2025年度 愛知県

数学

kmkm

1.

(1) 与式 $= 6-5$
$= \underset{\sim\sim}{1}$ イ

(2) 与式 $= 6x+9-2x+6$
$= 4x+15$ エ

(3) 与式 $= 3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$
$= 5\sqrt{3}$ イ

$$\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(4) 式を整理して.
$$x^2+4x=-3x-3$$
$$\Leftrightarrow x^2+7x+3=0$$
解の公式より
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4\times1\times3}}{2\times1}$$
$$= \frac{-7\pm\sqrt{37}}{2}$$ ア

(5) 10月の来店者数をx人とすると. 11月は10月より30%増加したので. 11月の来店者数は
$$(1+0.3)x = 1.3x$$
12月は11月より20%増加したので. 12月の来店者数は.
$$1.3x \times (1+0.2) = 1.3x \times 1.2$$
$$= 1.56x.$$

12月の来店者数は、10月の来店者数より2800人多いので、

$$1.56x = x + 2800$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.56x = 2800$$

$$\therefore \quad x = 5000$$

よって、10月の来店者数は 5000人 ウ

(6) $y = x - 3$ ― ① と $y = -2x - 6$ ― ② の交点は、
①を②に代入して

$$x - 3 = -2x - 6$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x = -3$$

$$x = -1$$

$x = -1$ を ① に代入して

$$y = -1 - 3$$

$$= -4$$

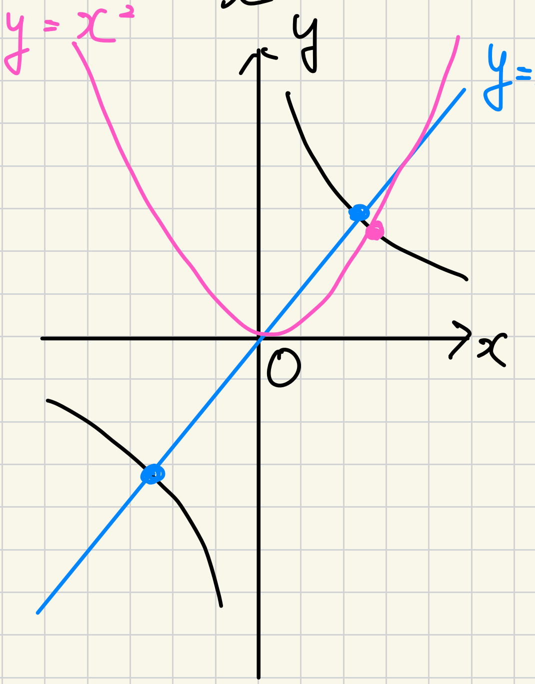
よって、①、②の交点は $(-1, -4)$
求める式を $y = ax + b$ とおくと、$y = 2x + 1$ と平行なので、傾きが等しい。よって $a = 2$
$y = 2x + b$ で、①、②の交点 $(-1, -4)$ を通るから

$$-4 = 2 \times (-1) + b$$

$$\therefore b = -2$$

よって、切片は -2 イ

(7) $y=\frac{6}{x}$ のグラフは以下の通り



ア: グラフは原点に対して点対称なので正しい

イ: x軸に対して線対称ではないので誤り

ウ: x軸と交わらないので誤り

エ: y軸と交わらないので誤り

オ: $y=x$ と2点で交わるので正しい

カ: $y=x^2$ と1点で交わるので誤り

(8) 表より50個中 0.7〜1.3 は $\underbrace{9}_{4+5}$ 個なので、割合は

$$\frac{9}{50} \quad \text{———} \quad ①$$

8000個のうち 0.7〜1.3 を x 個とすると、その割合は

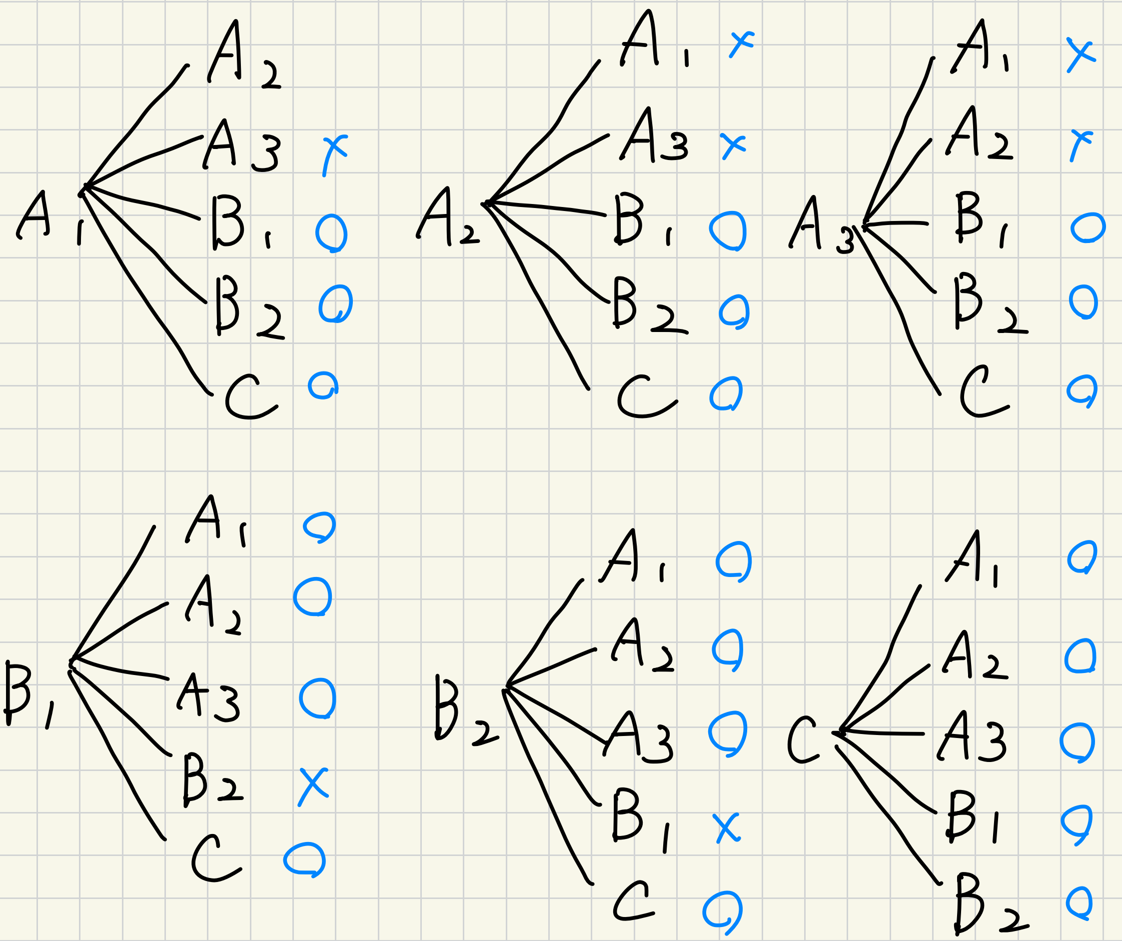
$$\frac{x}{8000} \quad \text{———} \quad ②$$

① = ② と推定すると

$$\frac{9}{50}=\frac{x}{8000} \quad \therefore x=\frac{9}{50}\times 8000=1440$$

よって、およそ1440個 ウ

(9) 3枚のAをA_1, A_2, A_3. 2枚のBをB_1, B_2とする. 樹形図は以下の通り

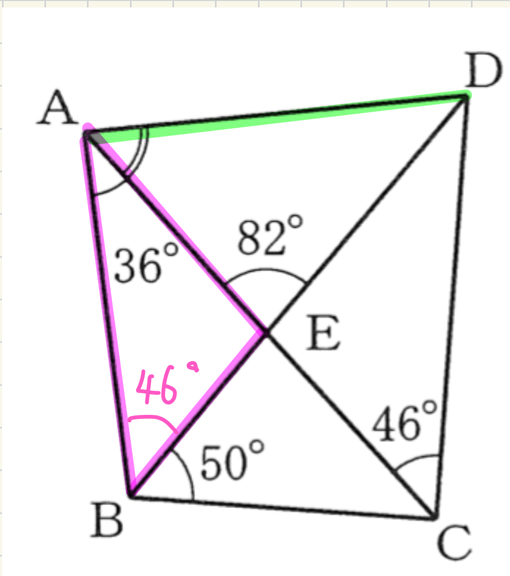


カードの取り方は30通り. そのうち, 2枚のカードが異なるのは22通り. よって求める確率は

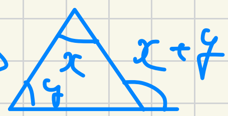
$$\frac{22}{30} = \frac{11}{15}$$

エ

(10)



ΔABEで外角の定理より

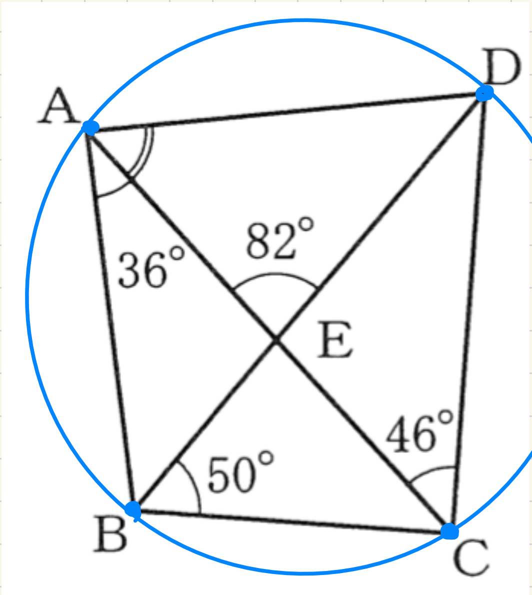


$$\angle ABE = 82^\circ - 36^\circ$$
$$= 46^\circ$$

$\angle ABD$ と $\angle ACD$ は、AD に対して同じ側にあり、

$\angle ABD = \angle ACD = 46^\circ$

だから、円周角の定理の逆より、4点 A, B, C, D は同一円周上にある。



よって、$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle DAC = \angle DBC$

$\therefore \angle DAC = 50^\circ$

したがって

$\angle DAE = 50^\circ$ エ

2

(1)

箱ひげ図より、

・最小値が最も小さい ⇒ C

よって、① より C は「科学」

・中央値が 50 点 ⇒ A または B

よって ② より A または B は「音楽」

・四分位範囲が等しい ⇒「A と D」または「C と E」

30　　10

④ より

$$\left.\begin{array}{l} A：スポーツ，D：歴史 \\ A：歴史，D：スポーツ \end{array}\right\} ア$$

C：スポーツ，E：歴史
C：歴史，　E：スポーツ　｝①

の4通りが考えられるが，①よりCは「科学」であるから①は不適。

また，②よりAを音楽とすると，①は不適となり，スポーツ，歴史に該当するものがなくなるので，Bは「音楽」

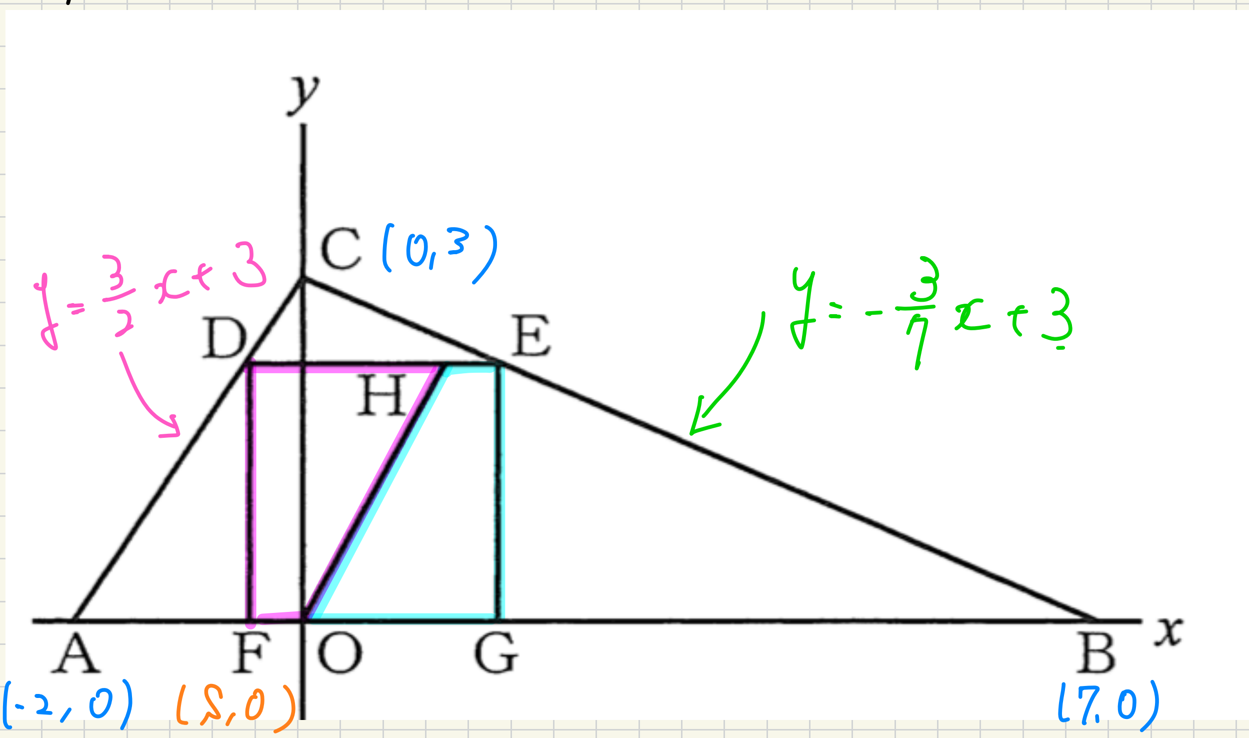
・Dがスポーツの場合

Dの第1四分位数は最も大きいため，Dをスポーツにすると，③より文化に該当するものがない。よって，D：スポーツは不適

したがって，Aは「スポーツ」⇒Dは「歴史」

以上より，Bは「音楽」，Dは「歴史」ア

(2)



直線ACの式を$y=ax+b$とおくと、Cは切片で$(0,3)$であるから$b=3$。よって$y=ax+3$で、
$A(-2,0)$を通るから、

$$0=a\times(-2)+3$$

$$\Leftrightarrow\ 2a=3$$

$$\therefore\ a=\frac{3}{2}$$

したがって直線ACは、$y=\frac{3}{2}x+3$

また、直線BCの式を$y=mx+n$とおくと、Cは切片で$(0,3)$であるから$n=3$。よって$y=mx+3$で、
$B(7,0)$を通るから、

$$0=m\times7+3$$

$$\Leftrightarrow\ -7m=3$$

$$\therefore\ m=-\frac{3}{7}$$

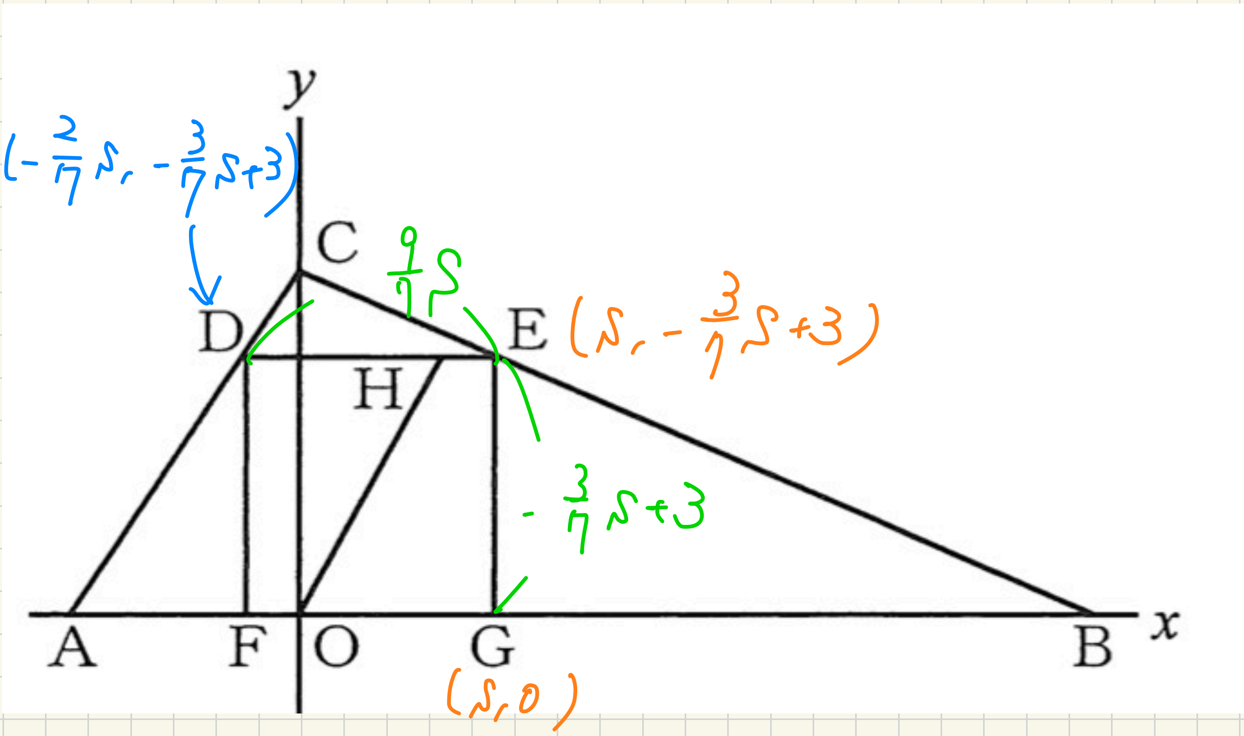
したがって直線BCの式は$y=-\frac{3}{7}x+3$

ここで、Gの座標を$(s,0)$とおくと、GとEのx座標は等しいので、Eのx座標$=s$

また、Eは$y=-\frac{3}{7}x+3$上にあり、$x=s$より

$$y=-\frac{3}{7}s+3$$

$$\therefore\ E\left(s,\ -\frac{3}{7}s+3\right)$$



D, H, Eのy座標は等しいから

$$H\text{のy座標} = D\text{のy座標} = -\frac{3}{7}s+3$$

Dは $y=\frac{3}{2}x+3$ 上にあり $y=-\frac{3}{7}s+3$ だから

$$-\frac{3}{7}s+3=\frac{3}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=-\frac{3}{7}s$$

$$\therefore x=-\frac{3}{7}s\times\frac{2}{3}$$

$$=-\frac{2}{7}s \qquad \therefore D\left(-\frac{2}{7}s, -\frac{3}{7}s+3\right) —— ㋐$$

ED = Eのx座標 − Dのx座標

$$=s-\left(-\frac{2}{7}s\right)$$

$$=s+\frac{2}{7}s=\frac{9}{7}s$$

EG = Eのy座標 − Gのy座標

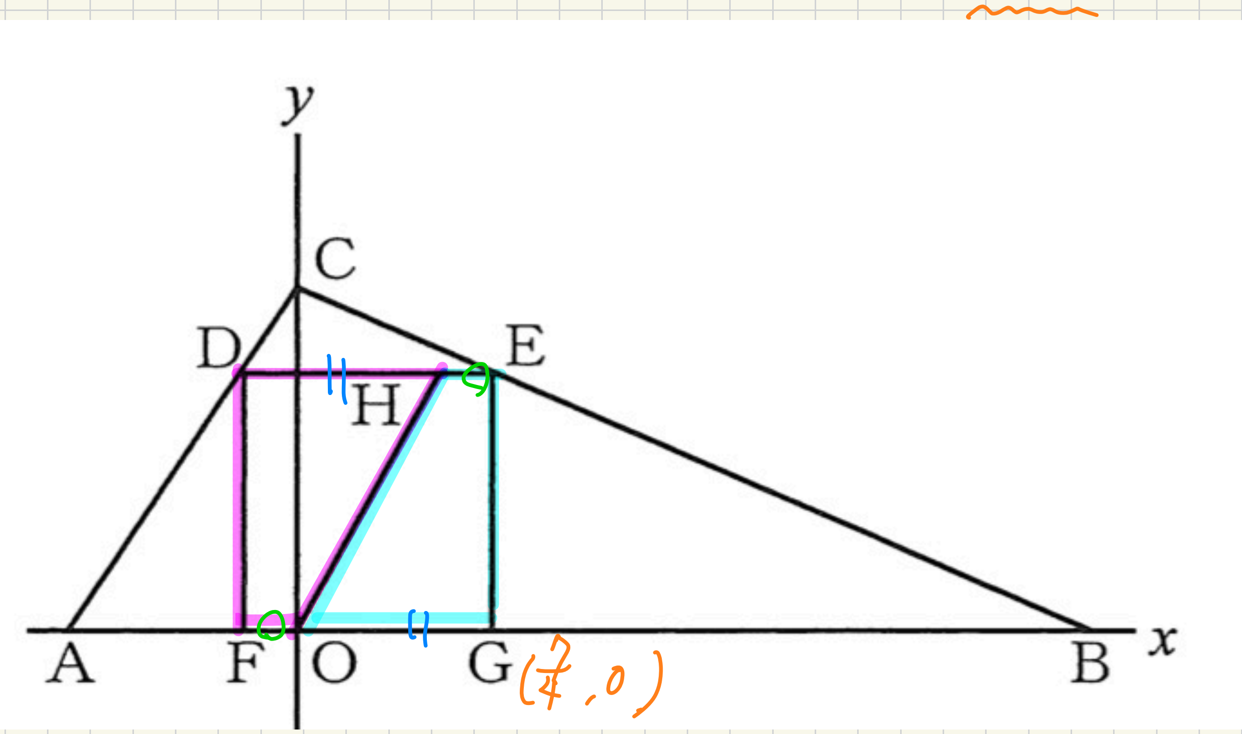
$$= -\frac{3}{7}s + 3 - 0$$

$$= -\frac{3}{7}s + 3$$

□DFGEは正方形より ED = EG. よって

$$\frac{9}{7}s = -\frac{3}{7}s + 3.$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{7}s = 3 \qquad \therefore s = 3 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{4}$$



ここで □DFOH = □HOGE であり □DFOH と □HOGE は台形で、高さは等しいので

$$OG = DH$$

であれば良い。

⑦より D のx座標は $-\frac{2}{7} \times \frac{7}{4} = -\frac{1}{2}$

$-\frac{2}{7}s$ に $s = \frac{7}{4}$ を代入

Hのx座標をtとすると.

$$HD = \text{H の } x \text{ 座標} - \text{D の } x \text{ 座標}$$
$$= t - \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= t + \frac{1}{2}$$

$$OG = \text{G の } x \text{ 座標} - \text{O の } x \text{ 座標}$$
$$= \frac{7}{4} - 0$$
$$= \frac{7}{4}$$

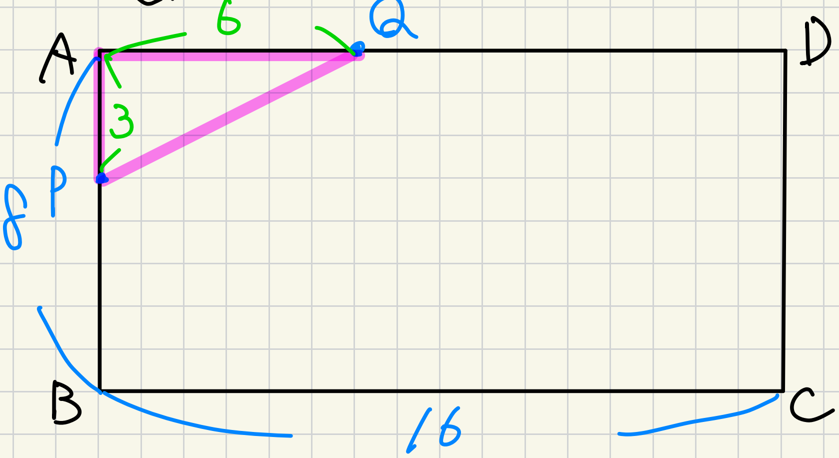
したがって.

$$t + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$$
$$\therefore t = \frac{7}{4} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{5}{4}$$

$$\frac{7}{4} - \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

したがって.Hのx座標は $x = \frac{5}{4}$ エ

(3) ①



3秒後のとき

P は 1cm/s より $AP=3$

Q は 2cm/s より $AQ=6$

よって $y=\frac{1}{2}\times3\times6=9$ イ

② P は 1cm/s で A→B と動く

・$0\leqq x\leqq8$ ⇒ P は AB 上にいる

Q は 2cm/s で A→D と動く

・$0\leqq x\leqq8$ ⇒ Q は AD 上にいる

R は 8cm/s で C→B→A→D→C→B と動く.

・$0\leqq x\leqq2$ ⇒ R は CB 上

・$2\leqq x\leqq3$ ⇒ R は BA 上

・$3\leqq x\leqq5$ ⇒ R は AD 上

・$5\leqq x\leqq6$ ⇒ R は DC 上

・$6\leqq x\leqq8$ ⇒ R は CB 上

にいる.

したがって $0\leqq x\leqq8$ の範囲で考える.

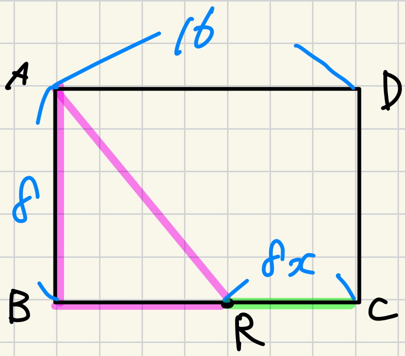
x 秒後の △APQ の面積 y は $AP=x$, $AQ=2x$ より

$$y=\frac{1}{2}\times x\times2x=x^2 \qquad \therefore y=x^2\ (0\leqq x\leqq8)$$

次に △ABR の面積を考える. △ABR の面積を y とおく.

(i) $0\leqq x\leqq2$ のとき

$BR=16-8x$ より



$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (16 - 8x)$$

$$= -32x + 64 \qquad \therefore y = -32x + 64 \ (0 \leqq x \leqq 2)$$

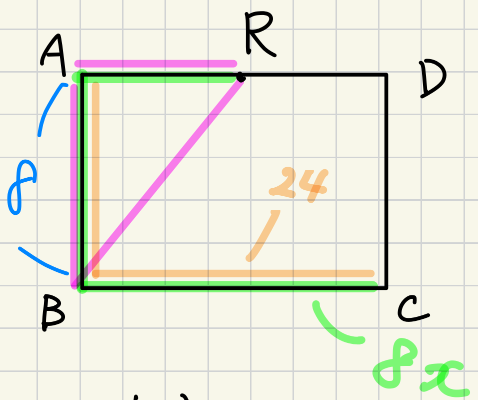
(ii) $2 \leqq x \leqq 3$ のとき

RはAB上にあるから. 問題文より $y = 0$

$\therefore y = 0 \ (2 \leqq x \leqq 3)$

(iii) $3 \leqq x \leqq 5$ のとき

$AR = 8x - 24$ より



$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (8x - 24)$$

$$= 32x - 96$$

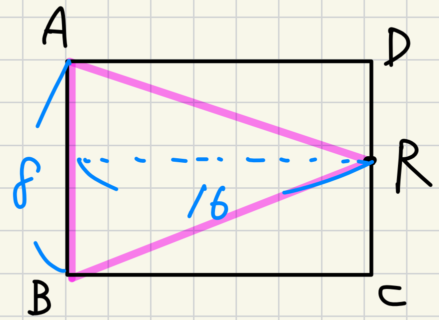
$\therefore y = 32x - 96 \ (3 \leqq x \leqq 5)$

(iv) $5 \leqq x \leqq 6$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times 16$$

$$= 64$$

$\therefore y = 64 \ (5 \leqq x \leqq 6)$



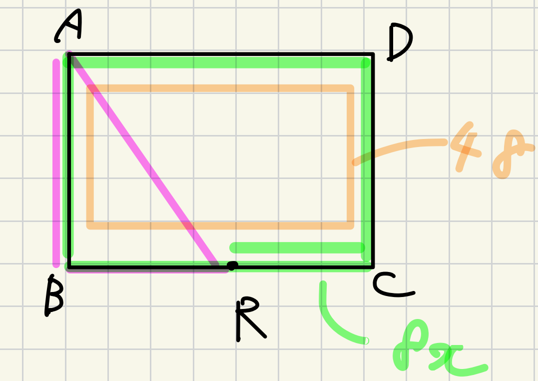
(v) $6 \leqq x \leqq 8$ のとき

$CR = 8x - 48$ より

$BR = 16 - (8x - 48)$

$= -8x + 64$

よって.

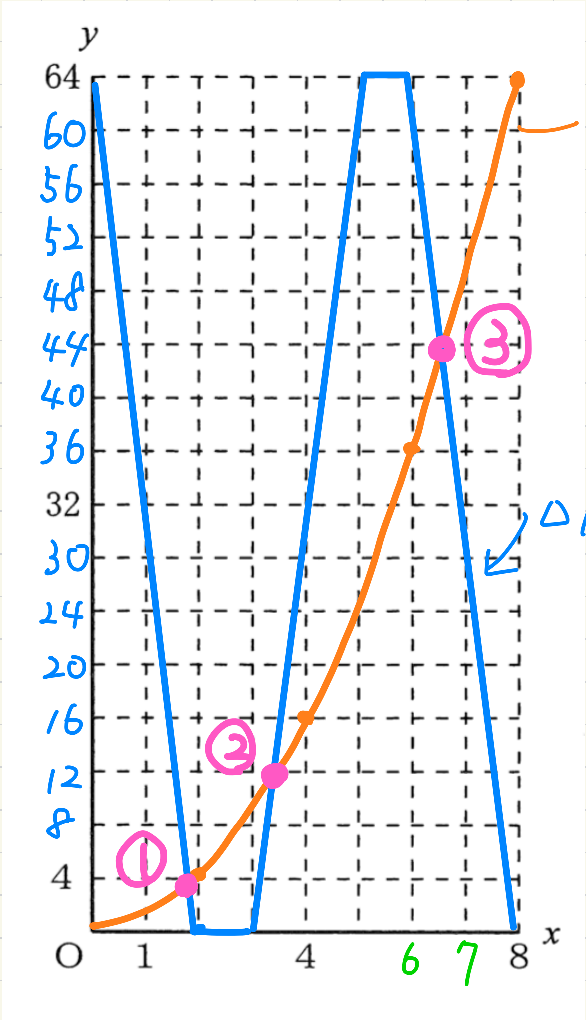


$$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (-8x + 64)$$

$= -32x + 256$

$\therefore y = -32x + 256 \ (6 \leqq x \leqq 8)$

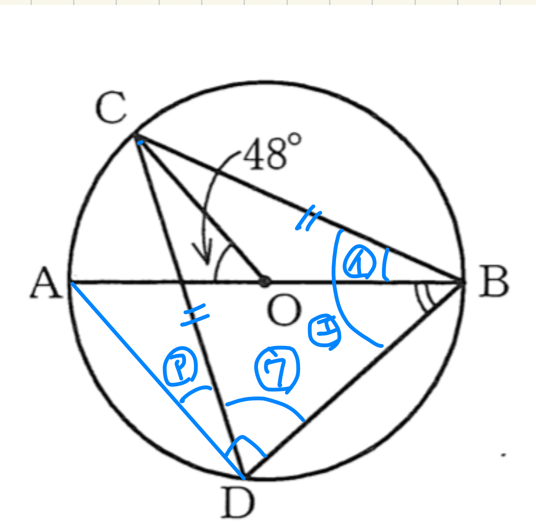
以上より、△APQと△ABRの面積のグラフは以下の通り



グラフより、△APQと△ABRの交点が面積の等しいところであり、3回目に等しくなるときは6秒後から7秒後までの間である

3.

(1)



ABは直径より∠ADB = 90°

$\overset{\frown}{CA}$に対する円周角と中心角より

㋐ $= \frac{1}{2} \times 48° = 24°$

㋑ $= \frac{1}{2} \times 48° = 24°$

㋒ $= 90° - 24° = 66°$

CB = CD より △CDB は二等辺三角形だから

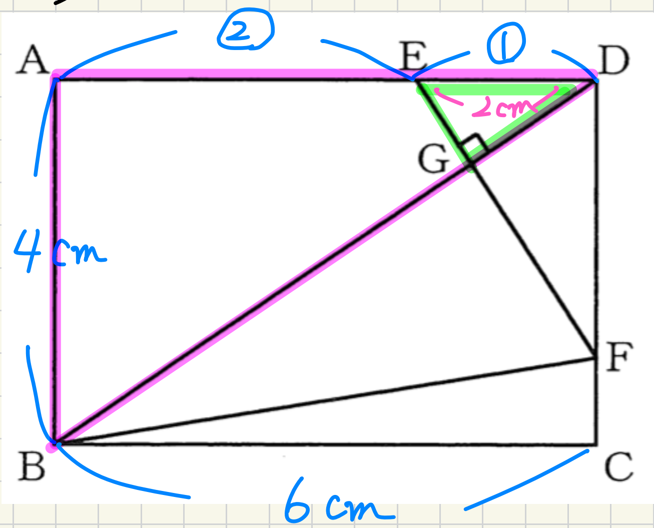
㋒ = ㋓　∴ ㋓ = 66°

よって

$$\angle OBD = ㋓ - ㋑$$
$$= 66^\circ - 24^\circ$$
$$= 42^\circ$$

(2)

①



△ABD と △GED において

仮定より

∠BAD = ∠EGD = 90° —— ①

共通な角より

∠ADB = ∠GDE —— ②

①, ② より2組の角がそれぞれ等しいので、△ABD ∽ △GED —— ③

ここで、△ABD で三平方の定理より

$$BD = \sqrt{4^2+6^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$
$$= 2\sqrt{13}$$

また、AE : ED = 2 : 1 より

$$ED = \frac{6}{2+1} = \frac{6}{3} = 2\text{cm}$$

△ABD は AB : BD : DA = $4 : 2\sqrt{13} : 6$ だから

③より △GED は GE : ED : DG = $4 : 2\sqrt{13} : 6$

2cm

したがって

$$ED : DG = 2\sqrt{13} : 6$$

2cm

$$2\sqrt{13}\,DG = 12 \qquad \therefore\ DG = \frac{6}{\sqrt{13}}$$

DGの長さは、DBの長さのA倍とすると、

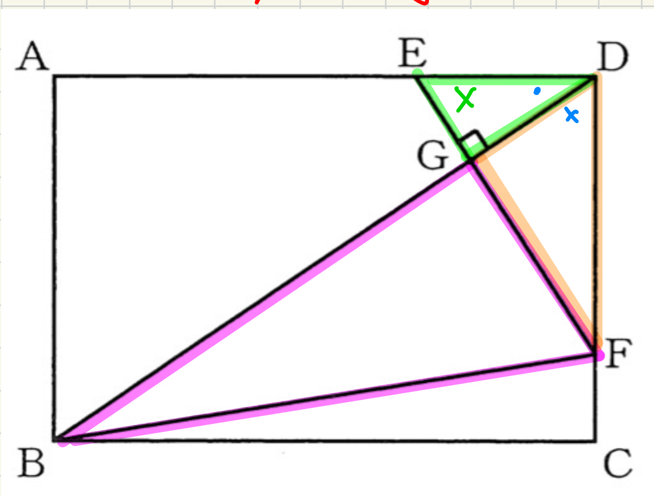
$$\frac{6}{\sqrt{13}} = A \times 2\sqrt{13}$$

$$\therefore\ A = \frac{6}{\sqrt{13}} \times \frac{1}{2\sqrt{13}}$$

$$= \frac{3}{13}$$

よって、DGの長さは、DBの長さの $\frac{3}{13}$ 倍

② やや難問



△GEDと△GDFにおいて、

∠EDG = •, ∠GDF = x

とおくと、 $\bullet + x = 90^\circ$

△GEDの内角の和より

$$\bullet + 90^\circ + \angle GED = 180^\circ$$

$$\therefore\ \angle GED = 180^\circ - (\bullet + 90^\circ)$$

$$= 90^\circ - \bullet$$

$$\angle GED + \bullet = 90^\circ$$

より ∠GED = x

よって、∠GED = x だから、

∠GED = ∠GDF ―― ①

また、仮定より

$\angle EGD = \angle DGF = 90^\circ$ —— ②

①、② より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle GED \backsim \triangle GDF$

対応する辺の比は等しいから

$GD : GF = GE : GD$ —— ③

ここで、(2) ① より

$GD = \frac{6}{\sqrt{13}}$ cm.

また、△GED で三平方の定理より

$GE^2 = 2^2 - \left(\frac{6}{\sqrt{13}}\right)^2$ $= 4 - \frac{36}{13} = \frac{52-36}{13}$ $= \frac{16}{13}$

$= \frac{16}{13}$

GE > 0 より $GE = \frac{4}{\sqrt{13}}$ cm

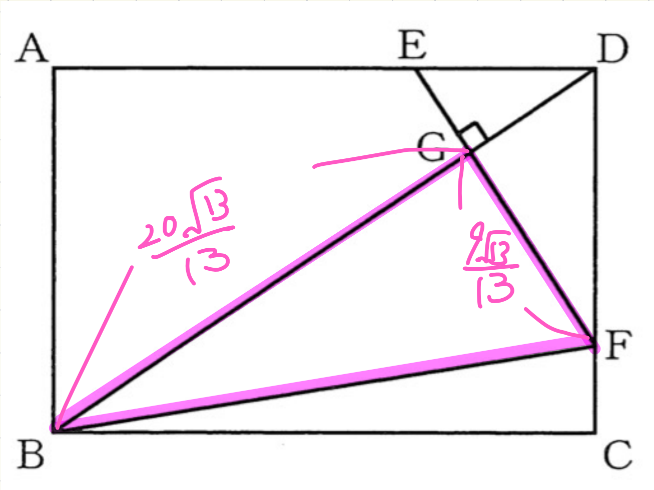
よって、③ より

$\frac{6}{\sqrt{13}} : GF = \frac{4}{\sqrt{13}} : \frac{6}{\sqrt{13}}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{13}} GF = \frac{36}{13}$

$\therefore GF = \frac{36}{13} \times \frac{\sqrt{13}}{4}$

$= \frac{9\sqrt{13}}{13}$



また、(2)①より

$$BD = 2\sqrt{13},\ GD = \frac{6}{\sqrt{13}}$$

だから

$$BG = 2\sqrt{13} - \frac{6}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{6}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$$

$$= \frac{26\sqrt{13} - 6\sqrt{13}}{13}$$

$$= \frac{20\sqrt{13}}{13}$$

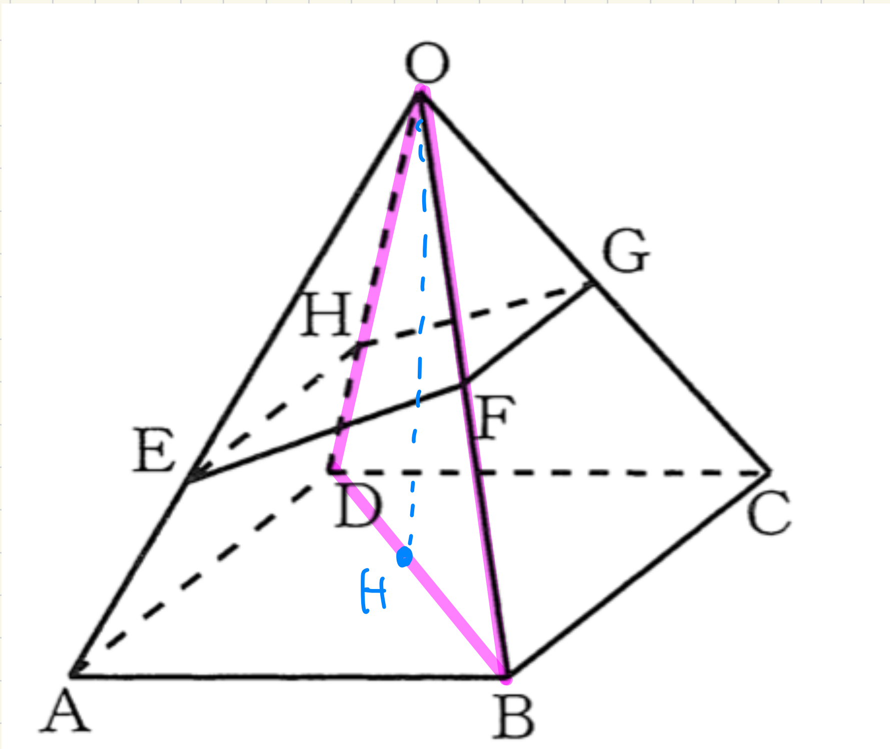
したがって、△GBFの面積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{9\sqrt{13}}{13} \times \frac{20\sqrt{13}}{13} = \frac{9 \times 20 \times 13}{2 \times 13 \times 13}$$

$$= \frac{90}{13}\ \text{cm}^2$$

(3)

①



□ABCDは正方形なので、

$AB = AD = 6$cm

$\angle DAB = 90°$

よって、△ABDで三平方の定理より

$$BD = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2}$$

OからBDに垂線を下ろした足をHとすると、
HはBDの中点だから、DH = $3\sqrt{2}$ cm
△ODHで三平方の定理より　※ OA = OB = OC = OD

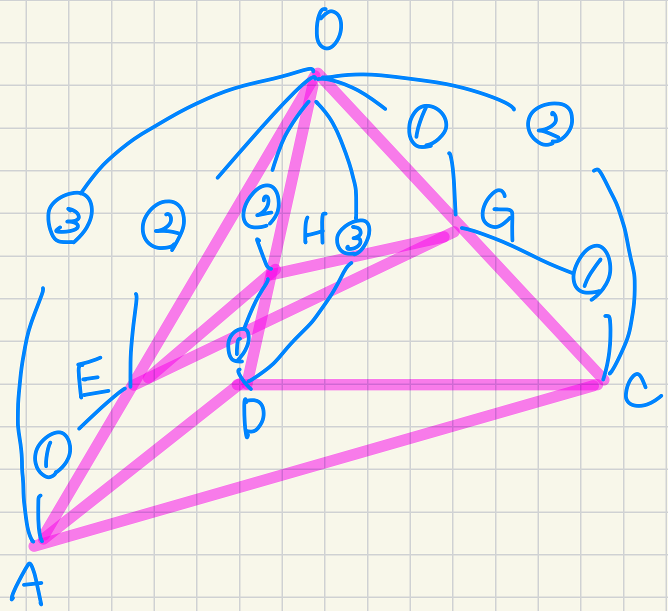
$$OH = \sqrt{12^2-(3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{14}\text{ cm}$$

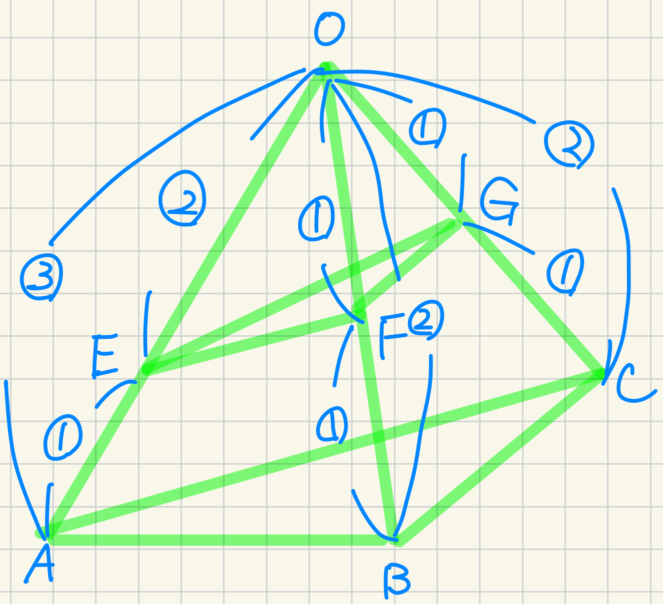
$$= \sqrt{144-18} = \sqrt{126} = 3\sqrt{14}$$

よって、△OBDの面積は

$$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3\sqrt{14} = 9\sqrt{28} = 9\times 2\sqrt{7} = 18\sqrt{7}\text{ cm}^2$$

② 難問





まず、三角すいを上図のように分割する。

$$(\text{O-EGHの体積}) = (\text{O-ACDの体積})\times\frac{OH}{OD}\times\frac{OE}{OA}\times\frac{OG}{OC}$$

$$= \frac{1}{2}\times 6\times 6\times 3\sqrt{14}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$$

$$= 18\sqrt{14}\times\frac{2}{9} = 4\sqrt{14}$$

$$(\text{O-EFG の体積}) = (\text{O-ABC の体積}) \times \frac{OE}{OA} \times \frac{OF}{OB} \times \frac{OG}{OC}$$

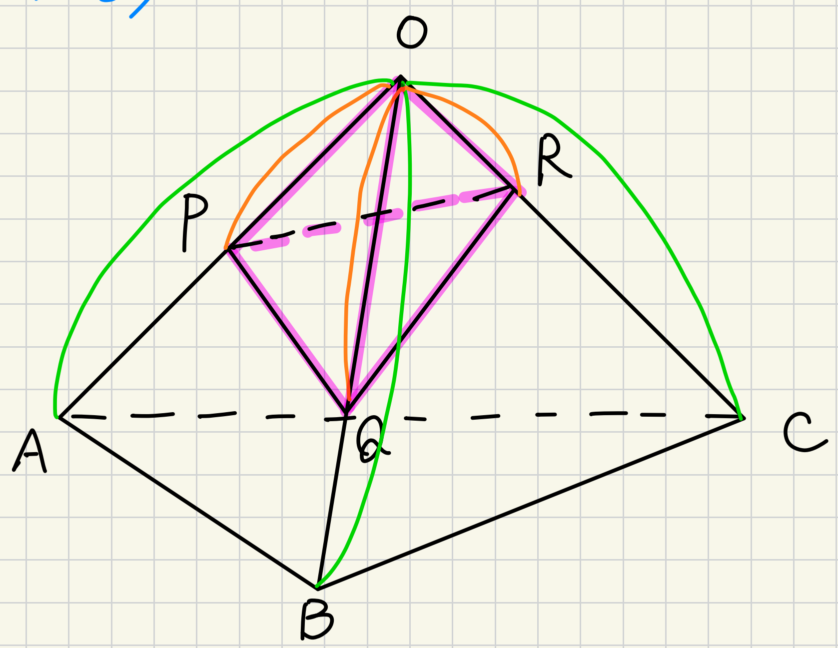
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{14} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= 18\sqrt{14} \times \frac{1}{6} = 3\sqrt{14}$$

よって、求める体積は、

$$4\sqrt{14} + 3\sqrt{14} = 7\sqrt{14}\ \text{cm}^3$$

(参考)



$$(\text{O-PQR の体積}) = (\text{O-ABC の体積}) \times \frac{OP}{OA} \times \frac{OQ}{OB} \times \frac{OR}{OC}$$