2025年度　富山県

数学

Km Km

1.

(1) 与式 $= 9 - 7$

$= \underline{2}$

(2) 与式 $= -25 \times 2$

$= \underline{-50}$

(3) 与式 $= 2\sqrt{6} \times \sqrt{5} \div \sqrt{15}$

$= 2\sqrt{30} \div \sqrt{15}$

$= \underline{2\sqrt{2}}$

(4) 与式 $= 3a + 4 - 2a + 4$

$= \underline{a + 8}$

(5)
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 4 & \text{—— ①} \\ 5x - 3y = 18 & \text{—— ②} \end{cases}$$

① × 6 + ② より

$$\begin{array}{rrrl} & 2x & + 3y & = 24 \\ +) & 5x & - 3y & = 18 \\ \hline & 7x & & = 42 \end{array}$$

$x = 6$

$x = 6$ を ② に代入して

$5 \times 6 - 3y = 18$

$\Leftrightarrow \quad -3y = 18 - 30$

$= -12$

$\therefore y = 4$

よって

$\underline{x = 6,\ y = 4}$

(6) 解の公式より

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{17}}{8}$$

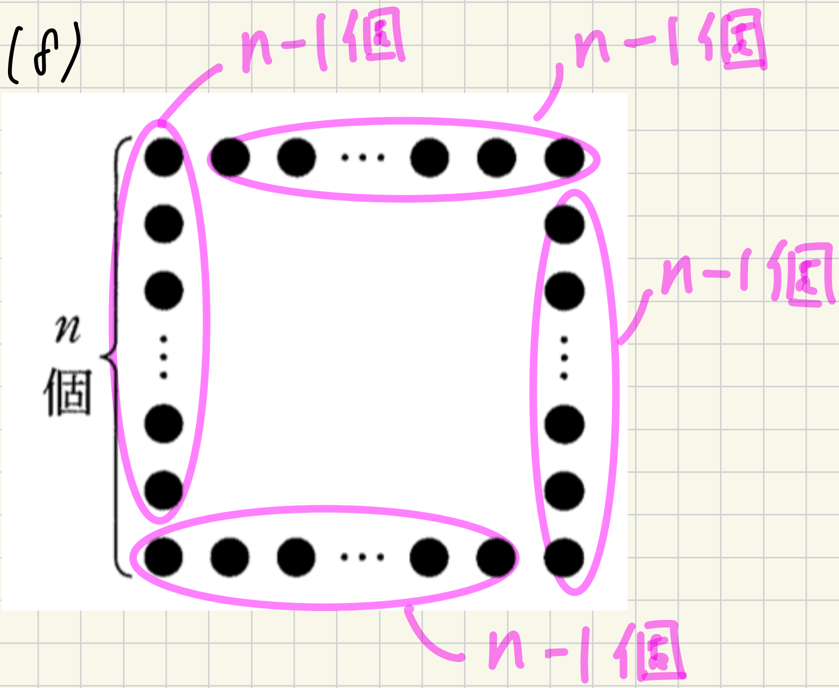
(7) y は x に反比例するので、$y = \frac{a}{x}$ とおくと、

$x = -2$, $y = 8$ だから

$$8 = \frac{a}{-2} \quad \therefore a = -16$$

よって $y = -\frac{16}{x}$

(8)



上図より碁石の数は $(n-1) \times 4 = 4n-4$ 個

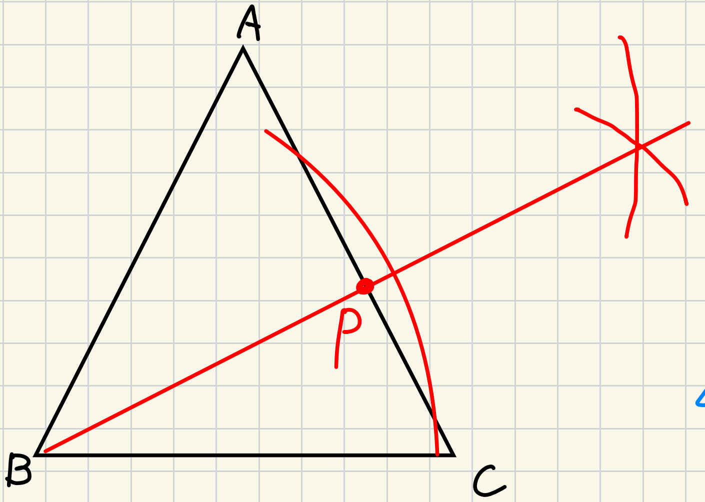
(9) 2つのさいころを投げたときの出る目は、

$6 \times 6 = 36$ 通り

大きいさいころの目が、小さいさいころの目より
大きくなるのは
(大, 小) = (2, 1)
(3, 2), (3, 1)
(4, 3), (4, 2), (4, 1)
(5, 4), (5, 3), (5, 2), (5, 1)
(6, 5), (6, 4), (6, 3), (6, 2), (6, 1)
の15通り。よって求める確率は

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

(10)



① Bを通りACに垂直な線を描く

② ①とACの交点がP

△ABPで、∠BAP = 54°、
∠APB = 90° より
∠ABP = 180° − (90° + 54°)
= 180° − 144° = 36°

2.

(1) Aは $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x = -2$ だから

$$y = \frac{1}{2} \times (-2)^2$$
$$= 2$$

∴ A(−2, 2)

Bは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり$x=3$だから

$$y=\frac{1}{2}\times 3^2$$

$$=\frac{9}{2} \qquad \therefore B\left(3,\frac{9}{2}\right)$$

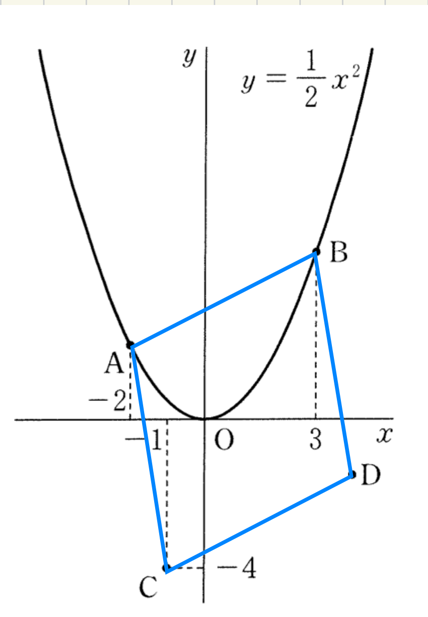
直線ABの式を$y=ax+b$とおくと、$A(-2,2)$、$B\left(3,\frac{9}{2}\right)$を通るから

$$\begin{array}{rl} 2=-2a+b & —— ① \\ -)\ \frac{9}{2}=3a+b & —— ② \\ \hline -\frac{5}{2}=-5a & \end{array}$$

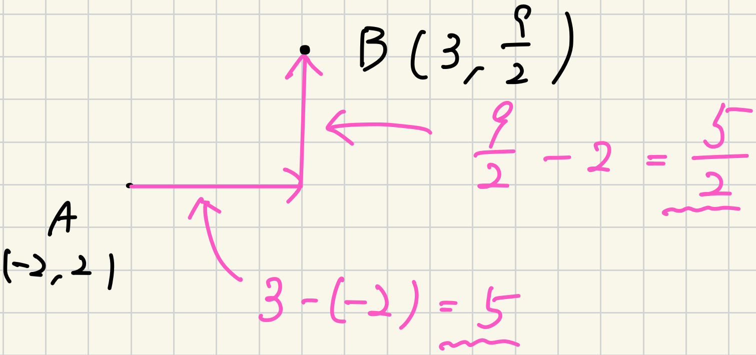
$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

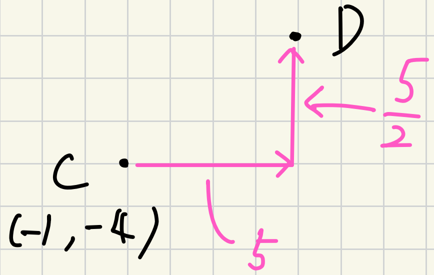
よって傾きは$\frac{1}{2}$

(2)



$AB=CD$、$AC=BD$より
□ACBDは向かい合う2組の辺が等しいので、平行四辺形。
よって$AB \parallel CD$

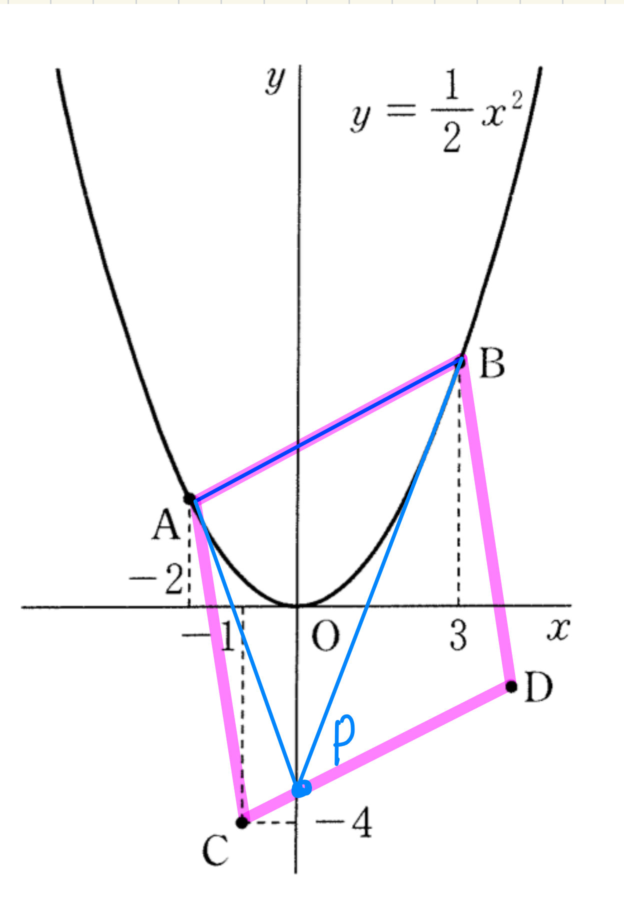


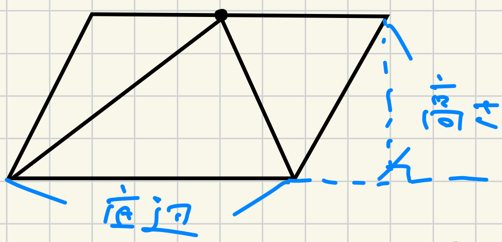


よって、

$$\left.\begin{aligned} D\text{の}x\text{座標} &= -1+5=4 \\ D\text{の}y\text{座標} &= -4+\frac{5}{2}=-\frac{3}{2} \end{aligned}\right\} \underset{\sim\sim\sim}{D\left(4, -\frac{3}{2}\right)}$$

(3)





平行四辺形の面積 = 底辺 × 高さ

三角形の面積 = 底辺 × 高さ × $\frac{1}{2}$

よりPはCD上のどの位置においても、△APBは常に▱ACDBの半分となる。Pはy軸上にあるから、直線CDのy切片。

直線CDの式を $y = \underset{\sim}{\frac{1}{2}}x + c$ とおくと、

↑ AB // CD より、直線ABの傾きと等しい！

C(−1, −4)を通るので、

$$-4 = \frac{1}{2}\times(-1) + c$$

$$\therefore c = -4 + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{7}{2}$$

よって、y切片は $\left(0, -\frac{7}{2}\right)$ だから、$p = -\frac{7}{2}$

3.

(1) 範囲 = 最大値 − 最小値

= 62 − 42

= 20回

(2)

第1四分位数　下位データ

表 2　B 組の反復横とびの記録　(回)

42	44	45	46	47	47	48	48	50	50	51	51	52	52	52	53
54	54	54	54	55	55	55	56	56	57	58	59	59	60	61	62

上位データ

$$第1四分位数 = \frac{48+50}{2} = 49回$$

(3)

第1四分位数　中央値

表 1　A 組の反復横とびの記録　(回)

42	43	45	45	46	48	48	49	50	50	51	51	52	52	53	53
53	53	54	54	54	55	55	56	56	56	58	60	61	61	62	

第3四分位数

表 2　B 組の反復横とびの記録　(回)

42	44	45	46	47	47	48	48	50	50	51	51	52	52	52	53
54	54	54	54	55	55	55	56	56	57	58	59	59	60	61	62

A組とB組の箱ひげ図が同じなので、各組の最小値、最大値、第1四分位数、中央値、第3四分位数は等しい。表より

	A組		B組
最小値	42	$=$	42
最大値	62	$=$	62
第1四分位数	49	$=$	49
中央値	53	$\neq$	$\dfrac{53+54}{2}=53.5$
第3四分位数	56	$=$	56

よって、A組とB組で異なるのは、中央値である。

表2　B組の反復横とびの記録　(回)

42	44	45	46	47	47	48	48	50	50	51	51	52	52	52	53
54	54	54	54	55	55	55	56	56	57	58	59	59	60	61	62

正しい

正しい

誤りがある可能性は、51、52、53、54、55である。

(注) 第1四分位数は正しいことから、ウは正しい

⇒データは1つしか誤っていないので、エも正しい！

中央値を53回にするには、

(i) ア を52回にする $\longrightarrow \dfrac{52+54}{2}=53$

(ii) イ を53回にする $\longrightarrow \dfrac{53+53}{2}=53$

のいずれかである.

(I) 51, 52 が誤りの場合

⇒ ㋐ または ㋑ を修正できないから、中央値が 53 回にならない. よって 51, 52 は正しい

(II) 53 が誤りの場合

(i) より 52 にすれば中央値は 53 になるから.
誤りの可能性がある

(III) 54 が誤りの場合

(ii) より 53 にすれば. 中央値は 53 になるから.
誤りの可能性がある.

(IV) 55 が誤りの場合

㋒ を全て 53 にすれば. (ii) と同様に中央値が 53 になるから. 誤りの可能性がある.

以上より. 誤っているデータとして考えられるのは.
53 回, 54 回, 55 回

4.

(1) $A = 2a + 5b$, $B = 5a + 2b$ より

$$C = A^2 - B^2$$
$$= (A+B)(A-B)$$
$$= (\underbrace{2a+5b}_{A} + \underbrace{5a+2b}_{B})(\underbrace{2a+5b}_{A} - (\underbrace{5a+2b}_{B}))$$
$$= (7a+7b)(-3a+3b)$$

$= 7(a+b) \times 3(-a+b)$
$= 21(a+b)(-a+b)$
$a<b$ より $-a+b$ は自然数であるから、$21(a+b)(-a+b)$ は21の倍数である。

(2) c は21の倍数であり、$\sqrt{c}$ が整数になるには、c が平方数であれば良い。

$21 = 3 \times 7$

より c が平方数になるには、3, 7 の指数がともに偶数となることである

・ $c = 3^2 \times 7^2 = 441$ のとき、

$\underbrace{21(a+b)(-a+b)}_{c} = 441$

$\Leftrightarrow (a+b)(-a+b) = 21$

a, b は自然数であるから、$a+b > -a+b$ である。
積が21となるのは

$(a+b)(-a+b) = 21 \times 1,\ 7 \times 3$ の2通り。

(ア) $a+b=21,\ -a+b=1$ のとき、

$$\begin{array}{rrl} & a+b=21 & \text{―― ①} \\ +) & -a+b=1 & \text{―― ②} \\ \hline & 2b=22 & \end{array}$$

$\therefore b=11$

$b=11$ を①に代入して、

$a+11=21 \quad \therefore a=10$

$a=10,\ b=11$ は自然数だから条件を満たす。

(イ) $a+b=7$, $-a+b=3$ のとき

$$
\begin{array}{rl}
a+b=7 & \text{―― ③} \\
+)\ -a+b=3 & \text{―― ④} \\
\hline
2b=10 & \therefore b=5
\end{array}
$$

$b=5$ を ③ に代入して

$a+5=7$. $\therefore a=2$

$a=2$, $b=5$ は自然数だから、条件を満たす.

(ア), (イ) のうち、b が小さい方は $b=5$ である.

また、c の平方数のうち $c=3^2\times7^2$ が最も小さい.

($c=3^4\times7^2$, $3^2\times7^2$, $3^4\times7^4$ などが考えられるが

3, 7 の指数がともに偶数となる最小なものは

$c=3^2\times7^2$ である)

$c=3^2\times7^2$ で、a, b ともに自然数の条件を満たし、

最も小さい b の値は $b=5$ である.

(3) $c=483=21\times23$

また、$c=21(a+b)(-a+b)$ であるから

$$21(a+b)(-a+b)=21\times23$$

両辺を21で割って

$$(a+b)(-a+b)=23$$

23 は素数であり、$a+b>-a+b$ であるから

$$(a+b)(-a+b)=23\times1$$

よって

$$
\begin{cases}
a+b=23 & \text{―― ①} \\
-a+b=1 & \text{―― ②}
\end{cases}
$$

①+②より $2b=24$ $\therefore b=12$

$b=12$ を①に代入して

$a+12=23$ $\therefore a=11$

よって、$a=11,\ b=12$

5.

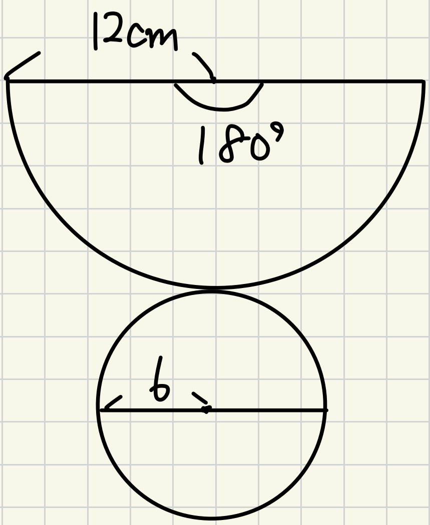
(1) まず、円すいの頂角を求める。側面のおうぎ形の周の長さと、底面の円周の長さは等しいので、頂角を $x°$ とすると、

$$\underbrace{12\times2\times\pi\times\frac{x}{360}}_{\text{おうぎ形の周の長さ}}=\underbrace{6\times2\times\pi}_{\text{底面の円周の長さ}}$$

$$\Leftrightarrow\ 24\times\frac{x}{360}=12$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{x}{360}=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore x=180°$$



よって表面積は

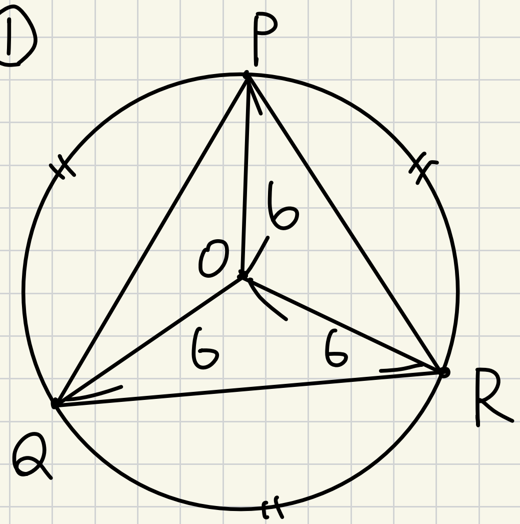
$$12\times12\times\pi\times\frac{180°}{360}+6\times6\times\pi$$

$$=144\pi\times\frac{1}{2}+36\pi$$

$$=72\pi+36\pi$$

$$=108\pi\ cm^2$$

(2)
①



P, Q, R は円周を3等分するようにとったので

$\overset{\frown}{PQ} = \overset{\frown}{QR} = \overset{\frown}{RP}$

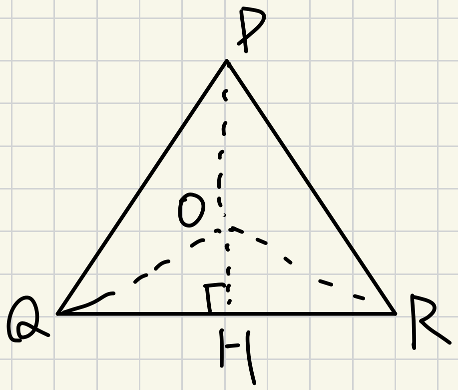
よって

$PQ = QR = RP$

$\Rightarrow$ $\triangle PQR$ は正三角形

円の中心をOとすると、半径は6cmだから

$OP = OQ = OR = 6$



OからQRに垂線を下ろした足をHとする。

$\triangle PQR$ は正三角形なので

$\angle QPR = 60°$

$\overset{\frown}{QR}$ に対する円周角と中心角より

$\angle QOR = 2 \times \angle QPR$
$= 2 \times 60°$
$= 120°$

$\triangle OQR$ は $OQ = OR$ の二等辺三角形だから

$\angle OQR = \angle ORQ$

よって

$\angle OQR = (180° - 120°) \div 2$
$= 60° \div 2$
$= 30°$

したがって $\triangle OQH$ は $30° - 60° - 90°$ の直角三角形より

$$\mathrm{OH} : \underbrace{\mathrm{OQ}}_{6} : \mathrm{QH} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad 6 : \mathrm{QH} = 2 : \sqrt{3}$$

$$2\mathrm{QH} = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore \mathrm{QH} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

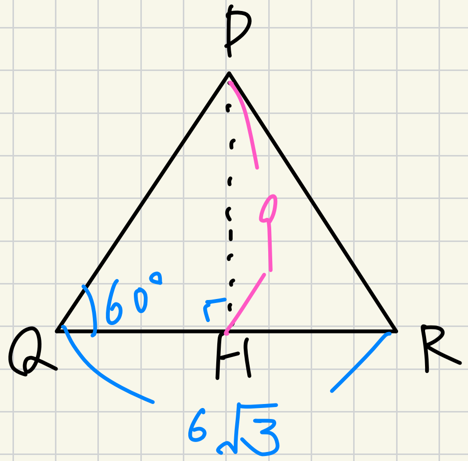
△OQRは二等辺三角形より、HはQRの中心.

よって.

$$\underbrace{\mathrm{QR}} = 2\mathrm{QH}$$

$$= 2 \times 3\sqrt{3}$$

$$= \underbrace{6\sqrt{3}}$$



また △PQHは30°−60°−90°の直角三角形より

$$\underbrace{\mathrm{QH}}_{3\sqrt{3}} : \mathrm{QP} : \mathrm{PH} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad 3\sqrt{3} : \mathrm{PH} = 1 : \sqrt{3}$$

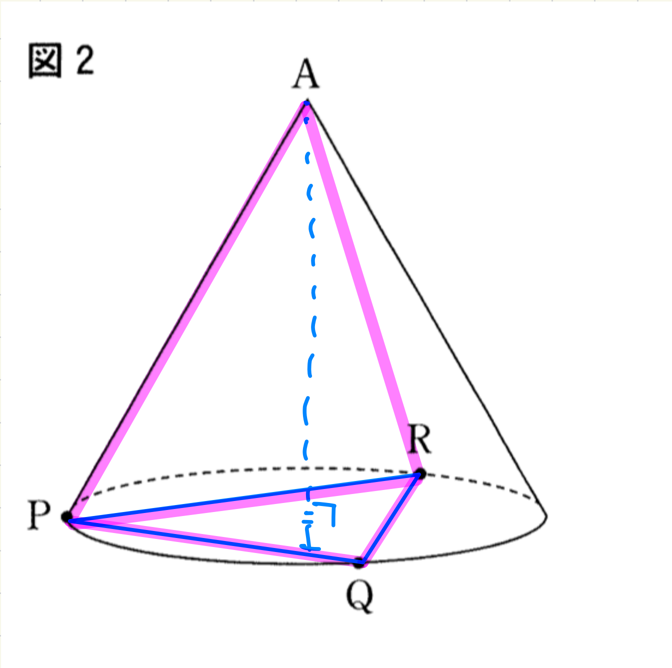
$$\therefore \mathrm{PH} = 3\,3 \times \sqrt{3}$$

$$= 9$$

したがって、△PQRの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 9 = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

②



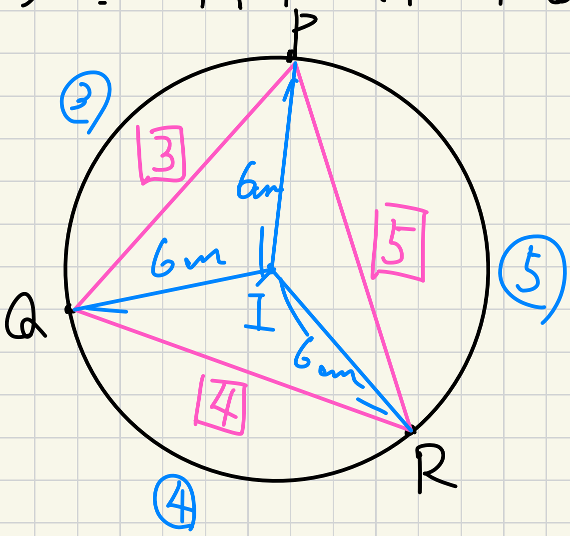
A, P, Q, Rを結んでできる立体は、△PQRを底面とする三角すいである。
Aから底面に下ろした垂線の足をIとする。
Iは円すいの底面(円)の中心となる。

円すいの底面の半径は6cm、AP = 12cmであるから
△APIで三平方の定理より

$$AI = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

よって、三角すいA－PQRの高さは$6\sqrt{3}$cm



また、$\overset{\frown}{PQ} : \overset{\frown}{QR} : \overset{\frown}{RP} = 3:4:5$より

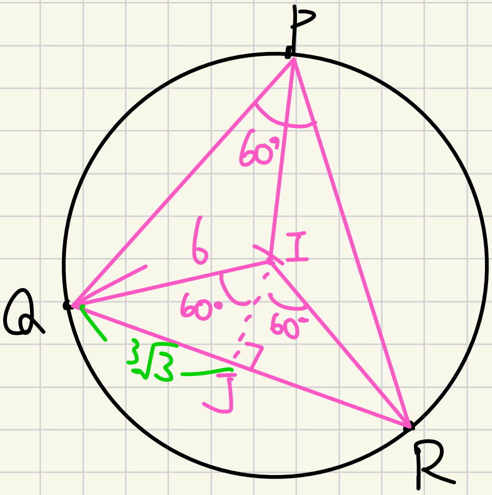
$\angle QRP : \angle RPQ : \angle PQR = 3:4:5$

三角形の内角の和は180°より

$$\angle QRP = 180^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 180^\circ \times \frac{3}{12} = 45^\circ$$

$$\angle PPQ = 180^\circ \times \frac{4}{3+4+5} = 180^\circ \times \frac{4}{12} = 60^\circ$$

$$\angle PQR = 180^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 180^\circ \times \frac{5}{12} = 75^\circ$$



よって、$\overset{\frown}{QR}$ に対する円周角と中心角より

$$\angle QIR = 2 \times \angle QPR$$
$$= 2 \times 60^\circ$$
$$= 120^\circ$$

$\triangle IQR$ は $IQ = IR$ の二等辺三角形であり、I から QR に垂線を下ろした足を J とすると、

$$\angle QIJ = \angle RIJ$$
$$\therefore \angle QIJ = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$$

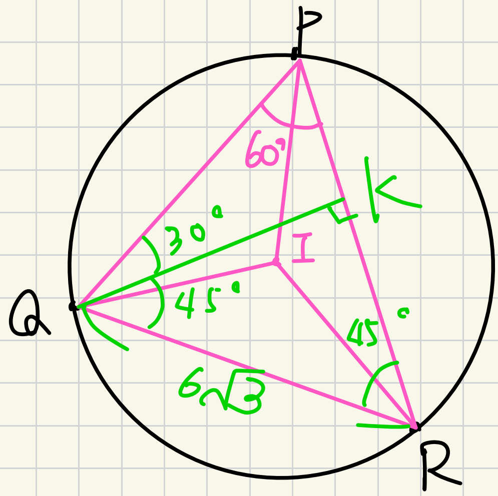
$\triangle IQJ$ は 30°-60°-90° の直角三角形なので、

$$IJ : \underbrace{IQ}_{6} : QJ = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 6 : QJ = 2 : \sqrt{3}$$
$$2QJ = 6\sqrt{3} \qquad \therefore QJ = 3\sqrt{3}$$

J は QR の中点であるから

$$QR = 2 \times QJ$$
$$= 2 \times 3\sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{3}$$



QからPRに垂線を下ろした足をKとする。

$\angle QRP = 45°$ より $\triangle KQR$ は直角二等辺三角形。よって

$KQ : KR : \underbrace{QR}_{6\sqrt{3}} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow KQ : 6\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$

$\sqrt{2}KQ = 6\sqrt{3}$

$KQ = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ $= \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$

$= 3\sqrt{6}$

$KQ = KR$ より $KR = 3\sqrt{6}$

また、$\triangle PQK$ は $30°-60°-90°$ の直角三角形より

$PK : PQ : \underbrace{QK}_{3\sqrt{6}} = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow PK : 3\sqrt{6} = 1 : \sqrt{3}$

$\sqrt{3}PK = 3\sqrt{6}$

$\therefore PK = 3\sqrt{2}$

したがって

$PR = PK + KR$

$= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

よって $\triangle PQR$ の面積は

$\dfrac{1}{2} \times (3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}) \times 3\sqrt{6}$

ゆえに求める体積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})\times3\sqrt{6}}_{\triangle PQR}\times\underbrace{6\sqrt{3}}_{高さ}\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{6}\times(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})\times3\sqrt{6}\times6\sqrt{3}$$

$$=\sqrt{3}\times3\sqrt{6}\times(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})$$

$$=9\sqrt{2}\times(3\sqrt{2}+3\sqrt{6})$$

$$=9\sqrt{2}\times3\sqrt{2}+9\sqrt{2}\times3\sqrt{3}\times\sqrt{2}$$

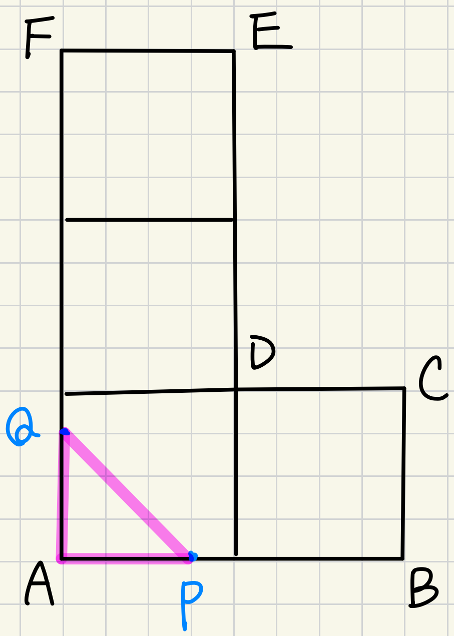
$$=27\times2+9\times2\times3\sqrt{3}$$

$$=54+54\sqrt{3}\ cm^2$$

$$\sqrt{3}\times3\sqrt{6}$$
$$=\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\sqrt{2}$$
$$=9\sqrt{2}$$

6.

(1)



$x=3$のとき，$AP=3$，$AQ=3$

だから，$\triangle APQ$の面積yは．

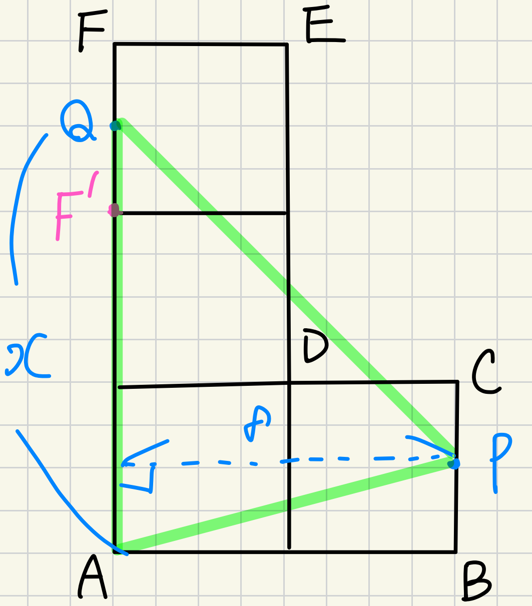
$$y=\frac{1}{2}\times3\times3$$

$$=\frac{9}{2}$$

(2) PがAからBまで動くのに8秒，AからCまで動くのに12秒かかるから，PがBC上にいるとき

$$8 \leqq x \leqq 12$$

である。



このとき，Qは左図のようにF′F上にいる。
△APQにおいて，底辺をAQとすると，

$AQ = x$

高さ $= 8$

だから，面積yは，

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 8$$

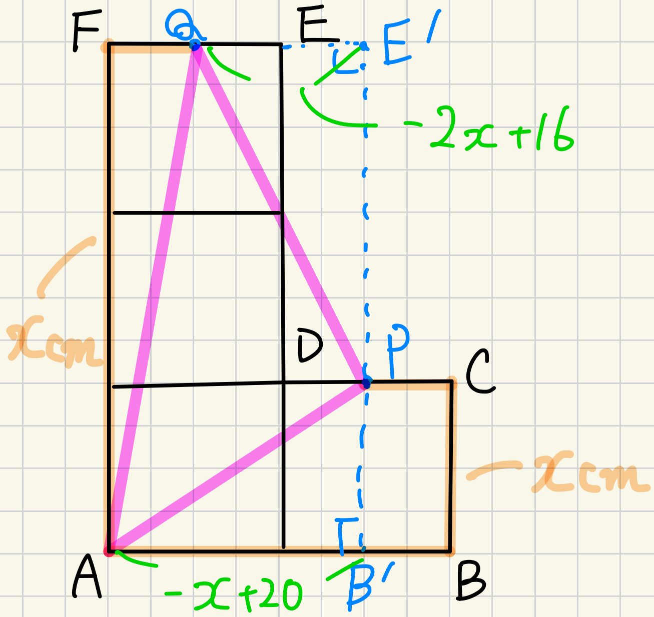
$$= 4x \qquad \therefore \ y = 4x$$

(3) $0 \leqq x \leqq 8$ はすでにグラフに記載済。

$8 \leqq x \leqq 12$ は(2)より $y = 4x$

よって，$12 \leqq x$ のときのグラフの式を考える。

(i) PがCD上にいるとき。



PがAからCまで動くのに12秒，AからDまで動くのに16秒かかるから $12 \leqq x \leqq 16$

このとき，Qは辺EF上にいる。
左図のようにB′，E′を定める。

$A \cdot B \cdot C \cdot P = x\,\text{cm}$，$A \cdot B \cdot C = 12\,\text{cm}$ より

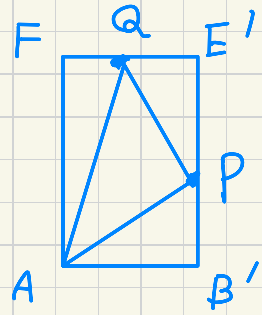
$CP = x - 12\,\text{cm}$

よって，$B'B = x - 12\,\text{cm}$．したがって，

$$\underbrace{AB'} = AB - B'B$$
$$= 8 - (x - 12)$$
$$= \underbrace{-x + 20}$$

また，$A \cdot F \cdot Q = x\,\text{cm}$，$A \cdot F = 12\,\text{cm}$ より

$FQ = x - 12\,\text{cm}$.



$FE' = AB'$ より $FE' = -x + 20$

$$\underbrace{QE'} = FE' - FQ$$
$$= (-x+20) - (x-12)$$
$$= \underbrace{-2x + 32}$$

以上より

$$\triangle APQ = \square AB'E'F - (\triangle AB'P + \triangle PE'Q + \triangle AFQ)$$

$$= \underbrace{(-x+4)\times 12}_{\square AB'E'F} - \Big(\underbrace{\frac{1}{2}\times(-x+20)\times 4}_{\triangle AB'P} + \underbrace{\frac{1}{2}\times(-2x+32)\times 8}_{\triangle PE'Q}$$
$$+ \underbrace{\frac{1}{2}\times(x-12)\times 12}_{\triangle AFQ}\Big)$$

$$= -12x + 48 - (-2x + 40 - 8x + 128 + 6x - 72)$$

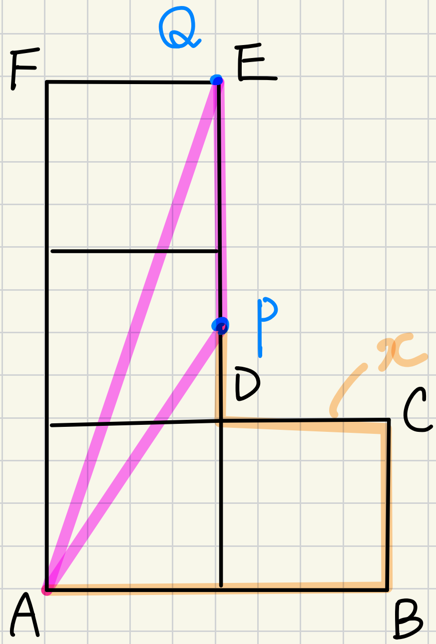
$$= -12x + 48 - (-4x + 96)$$

$$= -8x + 144$$

したがって

$12 \leqq x \leqq 16$ では $y = -8x + 144$

(ii) PがDE上にいるとき



PがAからDまで動くのに16秒

AからEまで動くのに24秒.

よって. $16 \leqq x \leqq 24$

このとき. Q は E で停止したままである

$A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot P = x\,cm$,

$A \cdot B \cdot C \cdot D = 16\,cm$ より

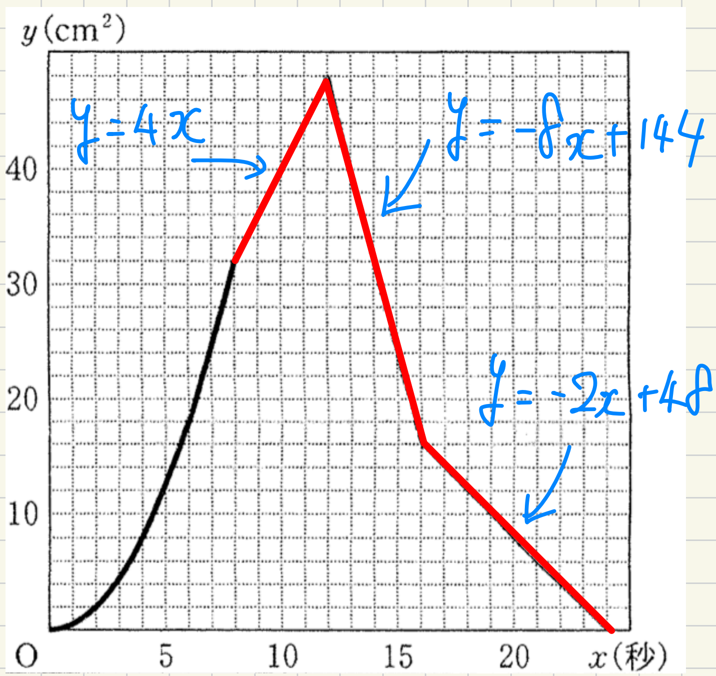
$PD = x - 16\,cm$ したがって.

$$EP = ED - PD$$
$$= 8 - (x - 16)$$
$$= -x + 24.$$

よって.

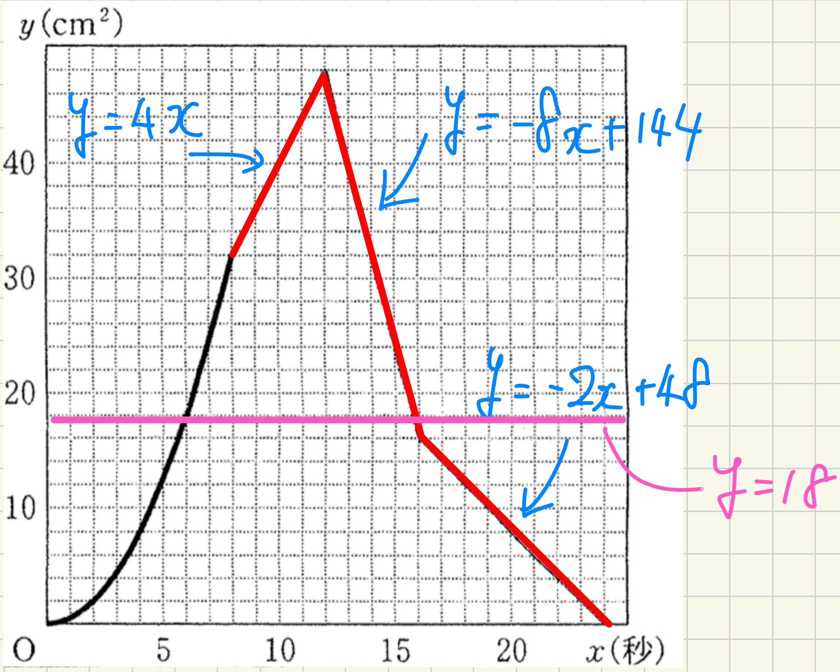
$$y = \frac{1}{2} \times (-x + 24) \times 4$$
$$= -2x + 48$$

したがって. $16 \leqq x \leqq 24$ では. $y = -2x + 48$



よって グラフは左の通り

(4)



$y=18$ となるのは
$0 \leqq x \leqq 8$ と
$12 \leqq x \leqq 16$ のとき
である.

(i) $0 \leqq x \leqq 8$ のとき

グラフの式を $y=ax^2$ とおくと, $(8, 32)$ を通るから.

$$32 = a \times 8^2$$

$$= 16a \qquad \therefore a = \frac{1}{2}$$

よって $y=\frac{1}{2}x^2$ で, $y=18$ を代入すると.

$$18 = \frac{1}{2}x^2 \iff x^2 = 36 \qquad \therefore x = \pm 6$$

$x>0$ より $x=6$

(ii) $12 \leqq x \leqq 16$ のとき.

$y=-8x+144$ に $y=18$ を代入すると.

$$18 = -8x + 144$$

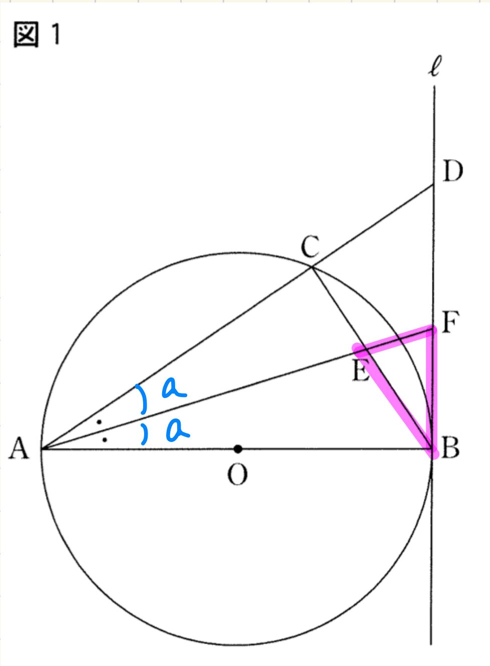
$$8x = 126$$

$$x = \frac{63}{4}$$

以上より $x = 6, \frac{63}{4}$

7.

(1)



仮定から

$$\angle BAE = \angle CAE = \angle a \quad \text{―― ①}$$

円の接線は、接点を通る半径に垂直だから

$$\angle ABE = 90^\circ \quad \text{―― ②}$$

三角形の内角の和は180°であることと、①、②から

$$\angle BFE = 180^\circ - \angle ABF - \angle BAE$$
$$= 90^\circ - \angle a \quad \text{―― ③}$$

また、ABは直径だから

$$\angle ACB = 90^\circ \quad \text{―― ④}$$

三角形の内角の和は180°であることと、①、④から

$$\angle AEC = 180^\circ - \angle ACE - \angle CAE$$
$$= 90^\circ - \angle a \quad \text{―― ⑤}$$

対頂角は等しいから

$$\angle AEC = \angle BEF \quad \text{―― ⑥}$$

③、⑤、⑥から

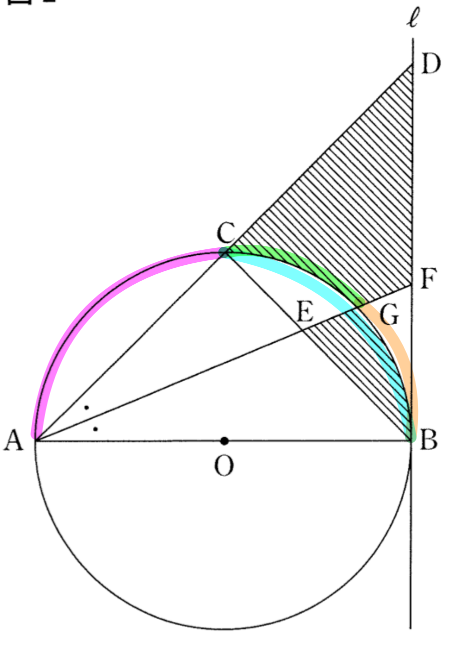
$$\angle BFE = \angle BEF$$

したがって2つの角が等しいから、$\triangle BEF$ は二等辺三角形である。(証明終わり)

(2)

①

図 2



$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ より $\overset{\frown}{BC}$ は円Oの円周の長さの $\frac{1}{4}$ である。

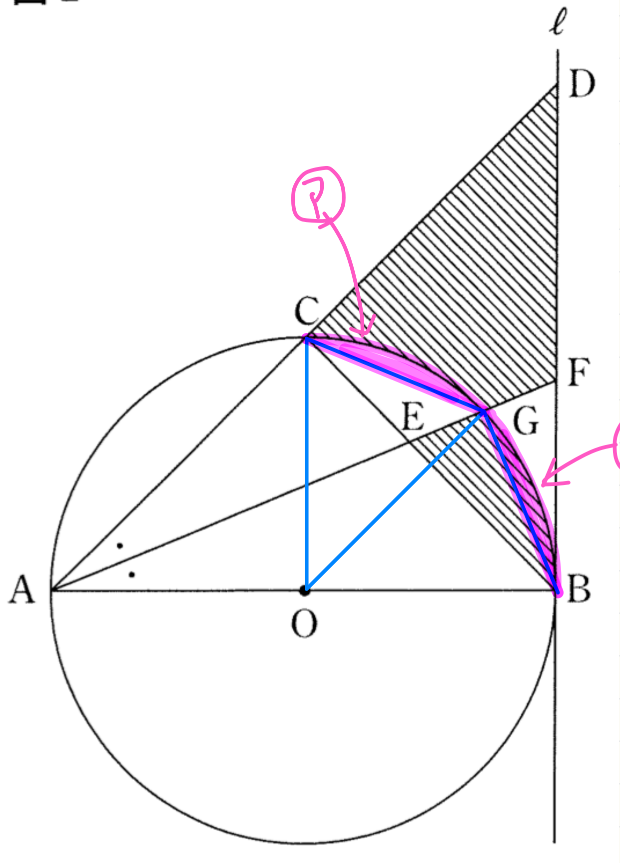
また、$\angle BAG=\angle GAC$ より G は $\overset{\frown}{BC}$ の中点である。

よって $\overset{\frown}{BG}$ は円Oの円周の長さの $\frac{1}{8}$ である。したがって

$$4\pi\times\frac{1}{8}=\frac{\pi}{2}\text{ cm}$$

② 難問

図 2

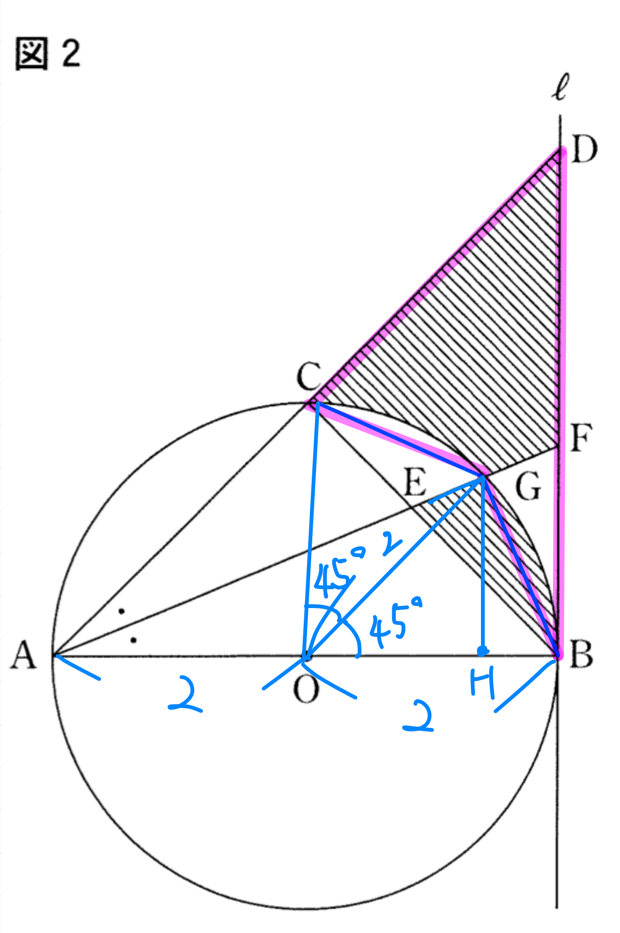


①より G は $\overset{\frown}{BC}$ の中点であるから、左図のアとイの面積は等しい。

また、ABは直径であり、$\angle AGB$ は直径に対する円周角より $\angle AGB=90°$

さらに、(1)より $\triangle BEF$ は二等辺三角形なので、G は EF の中点でもある。よって

よって、△BEG と △BFG の面積は等しい。



以上より斜線部の面積は、左図のピンクで示した DCGB の面積と等しい。

次に、G から OB に垂線を下ろした足を H とする

G は $\overset{\frown}{BC}$ の中点より、

$\angle COG = \angle GOB$

$\angle COB = 90°$

だから、

$\angle COG = \angle GOB = 45°$

⇒ △GOH は直角二等辺三角形

また、$OA = OC = OG = OB = 2$ cm（円の半径）

よって、

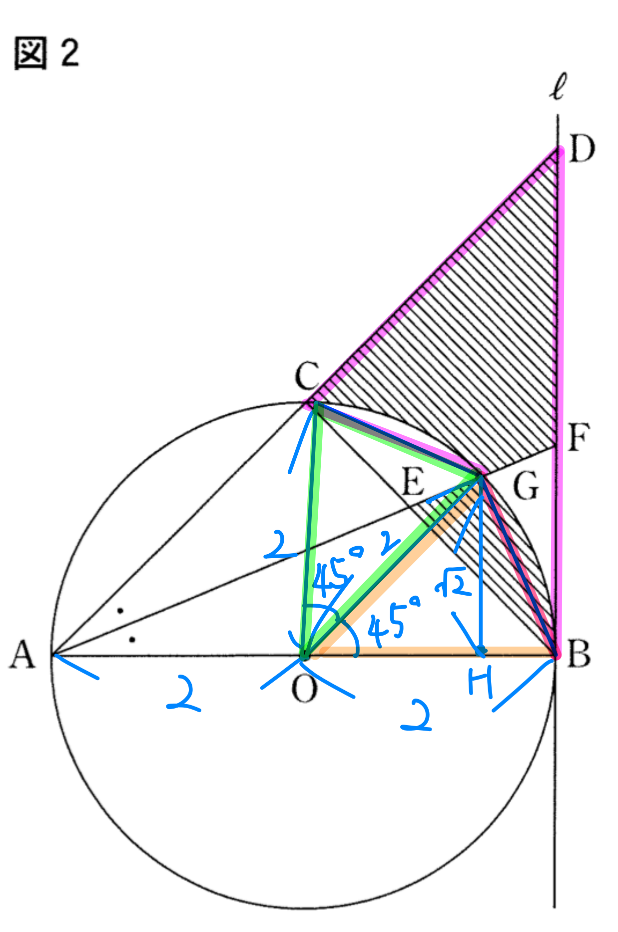
$$OH : GH : \underbrace{OG}_{2} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad GH : 2 = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}\,GH = 2$$

$$GH = \frac{2}{\sqrt{2}} \qquad = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \text{ cm}$$



$\triangle OCG$ と $\triangle OBG$ において，

$OC = OB$ ——— (a)

$OG = OG$ ——— (b)

$\angle COG = \angle BOG = 45°$ ——— (c)

(a), (b), (c) より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OCG \equiv \triangle OBG$

したがって，$\triangle OCG$ と $\triangle OBG$ の面積は等しい！

また，$\triangle DAB$ において，

$\angle DAB = 45°$，$\angle ABD = 90°$ であるから，$\triangle DAB$ は直角二等辺三角形．よって，$AB = DB = 4$ cm．

以上より求める面積 (DCGB) は，

$$\triangle DAB - (\triangle AOC + \triangle COG + \triangle BOG)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \times 4 \times 4}_{\triangle DAB} - \left(\underbrace{\frac{1}{2} \times 2 \times 2}_{\triangle AOC} + \underbrace{\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2}}_{\triangle BOG} \underbrace{\times 2}_{\triangle COG = \triangle BOG より}\right)$$

$$= 8 - (2 + 2\sqrt{2})$$

$$= 6 - 2\sqrt{2} \text{ cm}^2$$