2025年度 兵庫県

数学

Kmkm

1.

(1) 与式 $= 12$

(2) 与式 $= \dfrac{-8x^2y^2}{2xy^2}$

$= -4x$

(3) 与式 $= 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$= \sqrt{2}$

(4) 与式 $= (2x-1)^2$

(5)
$$\left.\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=4 \\ x=2 \Rightarrow y=2 \\ x=3 \Rightarrow y=\dfrac{4}{3} \\ x=4 \Rightarrow y=1 \end{array}\right\}$$
x, yがともに整数となるのは3個

$x>5$では、yは1より小さくなるので整数とならない。また、xは負の数でも良いから6個

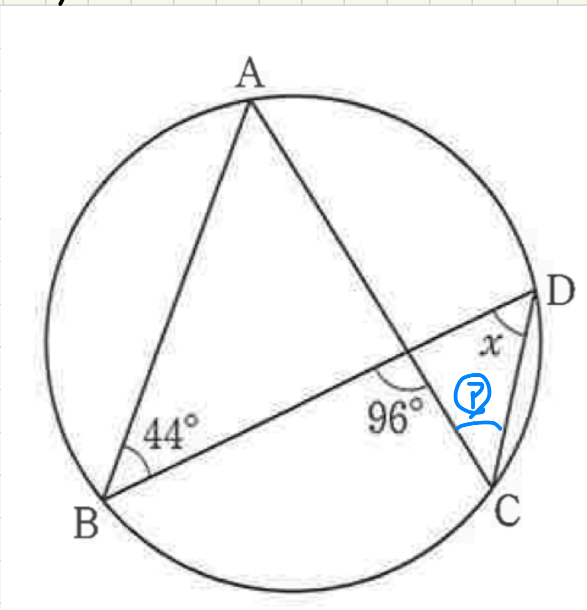
(参考)

$(x, y) = (1, 4), (2, 2), (4, 1),$
$(-1, -4), (-2, -2), (-4, -1)$

(6) 半径rの球の体積は$\dfrac{4}{3}\pi r^3$だから、半径が2 cmの球の体積は

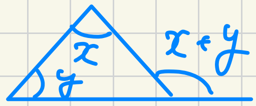
$$\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$$

(7)



$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから

㋐ $= 44°$



三角形の外角の定理

$x = 96° -$ ㋐

$= 96° - 44°$

$= 52°$

(8) 20個の玉を取り出したとき，白玉6個なので
白玉の割合は

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10} \quad \text{——} \; ①$$

400個の玉に白玉x個とすると，白玉の割合は

$$\frac{x}{400} \quad \text{——} \; ②$$

① = ② と推定すると

$$\frac{3}{10} = \frac{x}{400}$$

$$\therefore x = \frac{3}{10} \times 400$$

$$= 120$$

よって，およそ120個

イ

2

(1)

番目	1	2	3	4	5	6
数	2	1	3	4	7	11

よって6番目は11

(2) ①

番目	1	2	3	4	5	6
数	a	b	$a+b$	$a+2b$	$2a+3b$	$3a+5b$

よって6番目は $3a+5b$

② 2つのさいころの出る目は $6\times6=36$ 通り
3番目は $a+b$ だから、$a+b$ が11となる a, b の組を求める。

$(a, b)=(5,6), (6,5)$

の2通りなので、求める確率は、$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

③ 1番目から3番目の3つの数の和は、

$a+b+a+b=2a+2b=2(a+b)$

これが10の倍数となる。

$2\times\boxed{}=10$ の倍数 $\Rightarrow \boxed{}=5$ の倍数

となれば良い。$a+b$ の最小値は $a=b=1$ のときで2、$a+b$ の最大値は $a=b=6$ のときで12だから、2~12で5の倍数は、5, 10である。

(i) $a+b=5$ のとき

$(a, b)=(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)$ の4通り

(ii) $a+b=10$ のとき

$(a, b)=(4,6), (5,5), (6,4)$ の 3通り

よって、$a+b$ が5の倍数となるのは

$4+3=7$ 通り

だから、求める確率は $\dfrac{7}{36}$

④ 7番目：$\underbrace{2a+3b}_{5番目}+\underbrace{3a+5b}_{6番目}=5a+8b$

8番目：$\underbrace{3a+5b}_{6番目}+\underbrace{5a+8b}_{7番目}=8a+13b$

よって、8番目の数から7番目の数を引くと、

$8a+13b-(5a+8b)=3a+5b$

これが5の倍数となることを考える。

$3a+5b$ の最小値は $a=b=1$ のときで $3+5=8$

$3a+5b$ の最大値は $a=b=6$ のときで $18+30=48$

したがって、$3a+5b$ は、

10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

を満たせば良い。

また、k を自然数とすると、

$3a+5b=\underbrace{5k}_{5の倍数}$

と表すことができ、式を整理すると、

$3a=5k-5b$

$\Leftrightarrow 3a=5(k-b)$

左辺は3の倍数、右辺は5の倍数だから、等式を成り立たせるためには、aは5の倍数となる。
⇒ aはさいころの目で、これが5の倍数となるのは、$a=5$

よって、

$$15+5b=5(3+b)$$

← 5, 10, ……, 45 となるbを求める。

$b=1, 2, 3, 4, 5, 6$のとき、$5(3+b)$は、20, 25, 30, 35, 40, 45 となるから、6通り。
したがって、$3a+5b$が5の倍数となるのは、

$$(a, b)=(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$$

よって、5の倍数でないのは、

36通り − 6通り = 30通り

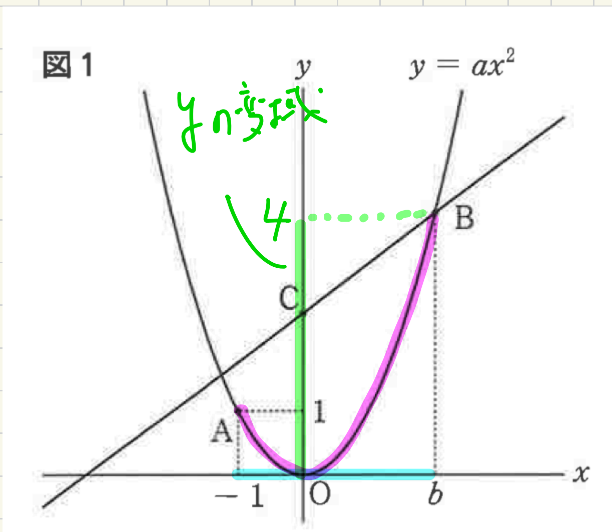
求める確率は、$\dfrac{30}{36}=\dfrac{5}{6}$

3.

(1) Aは$y=ax^2$上にあり、$x=-1$, $y=1$だから

$$1=a\times(-1)^2 \quad \therefore a=1$$

(2)



$-1 \leqq x \leqq 4$のとき、$0 \leqq y \leqq 4$だから、Bのy座標は4。
Bは$y=x^2$上にあり、$x=b$, $y=4$だから

$$4=b^2 \quad \therefore b=\pm 2$$

$b>0$より $b=2$

(3) 直線ABの式を $y = mx + n$ とおくと、A$(-1, 1)$, B$(2, 4)$ を通るから

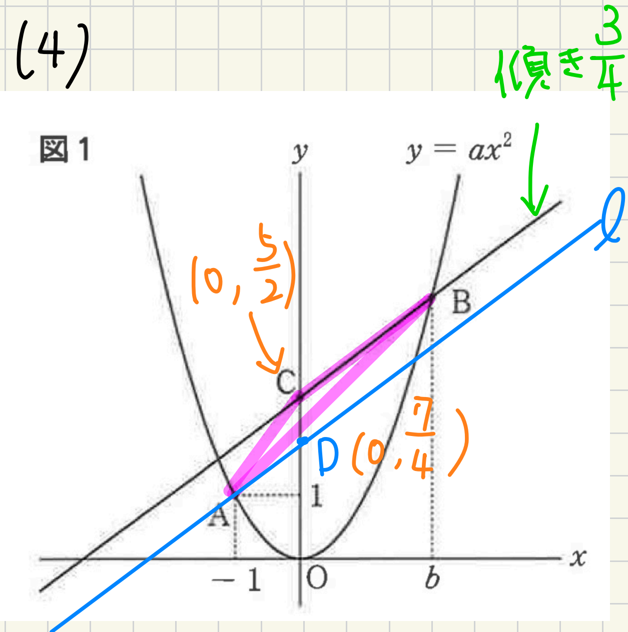
$$\begin{aligned} 1 &= -m + n \quad \text{——— ①} \\ -)\ 4 &= 2m + n \quad \text{——— ②} \\ \hline -3 &= -3m \\ \therefore\ m &= 1 \end{aligned}$$

$m = 1$ を①に代入して

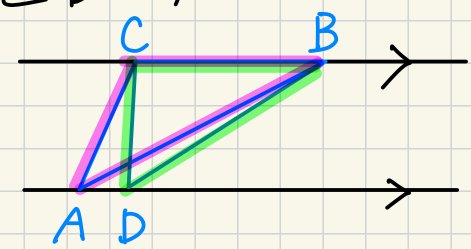
$1 = -1 + n \qquad \therefore\ n = 2$

よって $y = x + 2$

(4)



Aを通り傾きが $\frac{3}{4}$ の直線を ℓ とする。また ℓ と y 軸の交点をDとする。



△ABCの面積 = △DBCの面積

ℓ の式を $y = \frac{3}{4}x + b$ とおくと、A$(-1, 1)$ を通るから

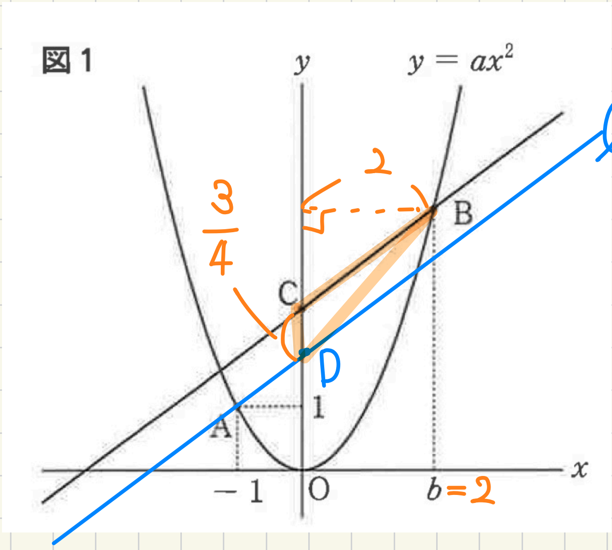
$1 = -\frac{3}{4} + b \qquad \therefore\ b = \frac{7}{4}$

よって、Dの y 座標は $\frac{7}{4}$

また、直線BCの式を $y = \frac{3}{4}x + c$ とおくと、B$(2, 4)$ を通るから

$4 = \frac{3}{4} \times 2 + c \qquad \therefore\ c = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

よって、Cのy座標は$\frac{5}{2}$



したがって、

$CD = \frac{5}{2} - \frac{7}{4}$

$= \frac{10-7}{4}$

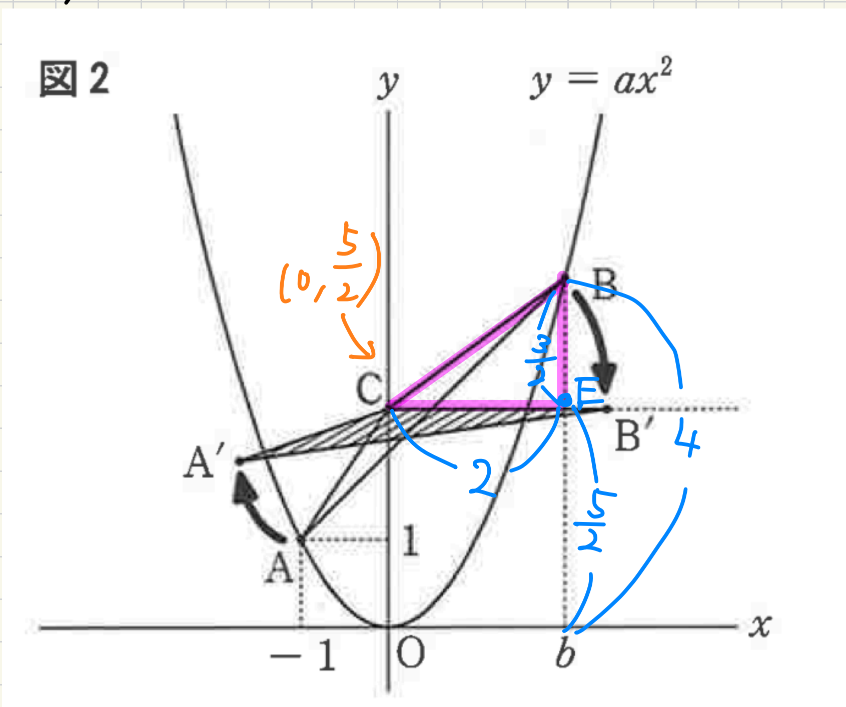
$= \frac{3}{4}$

よって、△DBCの面積は

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{4}$

△ABC = △DBC より 求める面積は $\frac{3}{4}$

(5)



左図のように点Eを定める

$EC = 2 - 0 = 2$

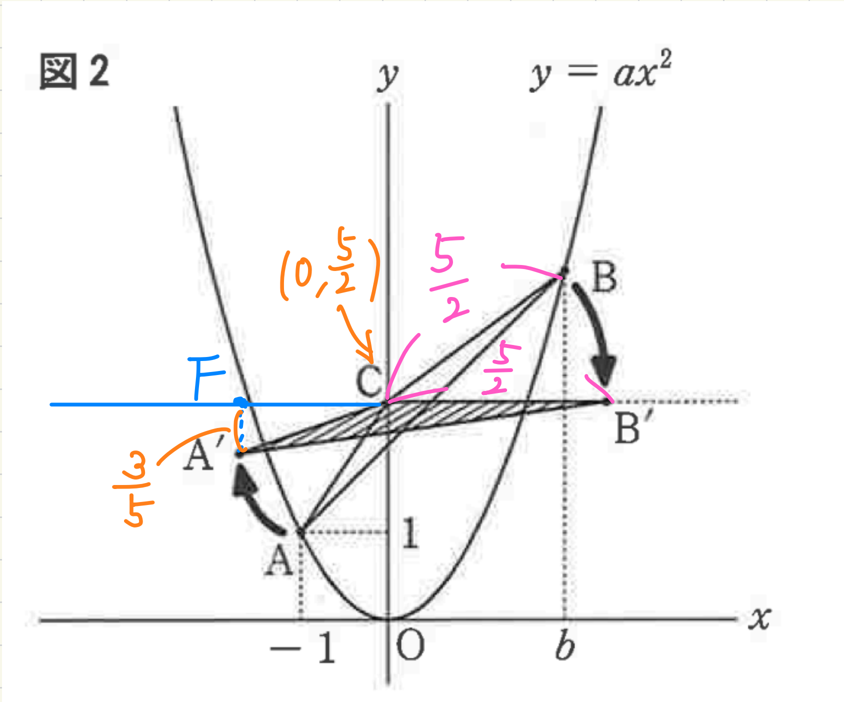
$BE = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$

よって、△BCEで三平方の定理より

$BC = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{4 + \frac{9}{4}}$ $= \sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \frac{5}{2}$ $= \frac{5}{2}$



A′からBCの延長線上に垂線を下ろした足をFとする.

$$\triangle A'B'C = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times A'F$$

△A′B′Cは△ABCを回転させただけの図形であるから面積は等しい.

よって

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times A'F = \underbrace{\frac{3}{4}}_{(4)より} \iff A'F = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

CとFのy座標は等しいので. Fのy座標は $\frac{5}{2}$.

よって.

$$\underbrace{A'F}_{\frac{3}{5}} = \underbrace{Fのy座標}_{\frac{5}{2}} - A'のy座標$$

$$\therefore A'のy座標 = \frac{5}{2} - \frac{3}{5} = \frac{25-6}{10} = \frac{19}{10}$$

よって. A′のy座標は. $\frac{19}{10}$

4

(1) 作業1より

Aさん：18個，Bさん：14個

Cさん：x個，Dさん：$3x$個

よって玉を渡した合計は

$$18+14+x+3x=4x+32 \quad \text{(i)}$$

また作業3より　1回あたり4個の玉を取り出すので

y回取り出したときの玉の総数は $4y$

y回の作業で箱の玉が0個なので作業2での

玉の個数は$4y$個 (ii)

よって

$$4x+32+4y=100$$

$$\Leftrightarrow x+y=17 \quad \text{——①}$$

箱の中の玉は$4y$個で，これが0になったとき

$y=0$であるから①は $x=17$ となる。

よってCさんが持っている玉 (iii) エ は17個 (iv)

(2) 作業3の後の玉の持っている個数は

$B+D=54$個，$C=17$個 ((i)(iv)より)

なのでAが持っている玉の個数は

$$100-(54+17)=100-71$$

$$=29$$

Aは最初に玉を18個持っていたから

作業3の回数は $29-18=11$回

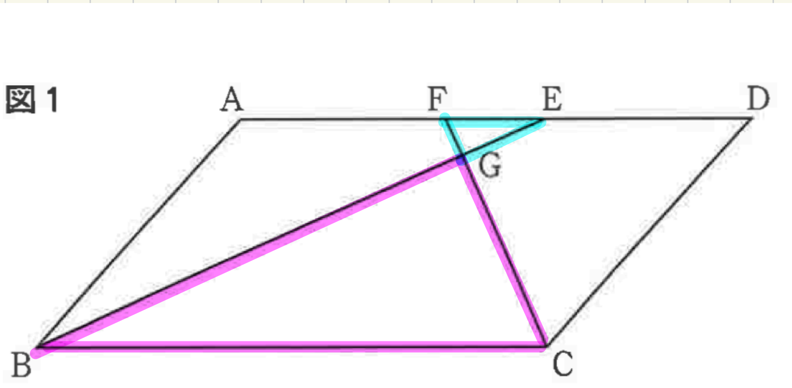
※作業3で、1回につき、1人あたり1個渡すので、
最後に持っていた玉の数 − 最初に持っていた玉の数
が、作業3の回数

Bは最初に14個持っていたから、作業3を11回
くり返した後は、$14+11=25$個 持っていることになる。

BとDの合計が54より、Dが持っている玉の数は、
$54-25=29$個

5

(1)

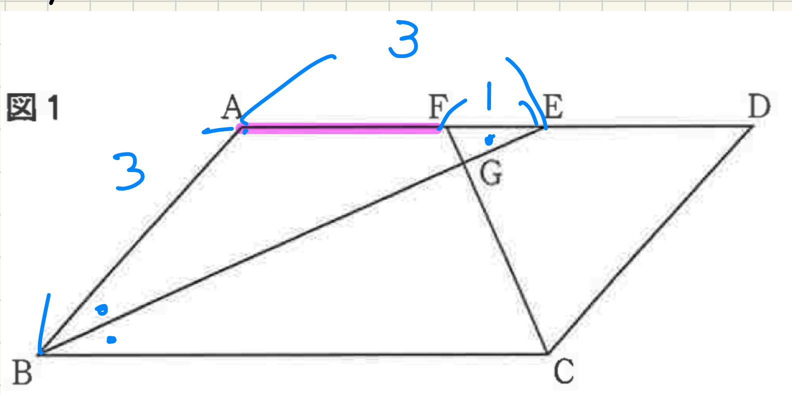


△BCGと△EFGにおいて、
対頂角は等しいから
(い) (う)
$\angle BGC = \angle EFG$ —— ①

平行線の錯角は等しいので、AD//BCから、
$\angle CBG = \angle FEG$ —— ②
(え) (お)

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle BCG \sim \triangle EFG$ (証明終わり)

(2)



$\angle ABE = \cdot$ と表すと、
$\angle ABE = \angle CBE$ より
$\angle CBE = \cdot$

また、AD//BC で錯角が等しいので

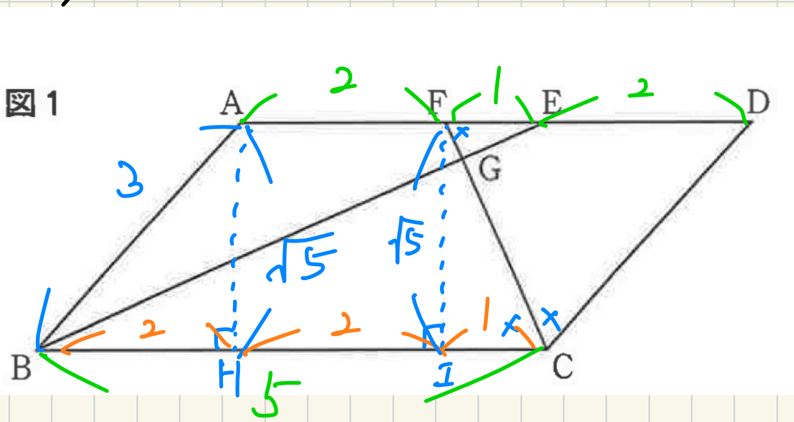
$\angle CBE = \angle AEB$ 　∴ $\angle AEB = \bullet$

よって、△ABE は二等辺三角形だから

$AE = AB = 3\,cm$

EF = 1cm より AF = 2cm

(3)



$\angle BCF = x$ と表すと、

$\angle BCF = \angle DCF$ より

$\angle DCF = x$

また、AD//BCで錯角が等しいので

$\angle BCF = \angle DFC$ 　∴ $\angle DFC = x$

よって、△DFC は二等辺三角形だから

$DC = DF = 3\,cm$

EF = 1cm より DE = 2cm

よって、$AD = 2+1+2 = 5\,cm$. 　$BC = AD = 5\,cm$.

A から BC に垂線を下ろした足を H、F から BC に垂線を下ろした足を I とする。$AH = FI = \sqrt{5}$.

△ABH で三平方の定理より

$BH = \sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}$ 　$= \sqrt{9-5}$

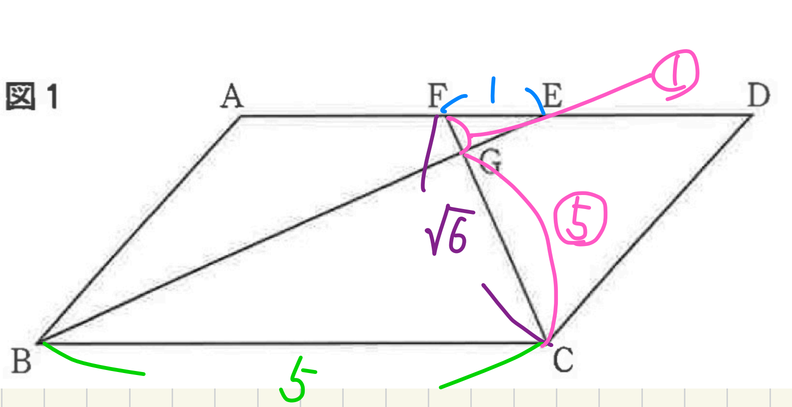
$= 2\,cm$ 　$= \sqrt{4} = 2$

また、$HI = AF = 2\,cm$. よって、

$IC = 5-4 = 1\,cm$

△FICで三平方の定理より

$$FC = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{5+1}$$
$$= \sqrt{6}$$



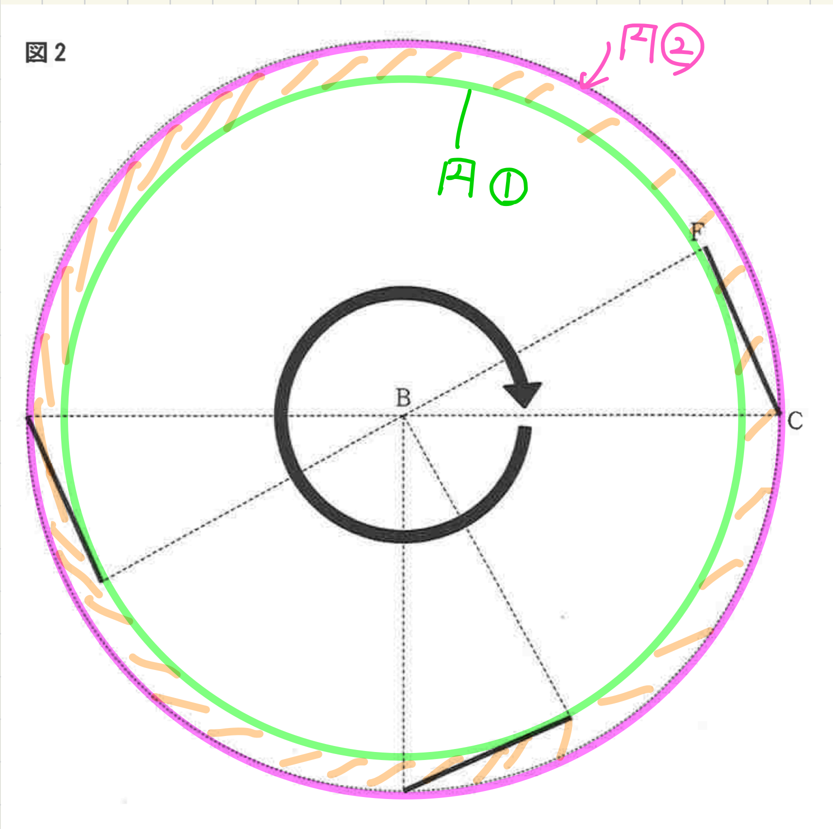
(1)より△BCG∽△EFG
だから.

$$CG : FG = \underbrace{BC}_{5} : \underbrace{EF}_{1}$$

よって $CG : FG = 5 : 1$
したがって.

$$FG = \frac{1}{5+1} \times \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{6}\ \text{cm}$$

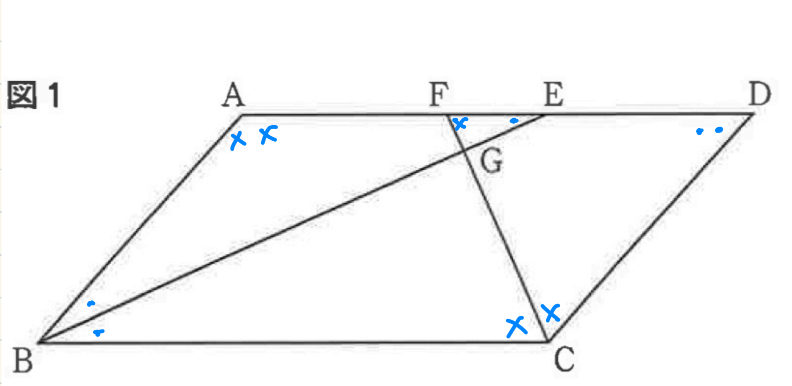
(4) 難問



求める面積
= 円② − 円①

円②
BからCFに対して最も遠い点を半径とした円

円①
BからCFに対して最も近い点を半径とした円.



BからCFに対して最も遠い点は、Cである。

また、BからCFに対して最も近い点は、BからCFに垂線を下ろしたときの足である。

$\angle ABE = \bullet$, $\angle BCF = \times$ とすると、$\angle ABC = \bullet\bullet$
$\angle BCD = \times\times$、平行四辺形の向かい合う角は等しいから、$\angle CDA = \bullet\bullet$, $\angle DAB = \times\times$

四角形の内角の和は 360° より

$$\bullet\bullet + \times\times + \bullet\bullet + \times\times = 360^\circ$$

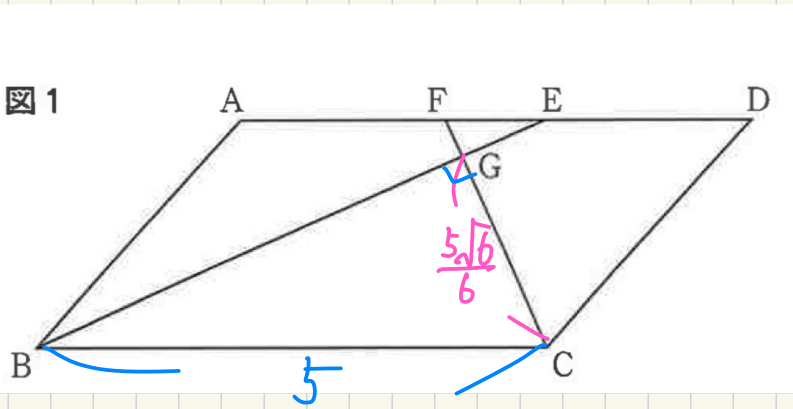
$$\Leftrightarrow \quad \bullet + \times = 90^\circ \quad (\bullet\bullet\bullet\bullet + \times\times\times\times = 360^\circ)$$

$\triangle GBC$ で、

$$\angle BGC + \underbrace{\bullet + \times}_{90^\circ} = 180^\circ$$

より、$\angle BGC = 90^\circ$

したがって、BからCFに垂線を下ろした足はGである。



(3) より

$CF = \sqrt{6}$, $CG : GF = 5 : 1$

だから

$$CG = \frac{5}{5+1} \times \sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

したがって、$\triangle GBC$ で三平方の定理より

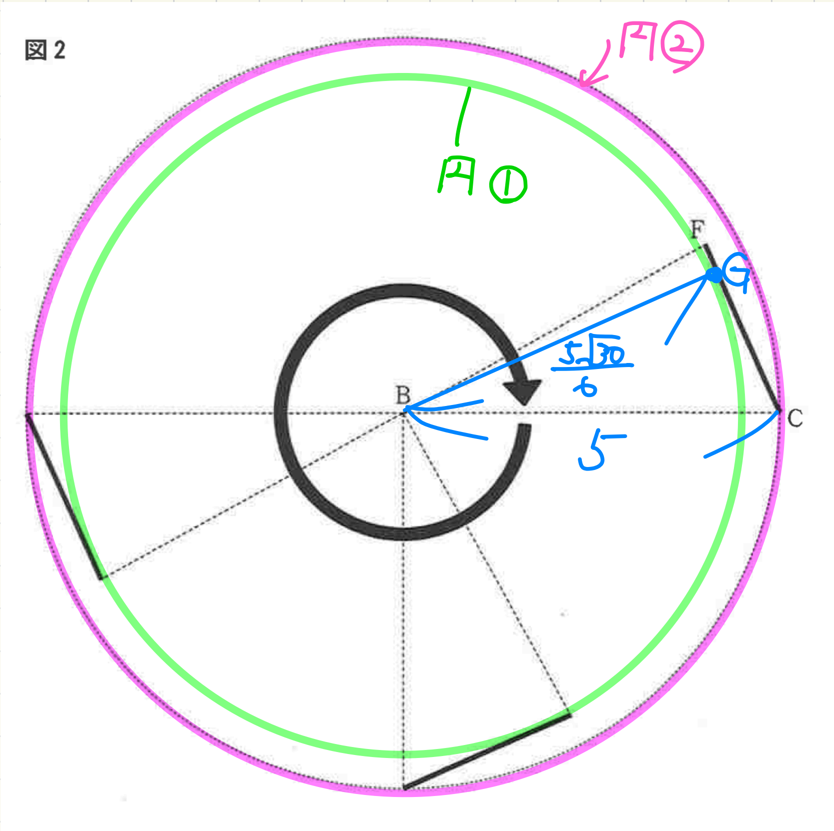
$$BG = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5\sqrt{6}}{6}\right)^2}$$

$$= \sqrt{25 - \frac{150}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{900 - 150}{36}}$$

$$= \frac{\sqrt{750}}{6}$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{6} \text{ cm}$$



よって求める面積は.

$$5 \times 5 \times \pi - \frac{5\sqrt{30}}{6} \times \frac{5\sqrt{30}}{6} \times \pi$$

$$= 25\pi - \frac{750}{36}\pi$$

$$= \frac{900 - 750}{36}\pi$$

$= \frac{150}{36}\pi$

$= \frac{25}{6}\pi\ cm^2$

6

(1) 81個 ÷ 3.24 cm^2 = 25 個/cm^2 なので、ランク表よりやや多い イ

(2)

ア：多い ⇒ 30以上50未満 なので 4月1日のランクは

$$30 \leqq 50 - a^2 < 50 \text{ ―― ①}$$

が $-4 \leqq a \leqq 4$ で常に成り立つかを考える。

$a = 0$ のとき $50 - a^2 = 50 - 0^2 = 50$ となり①を満たさない。よって、アは正しくなく、反例は $a=0$

イ：$-4 \leqq a \leqq 4$ で $50 + a < 50 + (a + 2.5)$ ―― ① が常に成り立つかを考える

①の両辺 −50 をすると、

$$a < a + 2.5$$

より常に成り立つ。よって、イは正しい！

(3)

① 表2より平均値は、

$$\frac{-1+3-1-5+4}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

基準値は、30.0個/cm^2より、第2週の平均値は、

$$30.0+0=30.0\text{個}/cm^2$$

② 表2、表3より平均値は、

$$\frac{-1+3-1-5+4-2x^2+6-4x+5+11+x+13+7}{10}$$

$$=\frac{-2x^2-3x+42}{10}$$

基準値は、30.0個/cm^2より第3週の平均値は、

$$30+\frac{-2x^2-3x+42}{10}$$

であり、これが、34.0個/cm^2になるので、

$$30+\frac{-2x^2-3x+42}{10}=34$$

$$\Leftrightarrow -2x^2-3x+42=40$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+3x-2=0$$

解の公式より

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{4}$$

$$=\frac{-3\pm5}{4}$$

$$=-2,\frac{1}{2}$$

30〜50

(ア) $x=-2$ のとき.

月曜日：$-2\times(-2)^2+6=-8+6=-2$

基準値は30.0個/cm^2 より

$30-2=28$ 個/cm^2

これは「やや多い」に該当し. 問題文から不適切

(イ) $x=\frac{1}{2}$ のとき.

月曜日：$-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+6=\frac{11}{6}>0$

火曜日：$-4\times\frac{1}{2}+5=3>0$

木曜日：$\frac{1}{2}+13=\frac{27}{2}>0$

よって月～金ですべてプラスの値となるから基準値

30.0個/cm^2 より多い ⇒すべての曜日で「多い」となる

よって. $x=\frac{1}{2}=0.5$

また.基準値を40.0個/cm^2 にしたとき.表3の各曜日

から.10を引けば良いので

月曜日：$-2x^2+6-10=-2x^2-4$

火曜日：$-4x+5-10=-4x-5$

水曜日：$11-10=1$

木曜日：$x+13-10=x+3$

金曜日：$7-10=-3$.

となる

ここで $x=\frac{1}{2}$ だから.

月曜日 : $-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-4=-\frac{1}{2}-4=-\frac{9}{2}=-4.5$
火曜日 : $-4\times\left(\frac{1}{2}\right)-5=-2-5=-7$
水曜日 : 1
木曜日 : $\frac{1}{2}+3=\frac{7}{2}=3.5$

金曜日 : -3
よって、基準値との差が最も大きくなるのは木曜日の
3.5 である
(i)
また、これらの和は
$$-4.5-7+1+3.5-3=-10$$ (ii)

(参考)
基準値が 30.0 個/cm^2 で、基準との差が 5 のとき
$$30+5=35.0\text{ 個}/cm^2$$
基準値が 40.0 個/cm^2 とすると、基準との差は、
$$35-40=-5$$
基準が 10 増えると、基準との差は 10 減る。