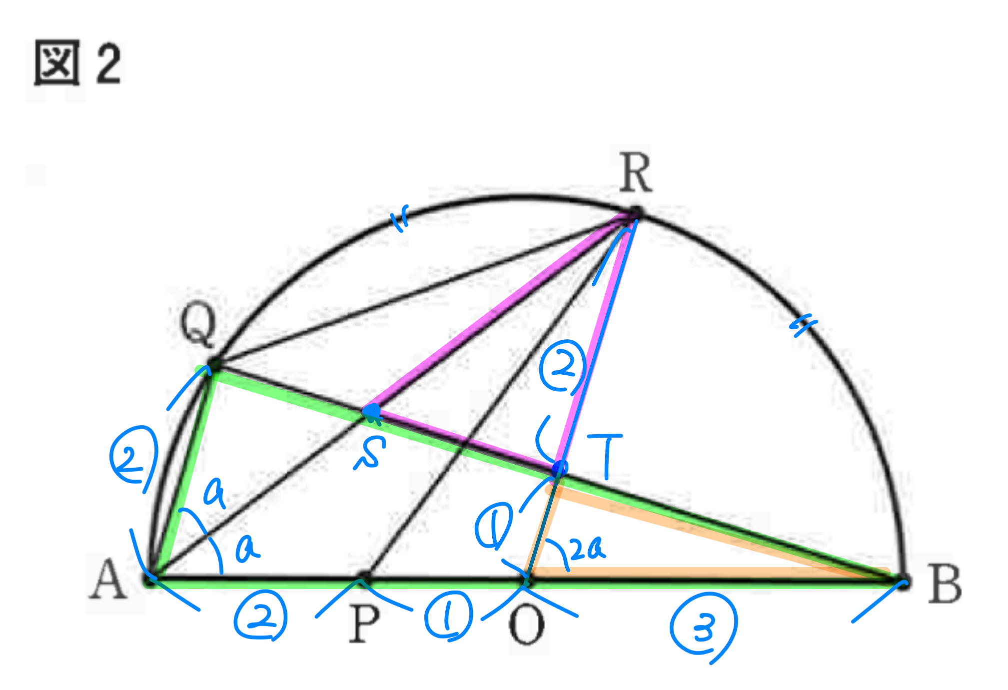
△RPOの面積を$\boxed{1}$とする

△RPOと△RAPにおいて、底辺をそれぞれPO, APとすると、高さが等しいので、面積比は底辺比(2:1)と等しい。よって、

$\triangle RAP = \boxed{2}$

また、問2①より $\triangle APR \equiv \triangle AQR$ であり、合同な図形の面積は等しいから、$\triangle AQR = \boxed{2}$

よって $\square AOQR = \boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{2} = \boxed{5}$



次に△RSTを考える。

△BQAと△BTOにおいて、

$\angle QAR = \angle RAB$ より $\angle QAR = a^\circ$ とおくと、

$\angle QAB = 2a^\circ$ ―①

また、$\overset{\frown}{RB}$ に対する円周角と中心角より

$2\underbrace{\angle RAB}_{a} = \angle ROB$ ∴ $\angle ROB = 2a^\circ$ ―②

①,②より

$\angle QAB = \angle TOB$ ―③

共通な角は等しいから

$\angle ABQ = \angle OBT$ ―④

③,④より2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle BQA \backsim \triangle BTO$

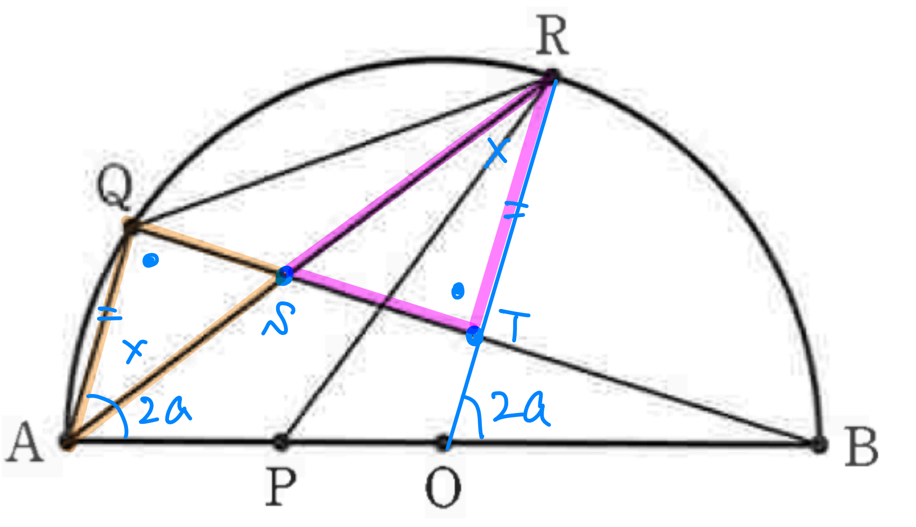
したがって、

$\underbrace{AB}_{⑥} : \underbrace{OB}_{③} = QA : TO$

$= 2 : 1$ ―⑤

ここで、AP = ②、PO = ① とおくと、AP = AQ より
AQ = ② したがって⑤より TO = ①
円の半径は③だから、RT = ②
　∴ AQ = RT ——⑥

図 2



△RST と △ASQ
において、
∠QAB = 2a、
∠ROB = 2a
だから
∠QAB = ∠ROB
同位角が等しいので
QA // RO

よって、錯角が等しいから
　∠RTS = ∠AQS ——⑦
　∠SRT = ∠SAQ ——⑧
⑥、⑦、⑧より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ
等しいので、△RST ≡ △ASQ
よって、RS = AS ⇒ S は RA の中点、
△AQR と △AQS において、底辺をそれぞれ AR、AS
とすると、高さが等しいので、面積比は、底辺比と等しい。
よって、

$$\triangle AQR : \triangle AQS = 2 : 1$$

$\boxed{2}$

$$\Rightarrow \triangle AQS = \boxed{1}$$

△RST と △ASQ は合同だから、面積も等しい。
よって

$\triangle RST = \boxed{1}$

以上より

$\triangle RST : \square AORQ = \boxed{1} : \boxed{5}$

$= 1 : 5$

$\Leftrightarrow \ 5 \times \triangle RST = \square AOQR$

$\therefore \ \triangle RST = \frac{1}{5} \times \square AOQR$

よって、△RST は □AOQR の $\frac{1}{5}$ 倍

$\boxed{5}$

[問1]

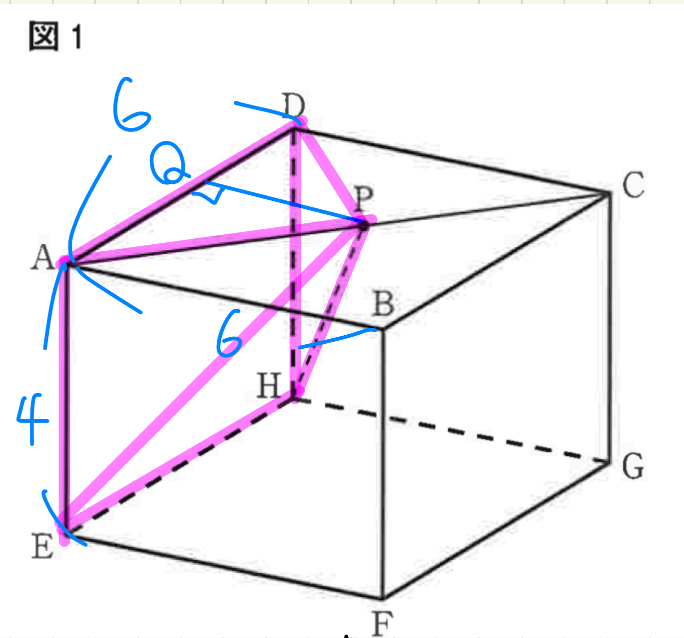
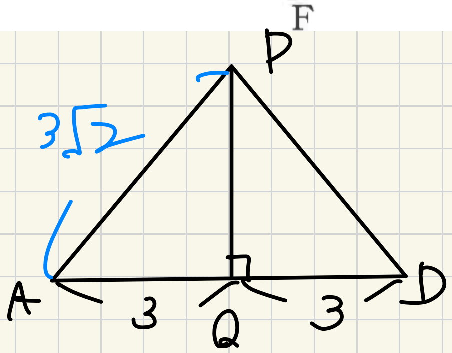


図 1



PからADに垂線を下ろした点をQとする。
立体P−AEHDは、底面を□AEHD、高さをPQとした四角錐である。
Pは正方形ABCDの対角線ACの中点であるから、対称性により、AP = DP。
△ABCで三平方の定理より

$AC = \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$

PはACの中点より $PA=3\sqrt{2}$

△PAQで三平方の定理より

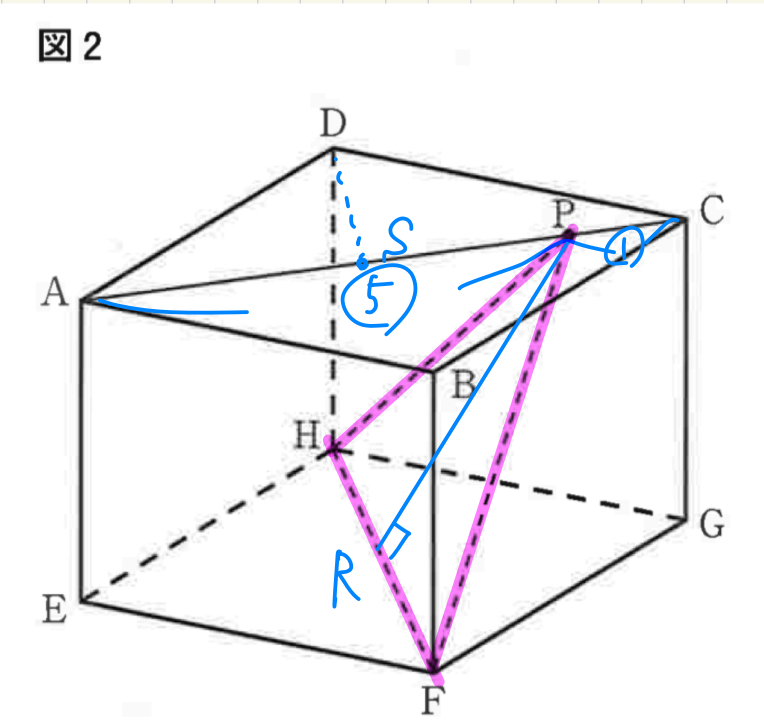
$$PQ=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-3^2}=\sqrt{18-9}=\sqrt{9}=3$$

$=3$

よって求める体積は

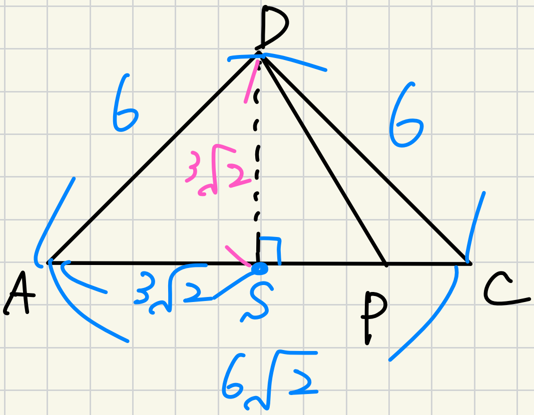
$$6\times4\times3\times\frac{1}{3}=24\ \mathrm{cm}^3$$

[問2]



PからHFに垂線を下ろした足をRとする。

△FPHの面積は、
底面をHF、高さをPRとして求めれば良く、
$HF=6\sqrt{2}$ cm
であるから、PRの長さを求める。



DからACに垂線を下ろした足をSとする。

△DACは二等辺三角形より
SはACの中点である。よって
$AS=3\sqrt{2}$ cm

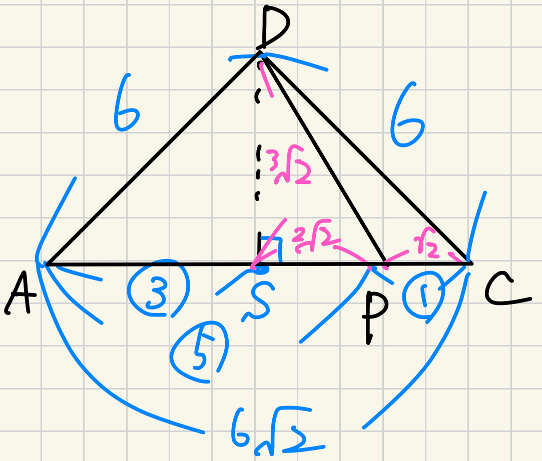
△DASで三平方の定理より

$$DS = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{36 - 18}$$

$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}.$$



また、PはAP:PC=5:1の点であるから

$$AP = \frac{5}{5+1} \times 6\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2}.$$

$$PC = \frac{1}{5+1} \times 6\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

よって、

$$PS = AP - AS$$

$$= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

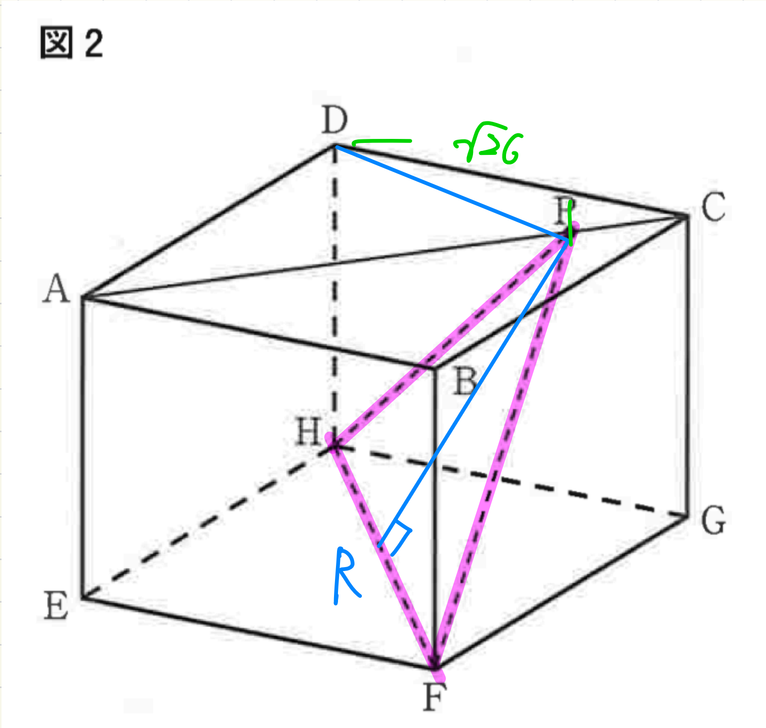
したがって△DSPで三平方の定理より

$$DP = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

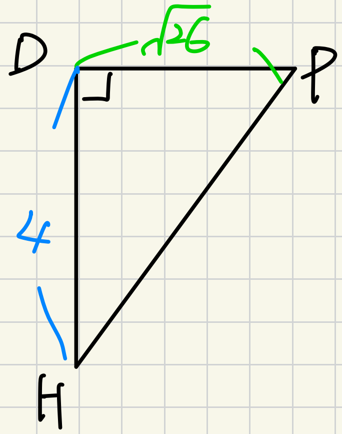
$$= \sqrt{18 + 8}$$

$$= \sqrt{26}$$

$$= \sqrt{26}\ \text{cm}$$



□ABCD⊥DHであるから
PD⊥DH



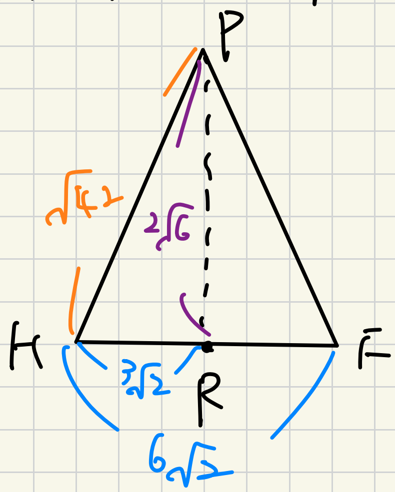
△DHPで三平方の定理より

$$PH = \sqrt{(\sqrt{26})^2 + 4^2} = \sqrt{26+16} = \sqrt{42}$$

$$= \sqrt{42}$$

対称性からPH=PHなので、△FPHは二等辺三角形,

△PHRで三平方の定理より



$$PR = \sqrt{(\sqrt{42})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{42-18} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{6}\ \text{cm}$$

したがって△FPHの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

$$= 6\sqrt{12}$$

$$= 6 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 12\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$