2025年度　奈良県
数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1)

① 与式 $= 2 - 7$

$= \underline{-5}$

② 与式 $= -25 \div 4$

$= \underline{-\dfrac{25}{4}}$

③ 与式 $= \dfrac{3a^2b \times 2a}{6b}$

$= \underline{a^3}$

④ 与式 $= x^2 + 1 - (x^2 - 4x + 4)$

$= x^2 + 1 - x^2 + 4x - 4$

$= \underline{4x - 3}$

(2) $\begin{cases} 6x - y = 13 & \text{——①} \\ 2x + 3y = 1 & \text{——②} \end{cases}$

① − ② × 3 より

$$\begin{array}{rl} 6x - y & = 13 \\ -)\ 6x + 9y & = 3 \\ \hline -10y & = 10 \end{array}$$

$\therefore y = -1$

$y = -1$ を ① に代入して

$6x - (-1) = 13$

$\Leftrightarrow 6x + 1 = 13$

$\Leftrightarrow 6x = 12$

$\therefore x = 2$

よって. $\underline{x = 2,\ y = -1}$

(13) 2乗すると

$2.5^2 < a < 16 \Leftrightarrow 6.25 < a < 16$

これを満たす a は

$a = 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$

なので 9個

(4) 7月：定価の30%引きなので

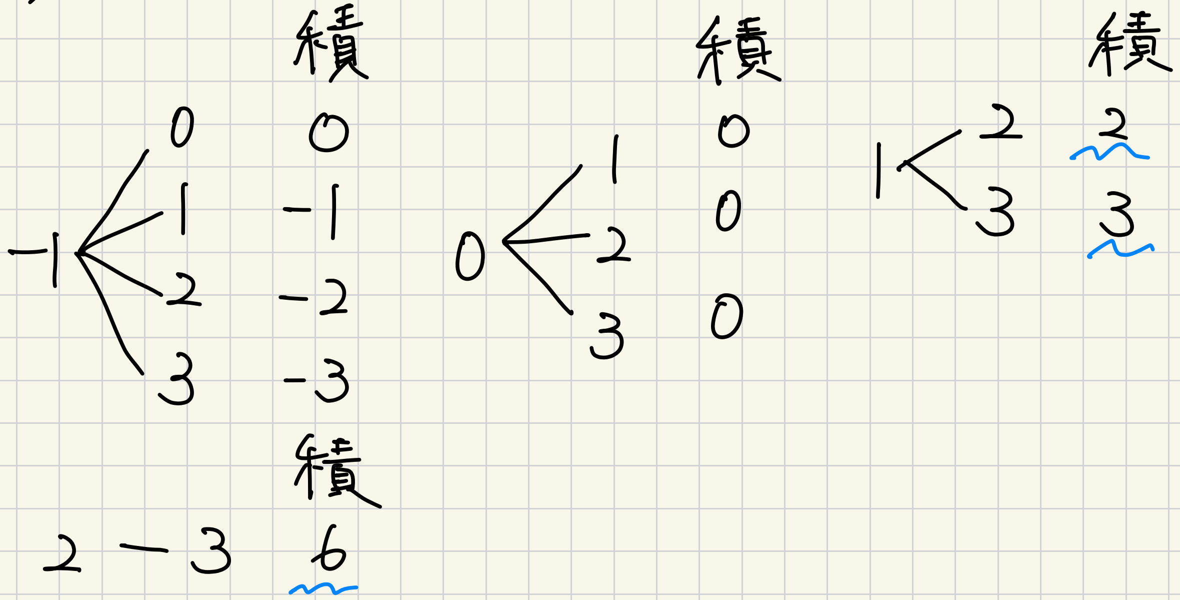
$(1-0.3)x = 0.7x$

8月：7月の10%引きなので

$(1-0.1)\times 0.7x = 0.9\times 0.7x$

$= 0.63x \quad \left(= \dfrac{63}{100}x\right)$

(15) 樹形図は以下の通り

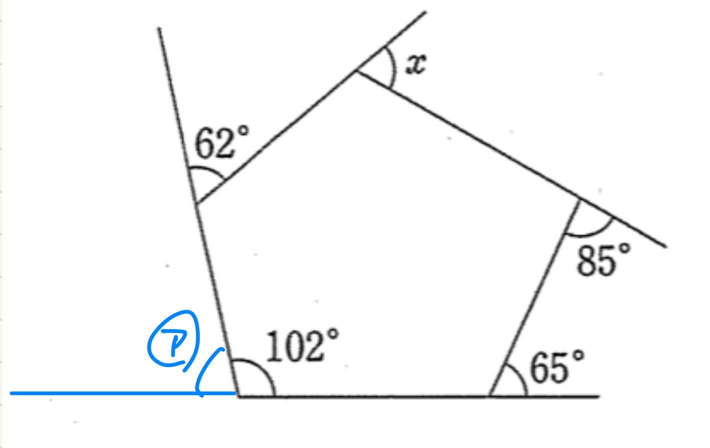


カードの取り方は全部で10通り、そのうち積が自然数となるのは3通り。

よって求める確率は $\dfrac{3}{10}$

(6)

図 2



㋐ $= 180° - 102° = 78°$

多角形の外角の和は360°だから

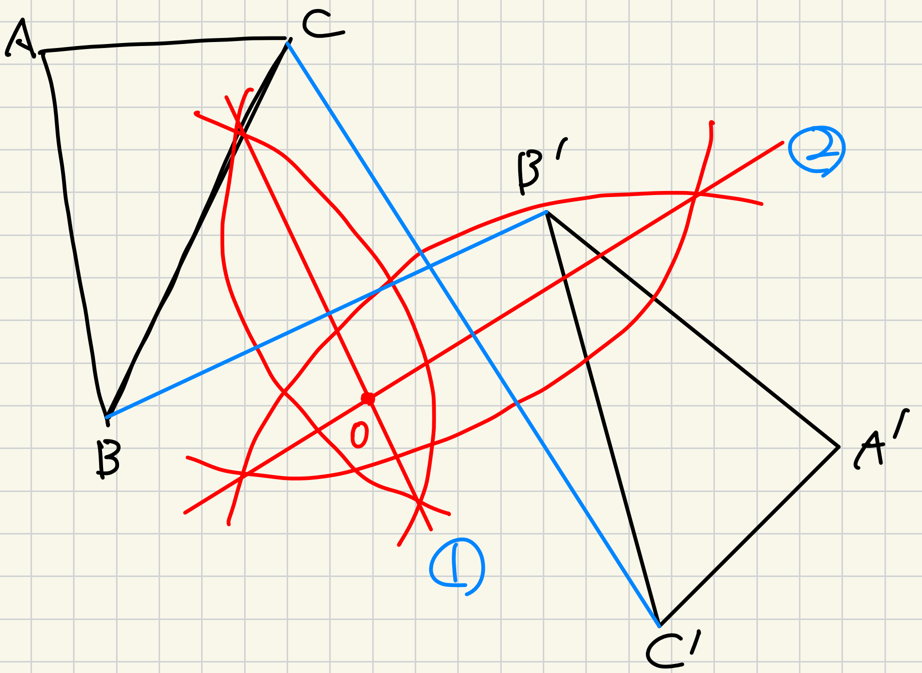
$x + 62 + ㋐ + 65 + 85 = 360$

$\Leftrightarrow x = 360 - (62 + 78 + 65 + 85)$

$= 360 - 290$

$= 70°$

(7)

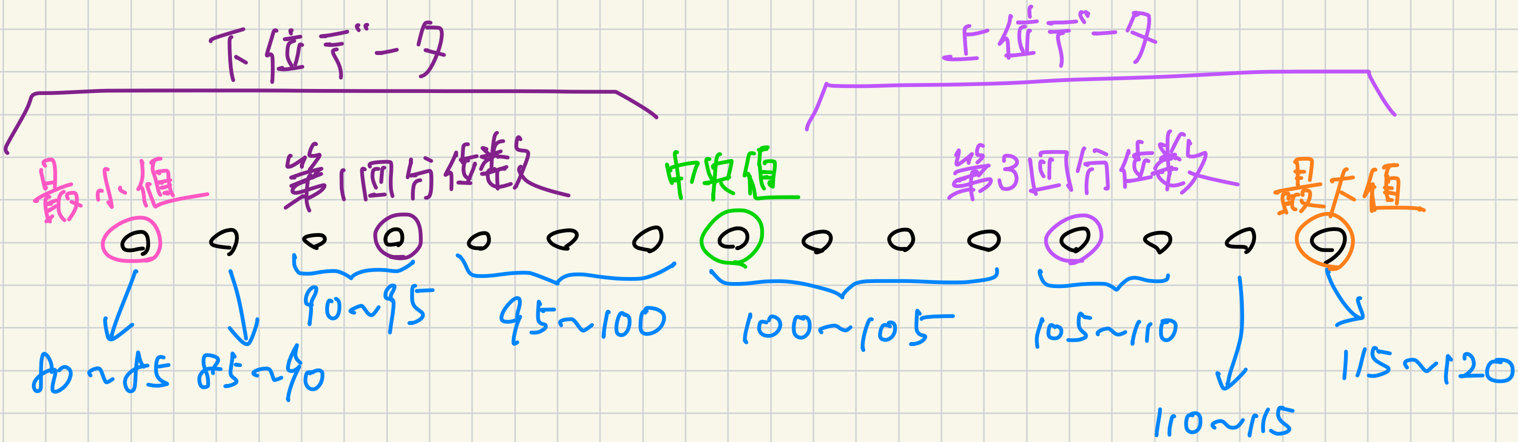


① BB' の垂直二等分線を描く

② CC' の垂直二等分線を描く.

①, ② の交点が作図する点 O.

(8) データを小さい順に並べると.

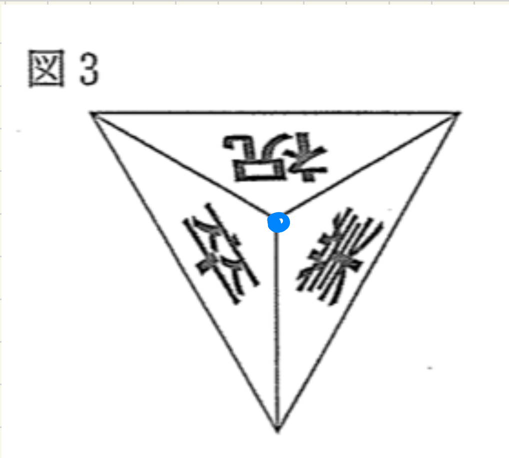


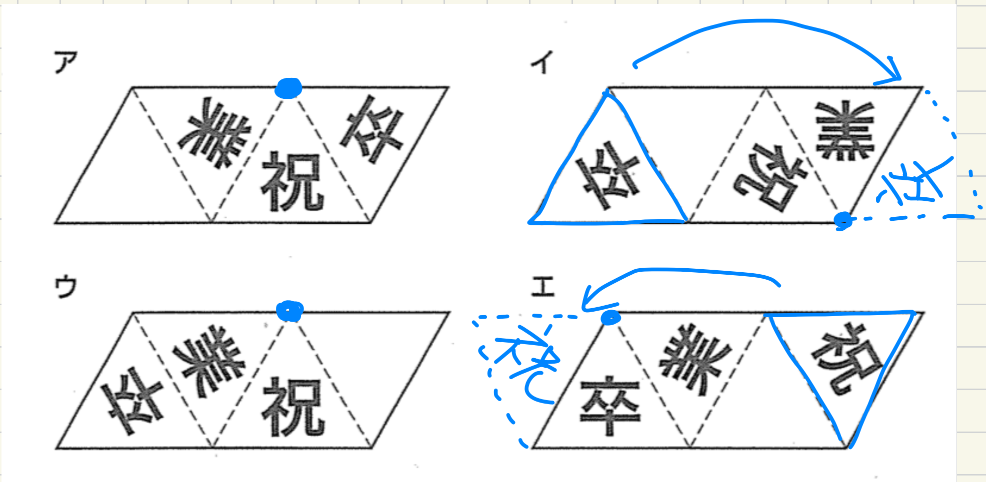
最小値：80～85
第1四分位数：90～95
中央値：100～105
第3四分位数：105～110
最大値：115～120

すべてを満たす箱ひげ図は エ

$\boxed{2}$

(1) ①





→ 3文字の頭に頂点がくる

ア：「業」の向きが異なるため誤り

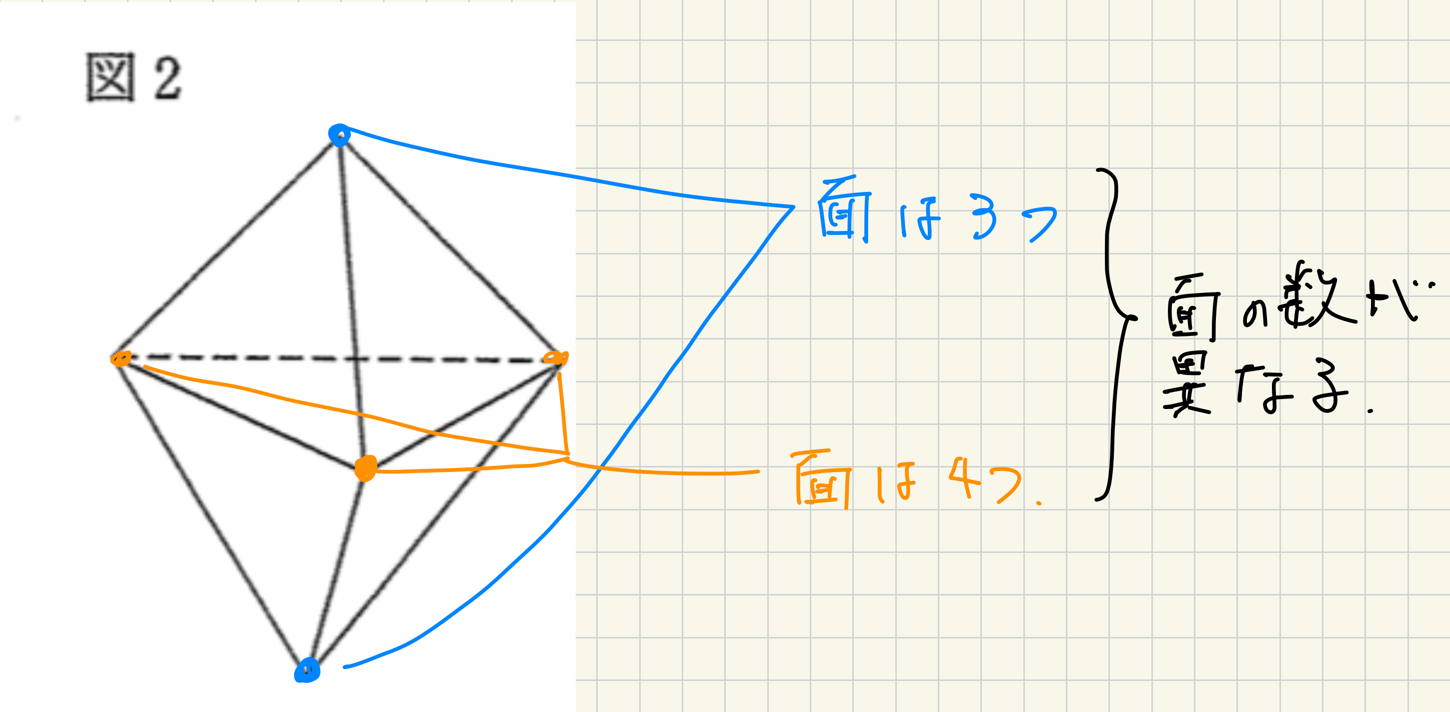
イ：正しい

ウ：頂点に空はくの面が含まれるので誤り

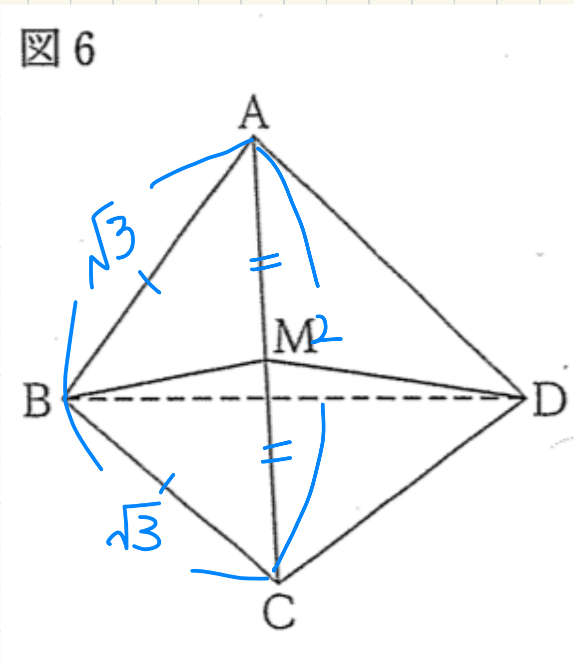
エ：正しい

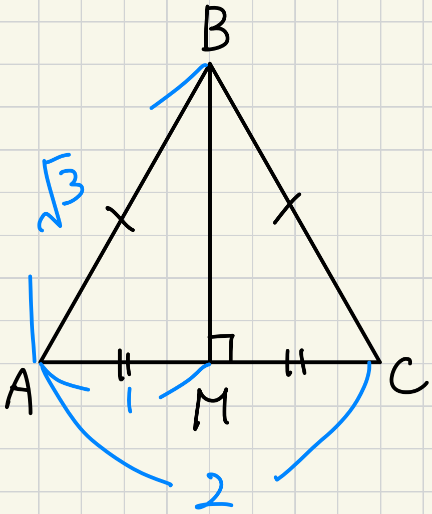
② 1つの頂点に集まる面の数が全て同じではないから

図2



(2)
①



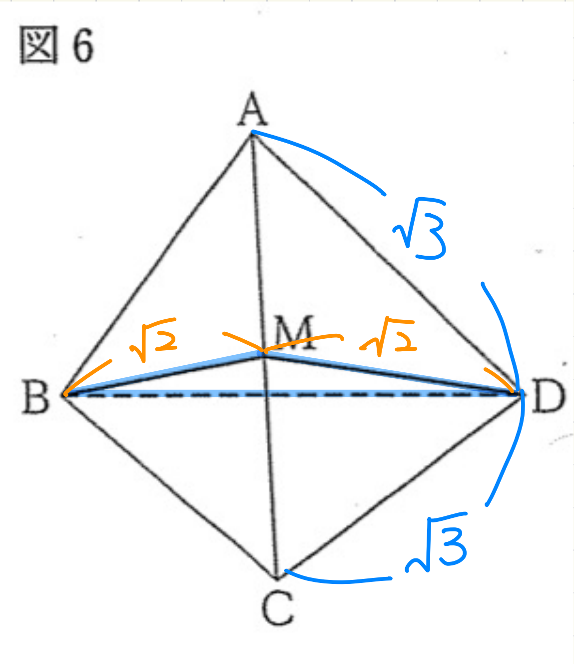


△ABCはAB=BCの二等辺三角形、MはACの中点より $BM \perp AC \Rightarrow \angle BMA = 90°$

△BAMで三平方の定理より

$BM = \sqrt{\sqrt{3}^2 - 1^2}$　$= \sqrt{3-1}$

$= \sqrt{2}$ cm ㋐　$= \sqrt{2}$



同様に、△ACDはAD=DCの二等辺三角形、MはACの中点より $DM \perp AC \Rightarrow \angle DMA = 90°$

△DAMで三平方の定理より

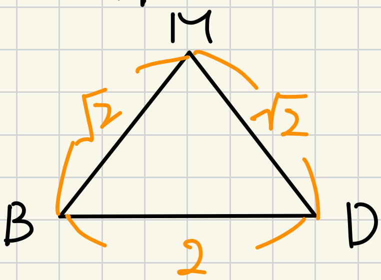
$DM = \sqrt{\sqrt{3}^2 - 1^2}$

$= \sqrt{2}$ cm

AC=BDより

BD=2

△MBDにおいて、



$BM : DM : BD = \sqrt{2} : \sqrt{2} : 2$

$= 2 : 2 : 2\sqrt{2}$

$= 1 : 1 : \sqrt{2}$

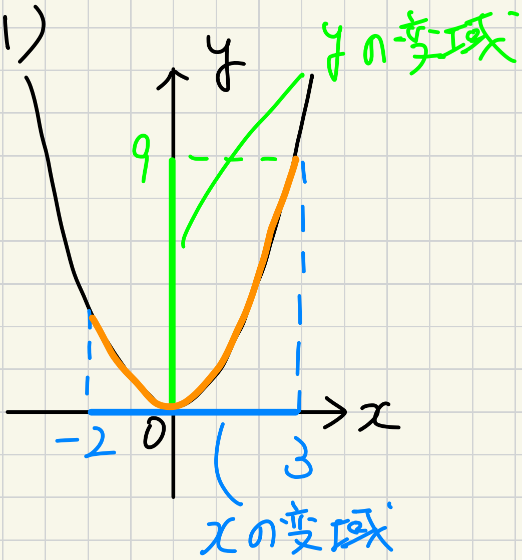
よって、△BMDはMB=MD、∠BMD=90°の直角二等辺三角形である。㋑

② ①よりBM⊥DMだから、底面を△DACとしたとき高さはBMである。よって求める体積は

$\underbrace{\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2}}_{\triangle DAC} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ cm^3

3

(1)



左図より $x=3$ のとき
$$y=3^2$$
$$=9$$
だから、y の変域は
$$0 \leqq y \leqq 9$$

(2) BはCとy軸について対称だから、Bのx座標は-2.

Bは$y=x^2$上にあり、$x=-2$だから
$$y=(-2)^2$$
$$=4.$$
$\therefore$ B$(-2, 4)$

Dは$y=x^2$上にあり、$x=3$だから
$$y=3^2$$
$$=9$$
$\therefore$ D$(3, 9)$

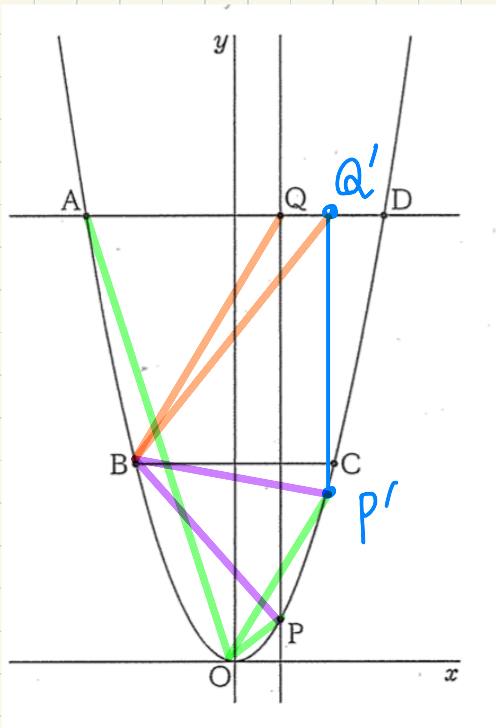
直線BDの式を$y=ax+b$とおくと、B$(-2, 4)$、D$(3, 9)$を通るから

$$4=-2a+b \quad \text{——— ①}$$
$$-)\ 9=3a+b \quad \text{——— ②}$$
$$-5=-5a$$
$$\therefore a=1$$

$a=1$を②に代入して
$$9=3\times1+b \qquad \therefore b=6$$

よって $y=x+6$

(3)



Pのx座標を大きくしたとき、
P, Qに対応する点をP', Q'とする

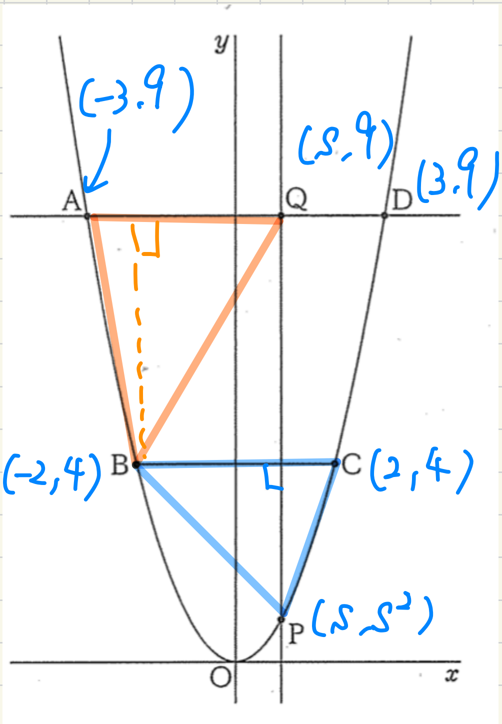
ア：BQ < BQ' より誤り

イ：∠AOP > ∠AOP' より正しい

ウ：BPの傾き < BP'の傾き より誤り

エ：BC // AD より底辺はBCで共通
高さも等しいので面積は同じ。
よって誤り

(4) (i) PがCよりも左側にあるとき ($0<s\leqq 2$)



Pのx座標をsとすると、PとQのx座標は等しいので、Qのx座標もsである。
また、Qのy座標はDのy座標と等しいので、9。 ∴ Q$(s, 9)$

Cは$y=x^2$上にあり$x=2$だから

$$y=2^2$$
$$=4$$

∴ C$(2, 4)$

AはDとy軸について対称だから

A$(-3, 9)$

Pは $y=x^2$ 上にあり, $x=s$ だから
$y=s^2$ $\quad \therefore P(s, s^2)$

以上より

$BC = 2-(-2) = 4$.

$\triangle PBC$ について, BCを底辺としたときの高さは,
$4-s^2$ よって, $\triangle PBC$ の面積は,

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (4-s^2) = 2(4-s^2)$$
$$= -2s^2+8$$

また,

$AQ = s-(-3) = s+3$

$\triangle ABQ$ について AQを底辺としたときの高さは,
$9-4=5$ よって $\triangle ABQ$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times (s+3) \times 5 = \frac{5}{2}s + \frac{15}{2} \quad \text{—— ☆}$$

$\triangle PBC = \frac{4}{5} \times \triangle ABQ$ より

$$-2s^2+8 = \frac{4}{5}\left(\frac{5}{2}s + \frac{15}{2}\right)$$

$$= 2s+6$$

$$\Leftrightarrow -2s^2-2s+2=0$$

$$\Leftrightarrow s^2+s-1=0$$

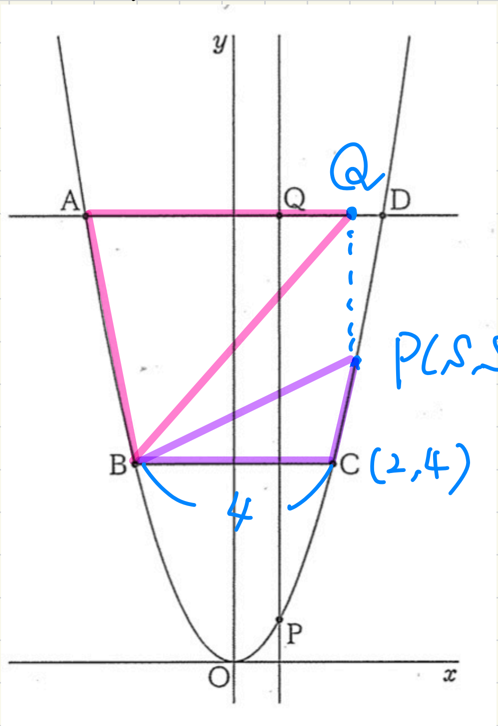
解の公式より

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$s > 0$（Pのx座標は正）より $s = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(ii) PがCよりも右側にあるとき（$2 \leqq s$）



△PBCについて、BCを底辺としたときの高さは、s^2-4

よって、△PBCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (s^2-4)$$

$$= 2s^2 - 8$$

△ABQの面積は、$\dfrac{5}{2}s + \dfrac{15}{2}$（☆より）

$\triangle PBC = \dfrac{4}{5} \times \triangle ABQ$ より

$$2s^2 - 8 = \frac{4}{5}\left(\frac{5}{2}s + \frac{15}{2}\right)$$

$$= 2s + 6$$

$$\Leftrightarrow 2s^2 - 2s - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow s^2 - s - 7 = 0$$

解の公式より

$$s = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-7)}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{29}}{2}$$

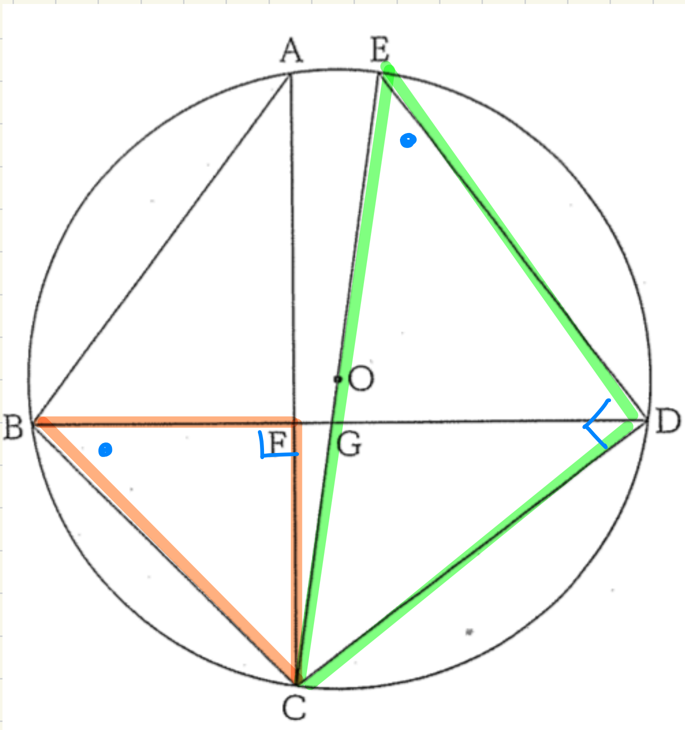
$s \geqq 2$（PはCより右側にある）より

$$s = \frac{1 + \sqrt{29}}{2}$$

以上より、Pのx座標は $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{1+\sqrt{29}}{2}$

$\boxed{4}$

(1)



△BCFと△ECDにおいて、

仮定から

$\angle BFC = 90^\circ$ —— ①

直径に対する円周角より

$\angle EDC = 90^\circ$ —— ②

①,②より

$\angle BFC = \angle EDC$ —— ③

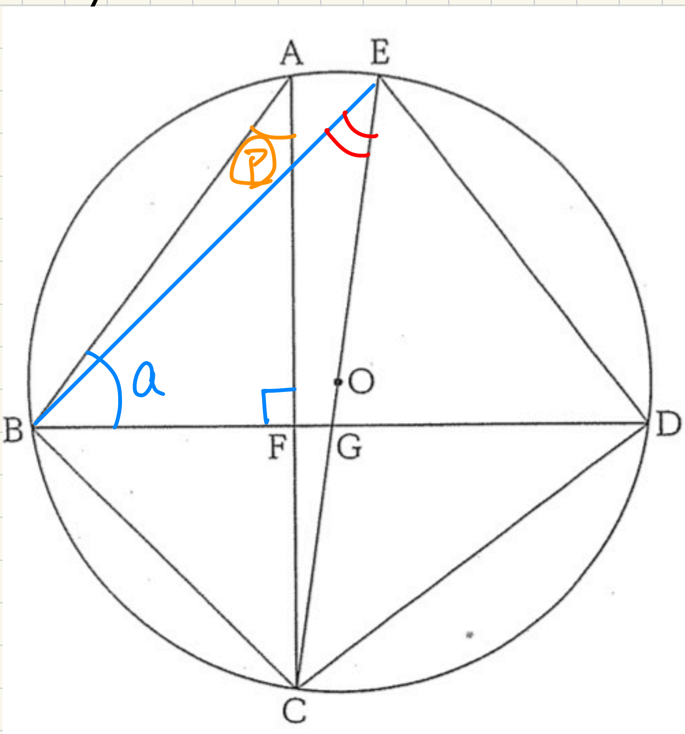
1つの弧に対する円周角は等しいから、

$\angle CBF = \angle CED$ —— ④

③、④より2組の角がそれぞれ等しいので、

△BCF ∽ △ECD（証明終わり）

(2)



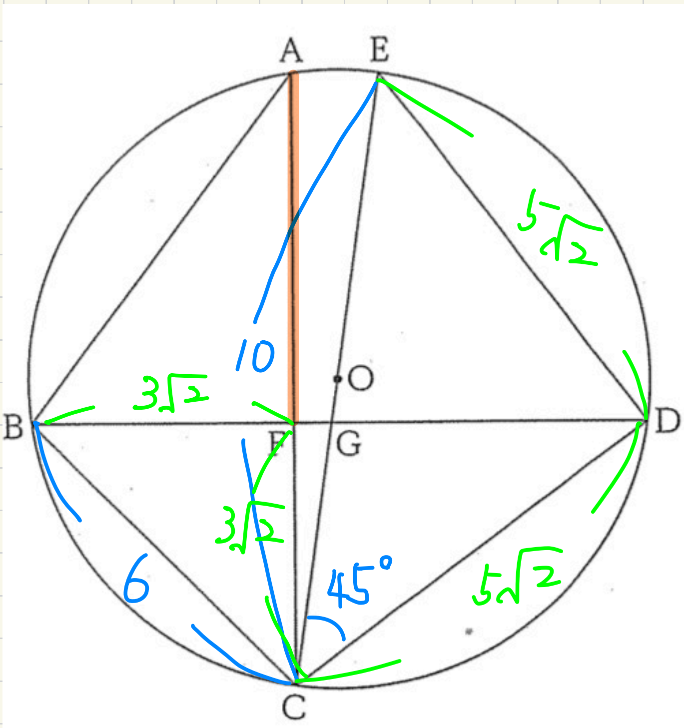
△ABFの内角の和は180°より

$\angle BAF = 180° - (90° + a°)$
$= 90° - a°$ (㋐)

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので、

$\angle BEC = \angle BAC$
$= 90° - a°$

(3)
①



△ECDにおいて、$\angle CDE = 90°$
$\angle DCE = 45°$ より $\angle DEC = 45°$
よって、△EDCは $DE = DC$
の直角二等辺三角形。
よって、
$DE : DC : CE = 1 : 1 : \sqrt{2}$
10

$\Leftrightarrow DE : 10 = 1 : \sqrt{2}$
$\Leftrightarrow \sqrt{2}DE = 10$

$\therefore DE = \frac{10}{\sqrt{2}}$ $= \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$
したがって $DC = 5\sqrt{2}$

(1)より△BCF∽△ECDだから、△BCFも
FB=FCの直角二等辺三角形。よって

$FB : FC : \underbrace{BC}_{6} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

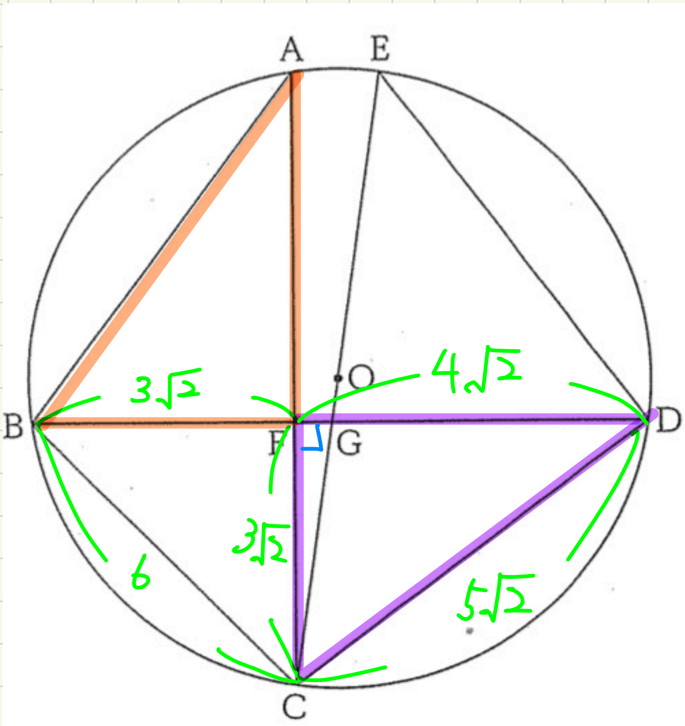
$\Leftrightarrow FB : 6 = 1 : \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\,FB = 6$

$\therefore FB = \dfrac{6}{\sqrt{2}}$ $= \dfrac{6}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

したがって、$FC = 3\sqrt{2}$



△FCDで三平方の定理より

$DF = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{50 - 18}$

$= \sqrt{32}$

$= 4\sqrt{2}$

△ABFと△DCFにおいて、

$\angle BFA = \angle CFD = 90^\circ$ ―― ①

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので

$\angle BAF = \angle CDF$ ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

△ABF∽△DCF

対応する辺の比は等しいから

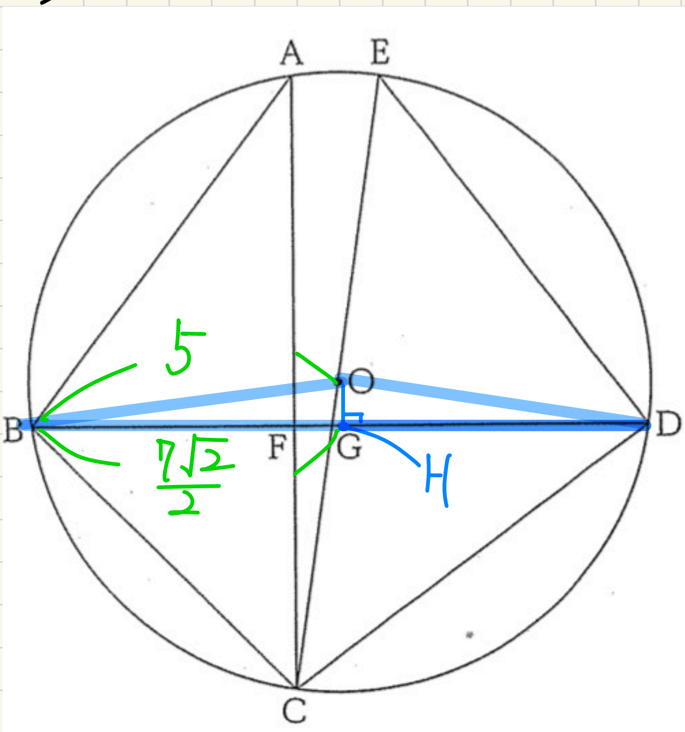
$$A F : \underbrace{D F}_{4\sqrt{2}} = \underbrace{B F}_{3\sqrt{2}} : \underbrace{C F}_{3\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow AF : 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2} : 3\sqrt{2}$$

$$= 1 : 1$$

よって、$AF = 4\sqrt{2}$ cm

②



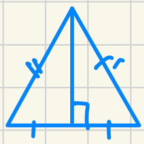
OからBDに垂線を下ろした足をHとする。求める長さはOHである。

△OBDにおいて、

OB = OD(円の半径)

より二等辺三角形。

よって、HはBDの中点である。



①より $BF = 3\sqrt{2}$、$DF = 4\sqrt{2}$ だから $BD = 7\sqrt{2}$

よって $BH = 7\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm

また、$CE = 10$(直径)より、円の半径は5cm ⇒ $OB = 5$

△OBHで三平方の定理より

$$OH^2 = 5^2 - \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= 25 - \frac{98}{4}$$

$$= 25 - \frac{49}{2}$$

$$= \frac{50 - 49}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$OH > 0$ より)

$$OH = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$