2025年度　京都府

数学

kmkm

1.

(1) 与式 $= 11 - \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4$

$= 11 - (-2)$

$= 13$

(2) 与式 $= \dfrac{2(5x-1)-(-x+2)}{12}$

$= \dfrac{10x-2+x-2}{12}$

$= \dfrac{11x-4}{12}$

(3) 与式 $= 8 \times 1 + 8 \times \sqrt{8} - \sqrt{8} \times 1 - \sqrt{8} \times \sqrt{8}$

$= 8 + 8\sqrt{8} - \sqrt{8} - 8$

$= 7\sqrt{8}$ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$= 14\sqrt{2}$

(4) 中心角を$x°$とすると.

$9 \times 2 \times \pi \times \dfrac{x}{360} = 10\pi$

$\Leftrightarrow 18 \times \dfrac{x}{360} = 10$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{360} = \dfrac{10}{18}$

$\therefore x = \dfrac{10}{18} \times 360 = 200$

よって. 中心角は$200°$

(15) $\begin{cases} x = -9y - 3 & \text{—— ①} \\ \frac{1}{3}x = 3y + 3 & \text{—— ②} \end{cases}$

①を②に代入して

$$\frac{1}{3}(-9y-3) = 3y+3$$

$$\Leftrightarrow -3y - 1 = 3y + 3$$

$$\Leftrightarrow -6y = 4$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}$$

$y = -\frac{2}{3}$ を①に代入して.

$$x = -9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 3$$

$$= 6 - 3$$

$$= 3$$

よって. $x = 3$. $y = -\frac{2}{3}$

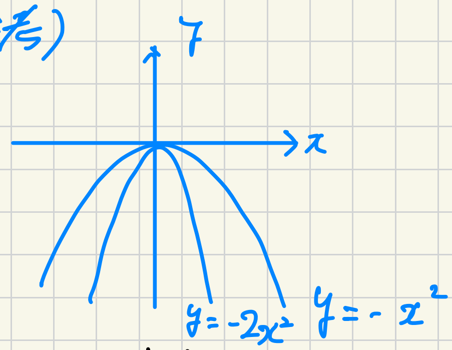
(6) 与式 $= a(x^2 - 5x - 24)$

$$= a(x+3)(x-8)$$

(7) $y = -\frac{2}{7}x^2$ において. $-\frac{2}{7}$ は負の数だから. グラフは上に凸のグラフになる. また. $y = -7x^2$ において. -7 は負の数だから. グラフは上に凸のグラフになる.
よって. (ウ) または (エ) である.

ここで $\frac{2}{7} < 7$ であるから、$\frac{2}{7}$ の方が、グラフの開き具合は大きい。よって (ウ)

(参考)



↓

$1 < 2$ より
$y=-x^2$ の方が
$y=-2x^2$ より
開きは大きい

(8) データを小さい順に並べると、

35　41　|　43　45　48　50　52　|　56　57

第1四分位数　中央値　第3四分位数

$$第3四分位数 = \frac{56+52}{2} = 54$$

$$第1四分位数 = \frac{43+41}{2} = 42$$

よって、

$$四分位範囲 = 第3四分位数 - 第1四分位数$$
$$= 54 - 42$$
$$= 12 点$$

2.

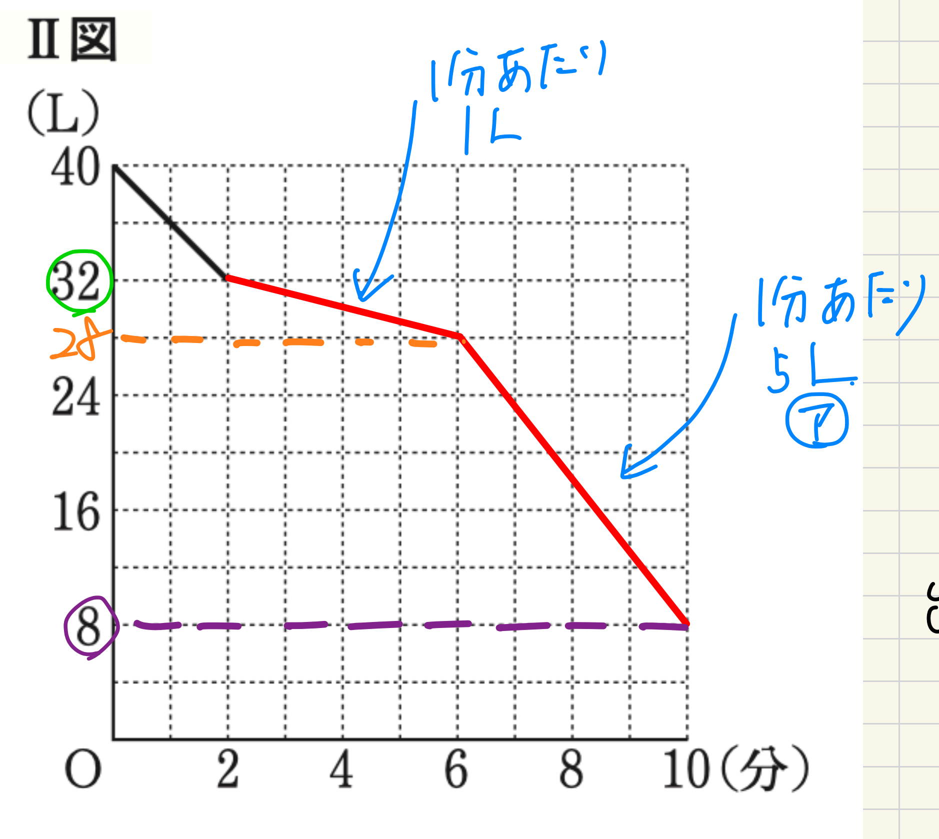
(1)

0分〜2分：Aのみが開く ⇒ 1分あたり4Lの水が出る

2分〜6分：Bのみが開く ⇒ 1分あたり1Lの水が出る

6分〜10分：A,Bが開く ⇒ 1分あたり5Lの水が出る。

10分以降は、A, Bともに閉めるので、水そうから水が出ることはない。



2〜6分の4分間で、
1分あたり1Lの水が出る
から、6分後は
$32 - 1 \times 4 = 28$ L

6〜10分の4分間で
1分あたり5Lの水が
出るから、10分後は
$28 - 5 \times 4 = 8$ L

(2) 15Lのとき、㋐のグラフであるから、㋐の直線の式を求める。$y = ax + b$ とおくと、$(6, 28)$、$(10, 8)$を通るから

$$\begin{array}{rl} 28 = 6a + b & \text{——①} \\ -)\ 8 = 10a + b & \text{——②} \\ \hline 20 = -4a & \\ a = -5 & \end{array}$$

$a = -5$ を①に代入して、

$28 = 6 \times (-5) + b \quad \therefore b = 58$

よって、$y = -5x + 58$ で、$y = 15$ を代入して、

$15 = -5x + 58$

$\Leftrightarrow 5x = 43$

$x = \dfrac{43}{5} = 8\dfrac{3}{5}$

ここで.

$$\times\frac{3}{5}\left(\begin{array}{l} 1分 \longrightarrow 60秒 \\ \frac{3}{5}分 \longrightarrow ?秒 \end{array}\right)\times\frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow ? = 60 \times \frac{3}{5} = 36$$

よって $4\frac{3}{5}$分 は 4分36秒

3.

樹形図は以下の通り

A	B	C	a+b	6a+9b+6
1	0	2	1	6+0+6=12
		3	1	6+0+6=12
	5	2	6	6+45+6=57
		3	6	6+45+6=57
	10	2	11	6+90+6=102
		3	11	6+90+6=102

A	B	C	a+b	6a+9b+6
4	0	2	4	24+0+6=30
		3	4	24+0+6=30
	5	2	9	24+45+6=75
		3	9	24+45+6=75
	10	2	14	24+90+6=120
		3	14	24+90+6=120

A	B	C	$a+b$	$6a+9b+6$
7	0	2	7	$42+0+6=48$
		3	7	$42+0+6=48$
	5	2	12	$42+45+6=93$
		3	12	$42+45+6=93$
	10	2	17	$42+90+6=138$
		3	17	$42+90+6=138$

玉の取り出し方は、18通り

(1) $a+b$ が c で割り切れるのは 7通り

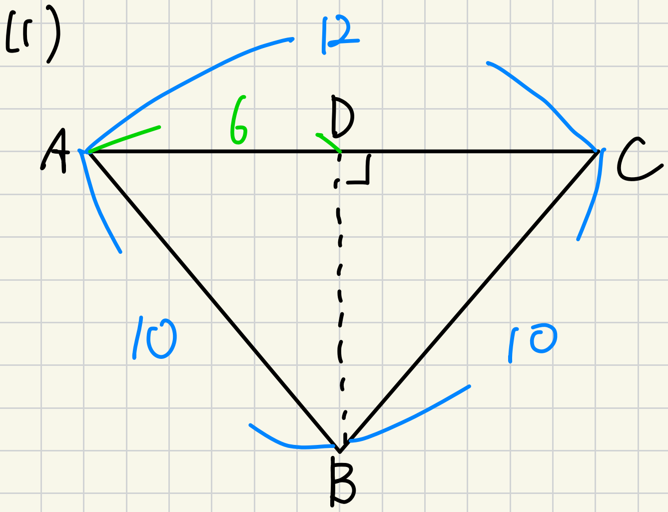
よって、求める確率は $\frac{7}{18}$

(2) $6a+9b+6$ が c で割り切れるのは 15通り

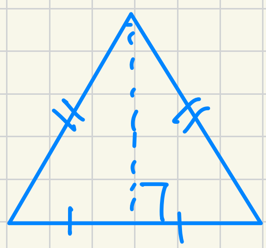
よって、求める確率は $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$

4

(1)



△ABCは二等辺三角形より



DはACの中点

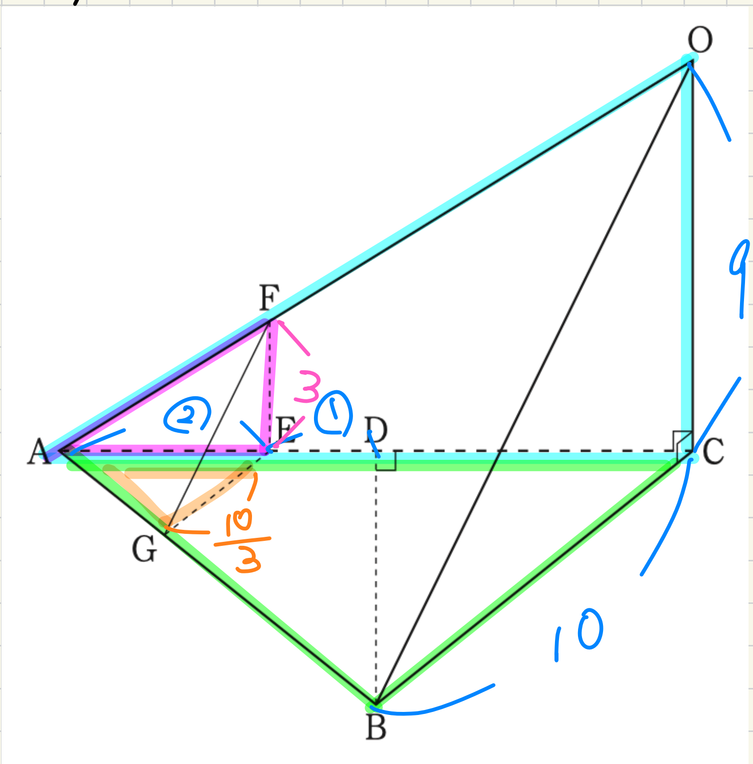
よって

$AD = 6cm$

△ABDで三平方の定理より

$BD = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8cm$

(2)



△AEFと△ACOにおいて、
EF // CDより同位角が等しいので、

∠AEF = ∠ACO ── ①
∠AFE = ∠AOC ── ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△AEF ∽ △ACO
よって、

AE : AC = EF : CO

ここで AE : ED = 2 : 1、AD = 6cm より

$$AE = \frac{2}{2+1} \times 6 = \frac{2}{3} \times 6 = 4\text{cm}$$

$$ED = 6 - 4 = 2\text{cm}$$

よって、AE : AC = 4 : 12 = 1 : 3
したがって、

1 : 3 = EF : 9 ⇔ 3EF = 9 ∴ EF = 3cm
AE : AC

△AGEと△ABCにおいて、
GE // BCより同位角が等しいので、

∠AGE = ∠ABC ── ③
∠AEG = ∠ACB ── ④

③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、
△AGE ∽ △ABC

よって、

$$GE : \underbrace{BC}_{10} = \underbrace{AE : AC}_{1 : 3} \iff 3GE = 10$$

$$\therefore GE = \frac{10}{3}$$

したがって、△EFGの面積は

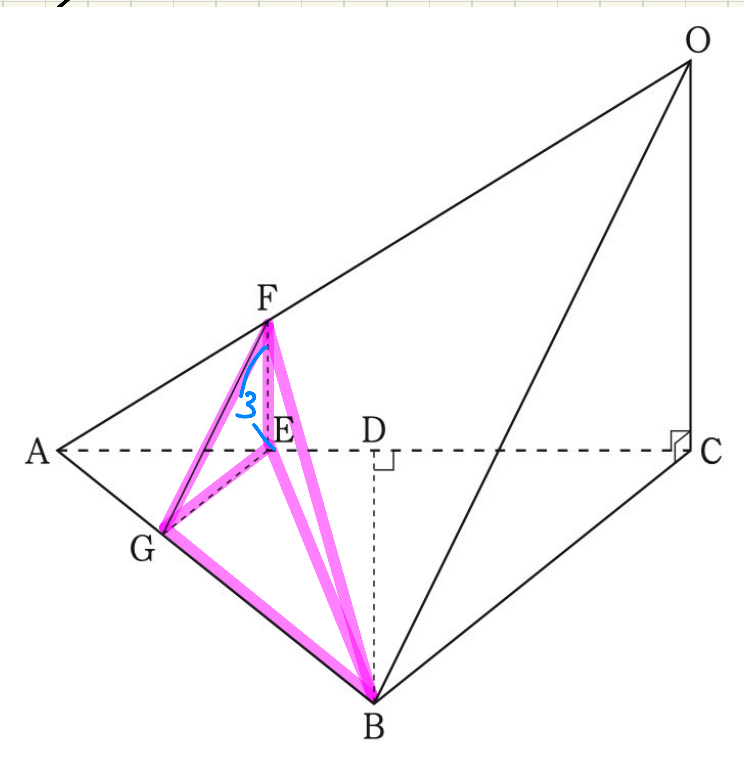
$$\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{10}{3} = 5\,\text{cm}^2$$

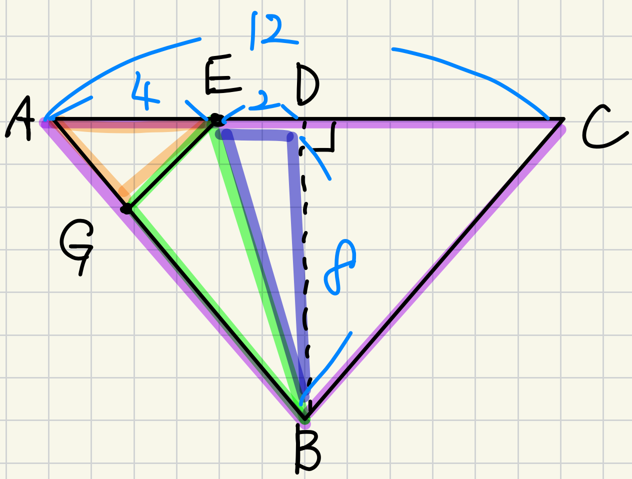
(参考)

EF // 面OBC より EF // CO

EG // 面OBC より EG // CB.

(3)





△AGE と△ABC において、

GE // BC より同位角が等しいので、

∠AGE = ∠ABC ——①

∠AEG = ∠ACB ——②

①、②より2角の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AGE \backsim \triangle ABC$.

相似比は $AE : AC = 1:3$

ここで

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$

であり、相似な図形の面積比は、相似比の2乗に等しいので

$\triangle AGE : \triangle ABC = 1:3^2$

$ 48 = 1:9$

$\Leftrightarrow 9 \times \triangle AGE = 48$

$\therefore \triangle AGE = \frac{16}{3}$

また

$\triangle EBD = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

よって

$\triangle EGB = \triangle ABD - \triangle AGE - \triangle EBD$

$= 24 - \frac{16}{3} - 8$

$= 16 - \frac{16}{3}$ $= \frac{48}{3} - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$

$= \frac{32}{3}$

よって、三角錐BEFGの体積は、△EGBを底面とすると、

$$\frac{32}{3}\times 3\times \frac{1}{3}=\frac{32}{3} \quad \text{——③}$$

また、三角錐BEFGの体積は、△EFGを底面としたときの高さを x cm とすると、

$$\underbrace{5}_{\triangle EFG}\times x\times \frac{1}{3}=\frac{5}{3}x \quad \text{——④}$$

③＝④だから

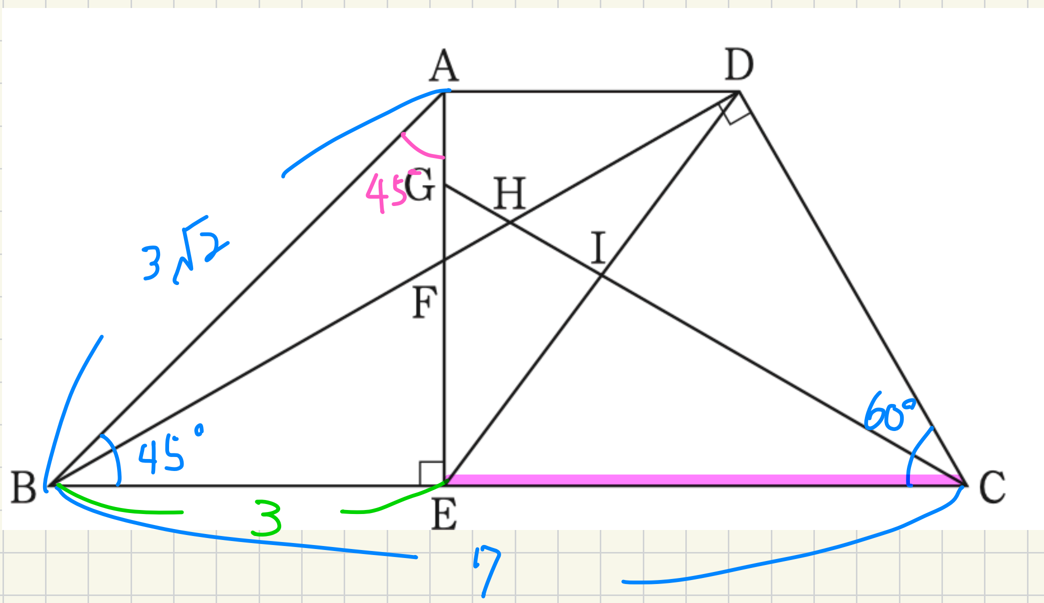
$$\frac{32}{3}=\frac{5}{3}x$$

$$\Leftrightarrow\ 5x=32 \qquad \therefore x=\frac{32}{5}$$

よって、高さは $\frac{32}{5}$ cm

5

(1)



△ABEにおいて．

$\angle BAE = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ)$

$= 180^\circ - 135^\circ$

$= 45^\circ$

よって．△ABEは．直角二等辺三角形なので．

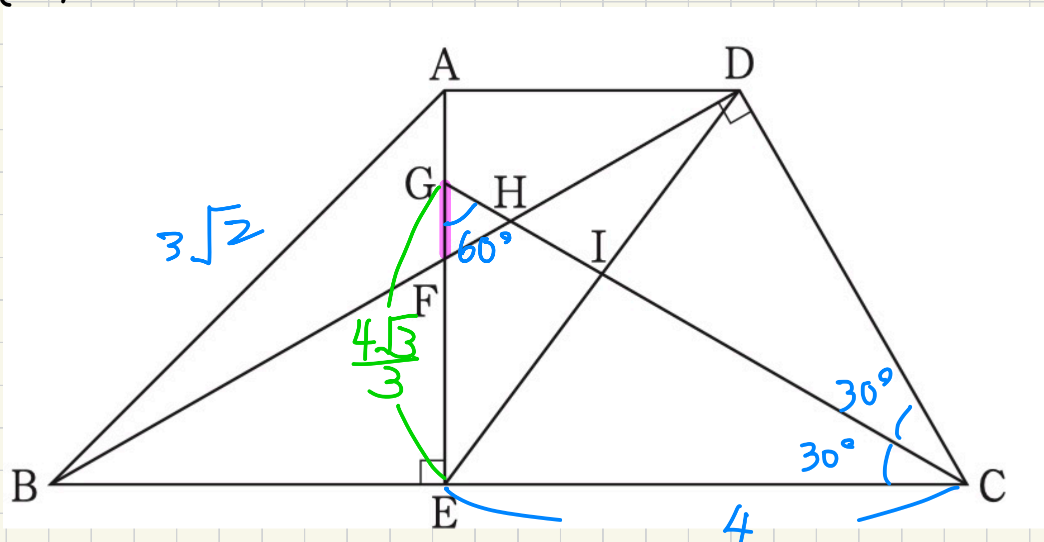
$AE : BE : \underbrace{AB}_{3\sqrt{2}} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow BE : 3\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}BE = 3\sqrt{2}$ $\quad \therefore BE = 3\,\text{cm}$

よって．$CE = 17 - 3 = 4\,\text{cm}$

(2)



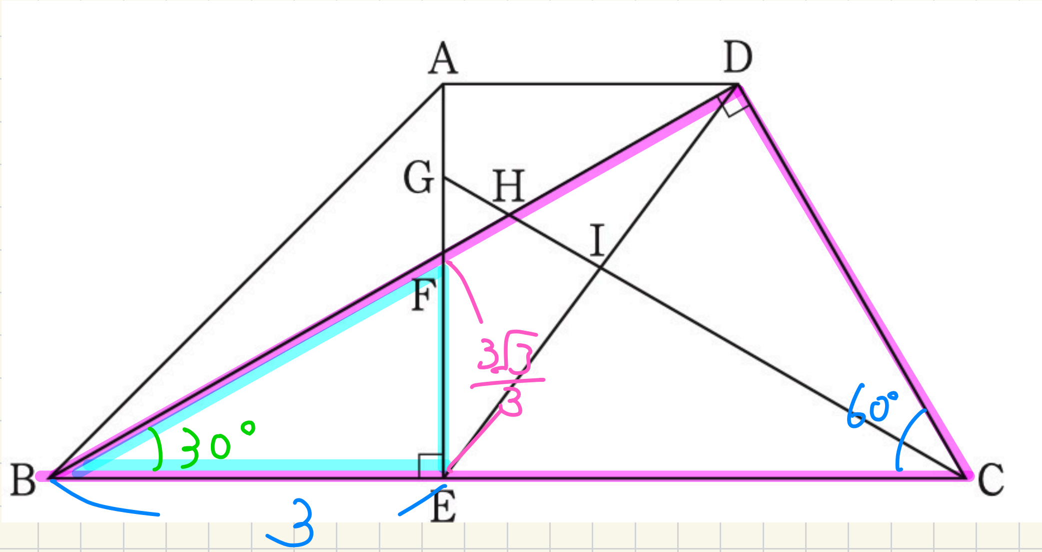
△GECにおいて．30°－60°－90°の直角三角形より．

$GE : GC : \underbrace{EC}_{4} = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow GE : 4 = 1 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}GE = 4$

$GE = \dfrac{4}{\sqrt{3}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$



△DBCにおいて、

$$\angle DBC = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$$
$$= 180^\circ - 150^\circ$$
$$= 30^\circ$$

よって、△FBEは、30°−60°−90°の直角三角形より

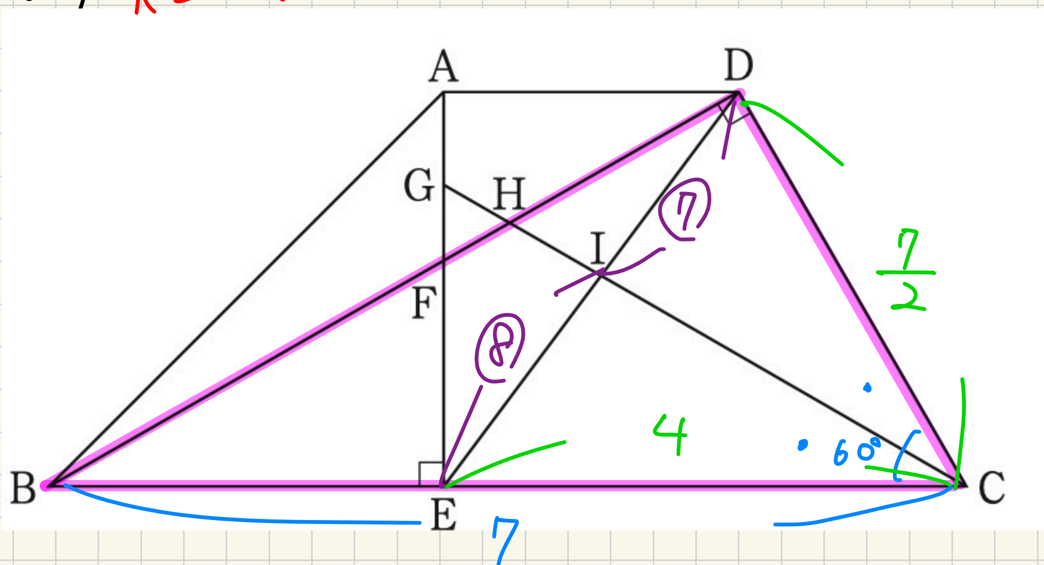
$$FE : FB : \underbrace{BE}_{3} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow FE : 3 = 1 : \sqrt{3}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, FE = 3$$
$$FE = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

よって、

$$FG = GE - FE$$
$$= \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{3}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}$$

(3) 難問

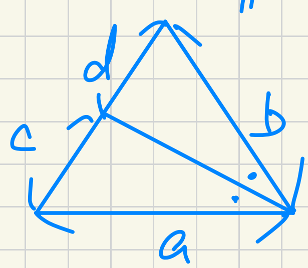


$\triangle BCD$は、$30°-60°-90°$の直角三角形より

$CD : \underbrace{CB}_{7} : BD = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow CD : 7 = 1 : 2$

$\Leftrightarrow 2CD = 7 \quad \therefore CD = \frac{7}{2}$ cm

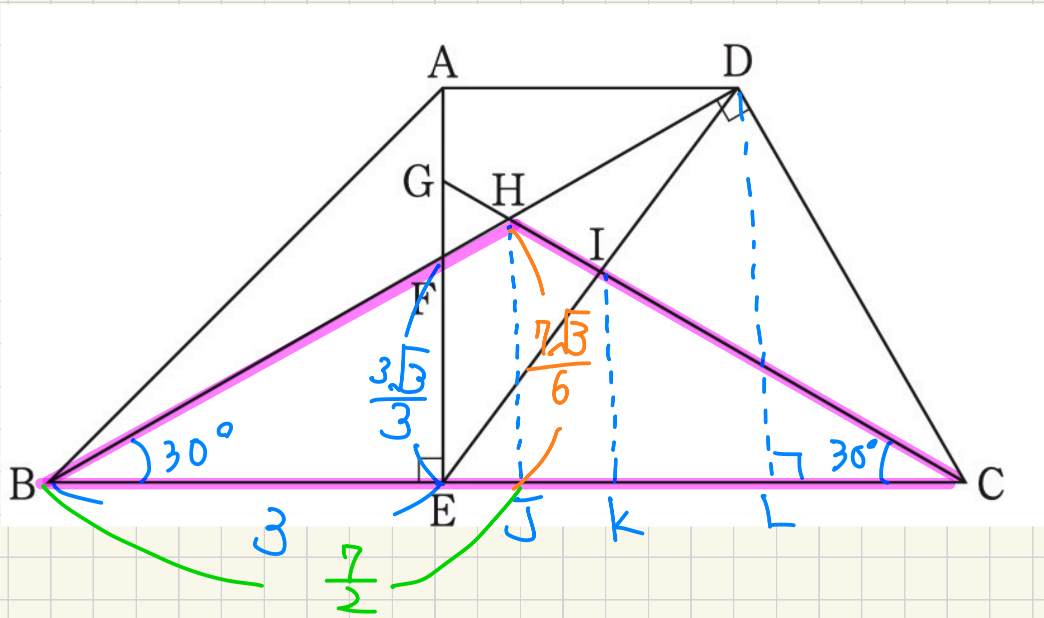


また、CIは∠DCEの二等分線より

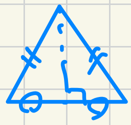
$DI : IE = CD : CE$

$= \frac{7}{2} : 4$

$= 7 : 8$



HからBCに垂線を下ろした足をJ
IからBCに垂線を下ろした足をK
DからBCに垂線を下ろした足をL　とする。



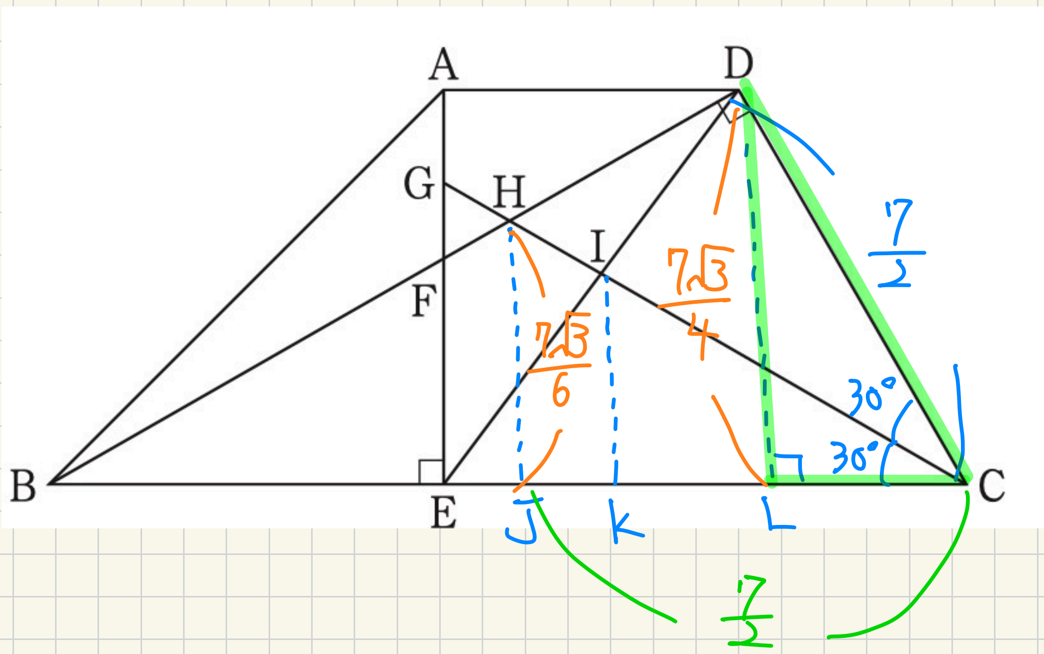
△HBCは二等辺三角形なので、JはBCの中点、
BC=7cmより

$$BJ = \frac{7}{2}\text{cm}$$

△FBEと△HBJにおいて、
共通な角より $\angle FBE = \angle HBJ$ ——①
また、$\angle BEF = \angle BJH = 90^\circ$ ——②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle FBE \sim \triangle HBJ$
よって、

$$\underbrace{BE}_{3} : \underbrace{BJ}_{\frac{7}{2}} = \underbrace{FE}_{\frac{3\sqrt{3}}{3}} : HJ$$

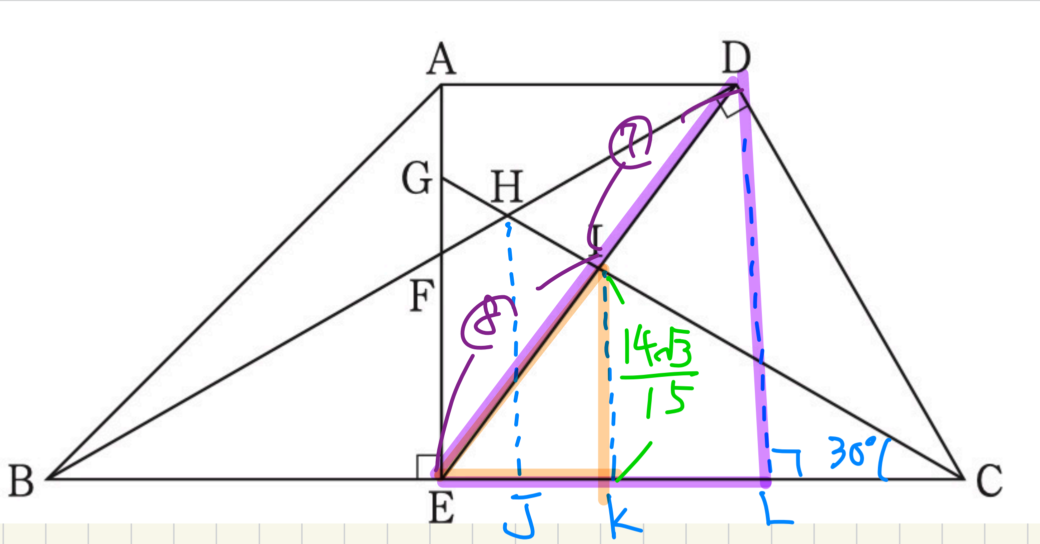
$$\Leftrightarrow 3HJ = \frac{21\sqrt{3}}{6} \qquad \therefore HJ = \frac{7\sqrt{3}}{6}\text{cm}$$



次に、△DLCは30°−60°−90°の直角三角形より

$LC : \underset{\frac{7}{2}}{CD} : DL = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\frac{7}{2} : DL = 2 : \sqrt{3} \iff 2DL = \frac{7\sqrt{3}}{2} \quad \therefore DL = \frac{7\sqrt{3}}{4}$



△DELと△IEKにおいて、

共通な角より ∠DEL＝∠IEK ―― ③

また ∠ELD＝∠EKI＝90° ―― ④

③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、

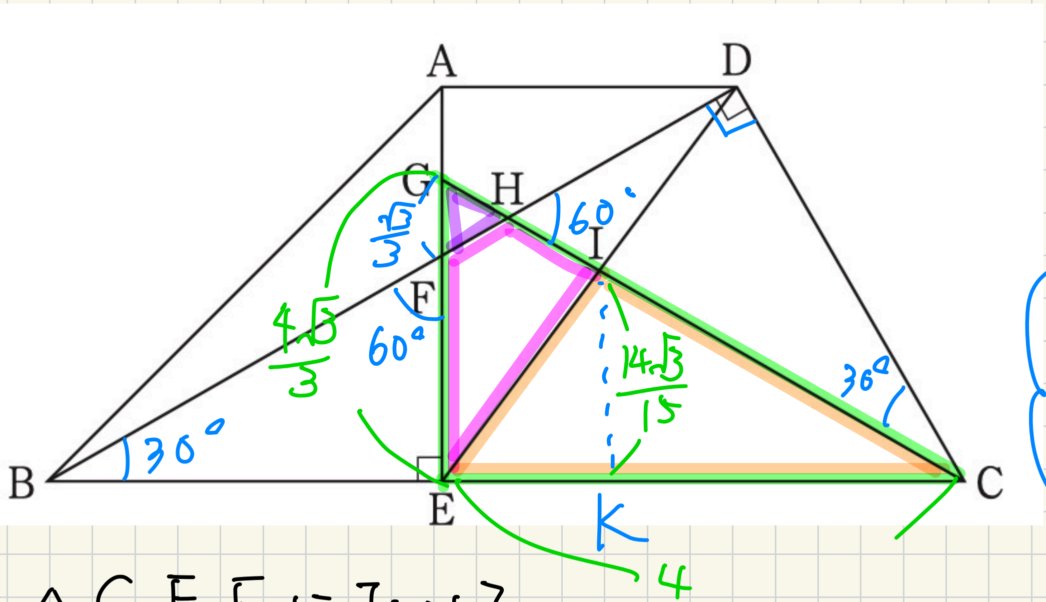
△DEL ∽ △IEK

したがって、

$\underset{\frac{7\sqrt{3}}{4}}{DL} : IK = 15 : 8$

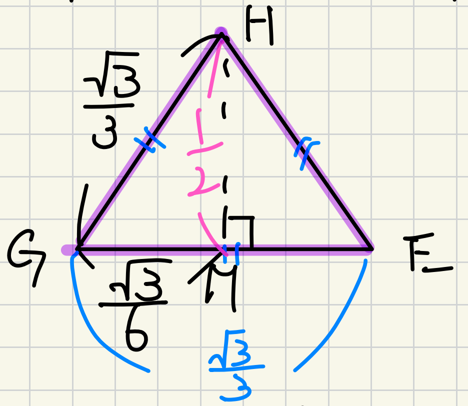
$\iff 15IK = 14\sqrt{3}$

$\therefore IK = \frac{14\sqrt{3}}{15}$



$\angle BFE = 60°$
$\angle CHD = 60°$
で対頂角は等しい

△GFEにおいて、
$\angle GFH = 60°$, $\angle FHG = 60°$ より
△GFEは正三角形。



HからGEに垂線を下ろした足をMとすると、MはGEの中点より

$$GM = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

よって、△HGMで三平方の定理より

$$HM = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{9} - \frac{3}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{12-3}{36}} = \sqrt{\frac{9}{36}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

求める面積 $= \triangle GEC - \triangle HGE - \triangle IEC$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{14\sqrt{3}}{15}$$

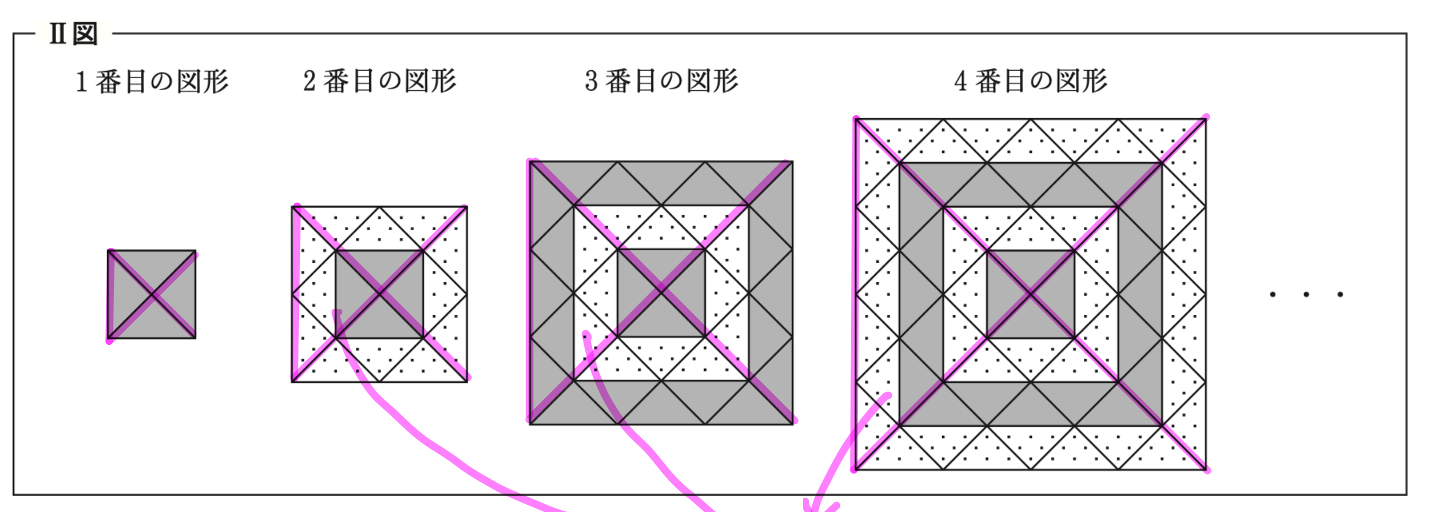
$$= \frac{8\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{12} - \frac{28\sqrt{3}}{15}$$

$$= \frac{160\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 112\sqrt{3}}{60}$$

$$= \frac{43\sqrt{3}}{60} \text{cm}^2$$

6.

(1)



4等分してそのうちの1つ分の数を考える。

1番目：A 1枚　(計 1枚)

2番目：A 1枚 B 3枚　(計 4枚)

3番目：A 1枚 B 3枚 A 5枚　(計 9枚)

4番目：A 1枚, B 3枚 A 5枚 B 7枚　(計 16枚)

+2　+2　+2

⋮

○番目の平方数

規則性より

5番目：A 1枚, B 3枚, A 5枚, B 7枚, A 9枚

+2　+2　+2　+2

⇒ A は合計で 1+5+9 = 15枚

よって、5番目のAの総数は

$15 \times 4 = 60$枚

↑4分割したうちの1つ分

6番目：A1枚、B3枚 A5枚 B7枚 A9枚 B11枚

+2 +2 +2 +2 +2

⇒Bは合計で $3+7+11=21$枚

よって6番目のBの総数は

$21 \times 4 = 84$枚

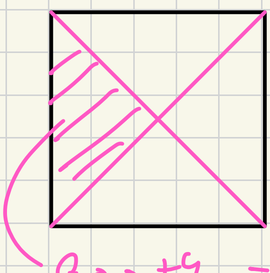
↑4分割したうちの1つ分

(2)

4分割したAとBの合計は平方数であるから、

$3600 \div 4 = 900 = 30^2$

よって $n = 30$



900枚 $=30^2$

30番目

A1 B3 A5 B7 A9 B11 A13 B15 A17 B19

A21 B23 A25 B27 A29 B31 A33 B35 A37 B39

A41 B43 A45 B47 A49 B51 A53 B55 A57 B59

よって、Aの合計は

$1+5+9+13+17+21+25+29+33+37+$

$41+45+49+53+57$

$= \underbrace{58 \times 7}_{} + 29 = 435$

同じ色の下線を足すと58でそれが7組

よってAの総数は

$435 \times 4 = 1740$枚

4分割したうちの1つ分