2025年度　滋賀県

数学

Kmkm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 6 - 5$

$= 1$

(2) 与式 $= \dfrac{3a \times 3 - 2a \times 5}{15}$

$= \dfrac{9a - 10a}{15}$

$= -\dfrac{1}{15}a$

(3) 式を変形して

$2a = x + y$

$\therefore y = 2a - x$

(4)
$$\begin{cases} y = 2x + 4 & \text{——①} \\ 3x + 2y = 1 & \text{——②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$3x + 2(2x + 4) = 1$

$\Leftrightarrow 3x + 4x + 8 = 1$

$\Leftrightarrow 7x = -7$

$\therefore x = -1$

$x = -1$ を①に代入して

$y = 2 \times (-1) + 4$

$= -2 + 4$

$= 2$

$\therefore x = -1,\ y = 2$

(5) $x^2+2x-24=0$

$\Leftrightarrow (x+6)(x-4)=0$

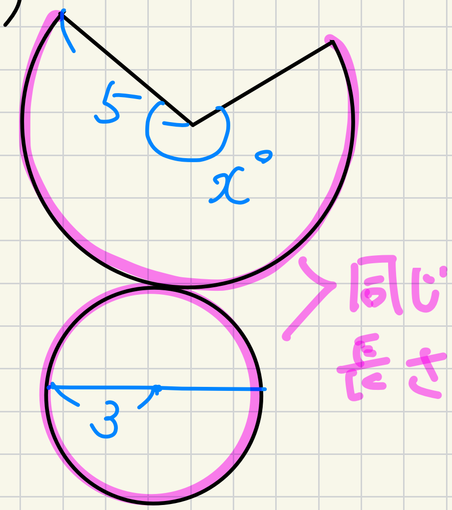
$\therefore \underline{x=-6, 4}$

(6) 与式 $=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}+3\sqrt{2}\times(-2)+2\times\sqrt{2}+2\times(-2)$

$=6-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4$

$=\underline{2-4\sqrt{2}}$

(7)



おうぎ形の中心角を$x°$とする

$$\underbrace{3\times2\times\pi}_{\text{底面の円周}} = \underbrace{5\times2\times\pi\times\frac{x}{360}}_{\text{おうぎ形の周}}$$

$$\Leftrightarrow 6\pi = \frac{10}{360}\pi\times x$$

$$\therefore x = 6\pi\times\frac{360}{10\pi}$$

$$=216°$$

よって、側面積は

$$5\times5\times\pi\times\frac{216}{360} = \underline{15\pi\ \mathrm{cm}^2}$$

(8)

2つのさいころの目の出方は $6\times6=\underline{36\text{通り}}$

また、さいころの目は1〜6の自然数なので、

$1\leqq a\leqq 6,\ 1\leqq b\leqq 6$

である。

(i) $a=1$ のとき

$b=\frac{12}{1}=12$ で $1\leqq b\leqq 6$ を満たさない

(ii) $a=2$ のとき

$b=\frac{12}{2}=6$ で. $1\leqq b\leqq 6$ を満たす.

(iii) $a=3$ のとき

$b=\frac{12}{3}=4$ で $1\leqq b\leqq 6$ を満たす.

(iv) $a=4$ のとき

$b=\frac{12}{4}=3$ で $1\leqq b\leqq 6$ を満たす.

(v) $a=5$ のとき

$b=\frac{12}{5}=2.4$ だが. b は自然数なので不適

(vi) $a=6$ のとき

$b=\frac{12}{6}=2$ で $1\leqq b\leqq 6$ を満たす.

よって. $(a,b)=(2,6),(3,4).(4,3),(6,2)$ の
4通りだから. 求める確率は

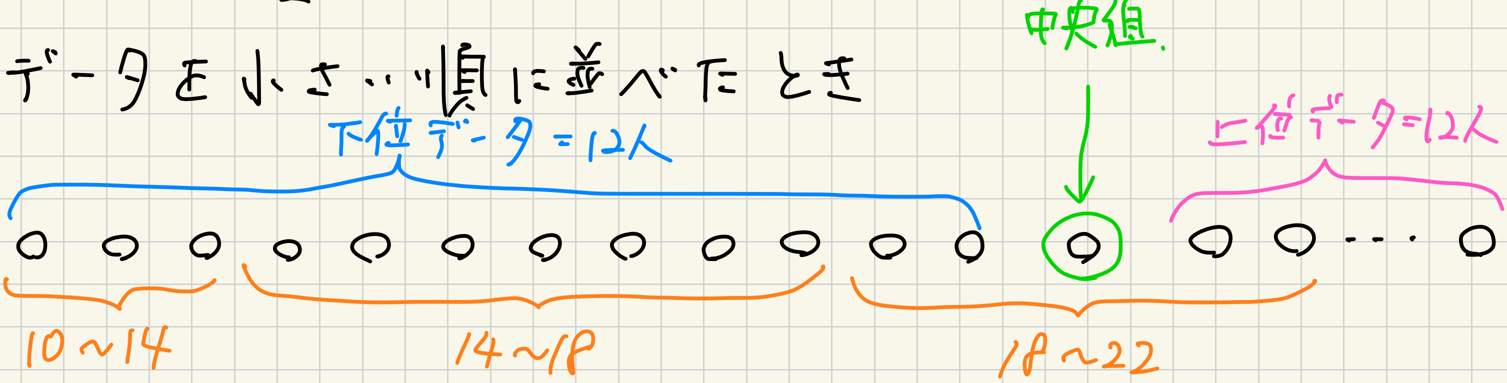
$$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$$

(9)

度数が最も大きいのは、8人で、その階級は22~26なので、最頻値は

$$\frac{22+26}{2}=24m$$

データを小さい順に並べたとき



よって中央値を含む階級は、18m以上22m未満

$\boxed{2}$

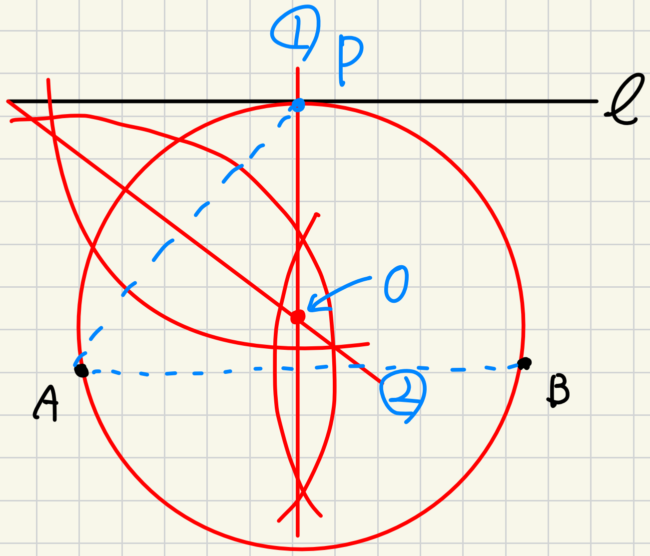
(1) ABの長さをx cmとすると、AD=$2x$ cm、よって、

$$\underbrace{x}_{AB}+\underbrace{2x}_{BC}+\underbrace{x}_{CD}+\underbrace{2x}_{DA}=54$$

$$\Leftrightarrow 6x=54 \quad \therefore x=9$$

よってABの長さは9cm

(2)



①線分ABの垂直二等分線を描く

⇒ℓとの交点をPとする

②線分APの垂直二等分線を描く

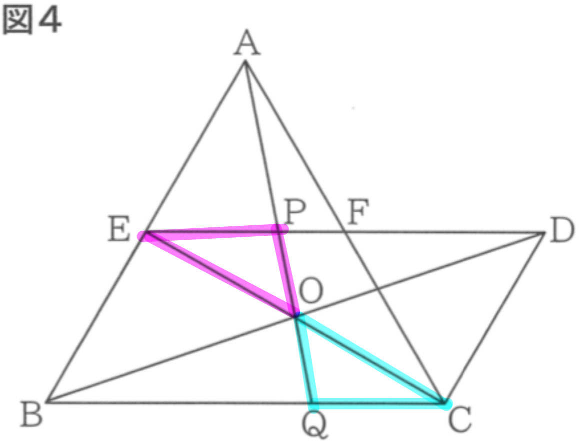
⇒①,②の交点をOとする。

③ Oを中心として.半径OPの円を描く.

(3)

①

図4



△OPEと△OQCで

ED∥BCより錯角が等しいから

$\angle OEP = \angle OCQ$ —— ①

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$OE = OC$ —— ②

対頂角は等しいから

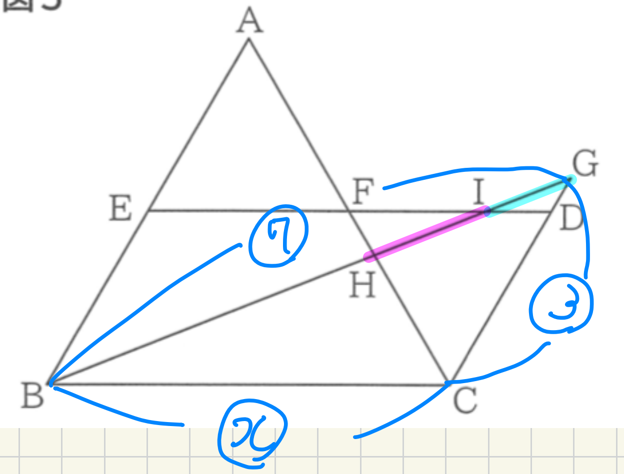
$\angle POE = \angle QOC$ —— ③

①,②,③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので. $\triangle OPE \equiv \triangle OQC$

対応する辺は等しいから. $OP = OQ$ (証明終わり)

② やや難

図5



GB = ⑦, GC = ③ と表すこととする.

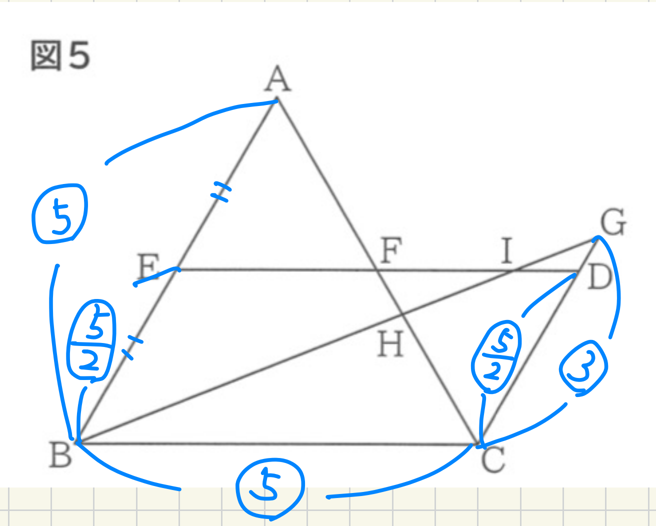
BC = ⓧ とおくと. △ABCは正三角形より

AB = ⓧ, AC = ⓧ

△ABCと△GBCの周の長さが等しいので

$$\textcircled{x} + \textcircled{x} + \textcircled{x} = \textcircled{7} + \textcircled{3} + \textcircled{x}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\textcircled{x} = \textcircled{10} \qquad \therefore \underline{\textcircled{x} = \textcircled{5}}$$



EはABの中点より

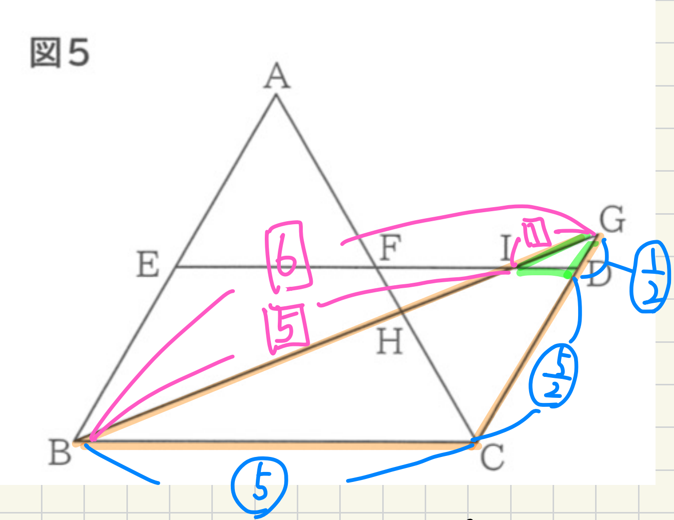
$AE = \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$ 、 $EB = \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$

□EBCDは平行四辺形より

$EB = CD$

$\therefore CD = \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$

$GC = ③$ より $GD = ③ - \enclose{circle}{\frac{5}{2}} = \enclose{circle}{\frac{1}{2}}$



△GIDと△GBCにおいて、

ID∥BCより同位角が等しいので、

∠GID=∠GBC —— ㋐

∠GDI=∠GCB —— ㋑

㋐,㋑より2組の角がそれぞれ等しいので、

△GID∽△GBC —— ㋒

対応する辺の比は等しいので

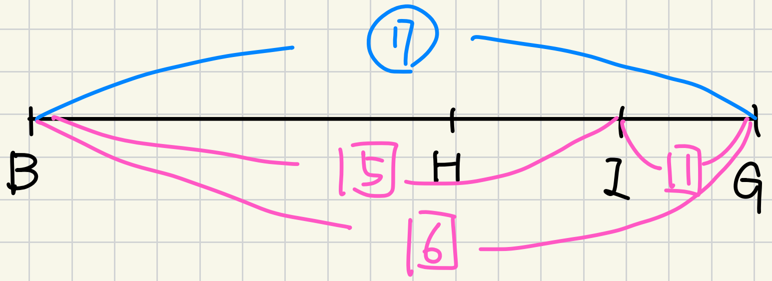
$$GI : GB = \underset{\enclose{circle}{\frac{1}{2}}}{GD} : \underset{③}{GC}$$

$$= 1 : 6$$

⇒ $GI = \boxed{1}$, $GB = \boxed{6}$ と書くこととすると、

$BI = \boxed{6} - \boxed{1}$

$= \boxed{5}$



上図より $\boxed{6} = ⑦$ だから 両辺を6で割って

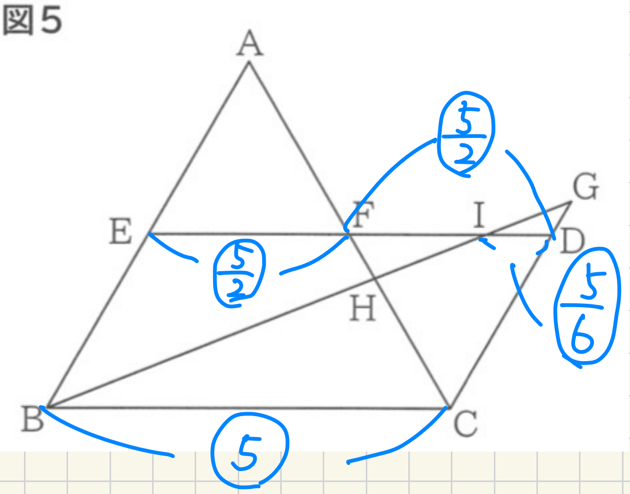
$\boxed{1} = \enclose{circle}{\frac{7}{6}}$　　よって $IG = \enclose{circle}{\frac{7}{6}}$

また、⑦より

$$\underbrace{ID : BC}_{⑤} = \underbrace{GD}_{\enclose{circle}{\frac{1}{2}}} : \underbrace{GC}_{③}$$

$\Leftrightarrow ③ \times ID = \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$　　$\therefore ID = \enclose{circle}{\frac{5}{6}}$

図5



ここで、EはABの中点、EF∥BC より中点連結定理から

$$EF = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore EF = \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$$

▱EBCDは平行四辺形より $ED = BC$　$\therefore ED = ⑤$

よって、

$$DF = ⑤ - \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$$

$$= \enclose{circle}{\frac{5}{2}}$$

したがって、

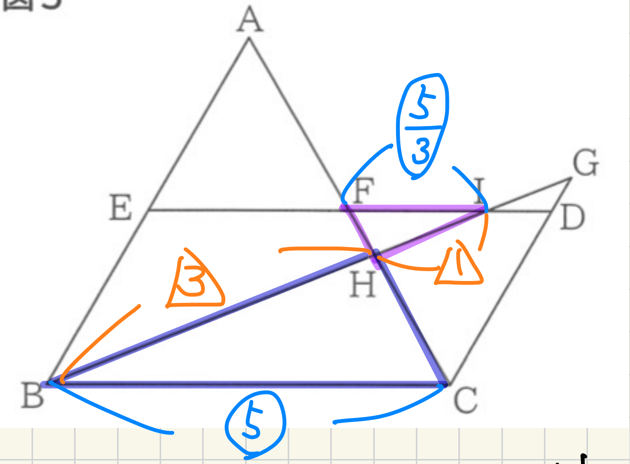
$$FI = \enclose{circle}{\frac{5}{2}} - \enclose{circle}{\frac{5}{6}}$$

$$= \enclose{circle}{\frac{15}{6}} - \enclose{circle}{\frac{5}{6}}$$

$$= \enclose{circle}{\frac{10}{6}}$$

$$= \enclose{circle}{\frac{5}{3}}$$

図5

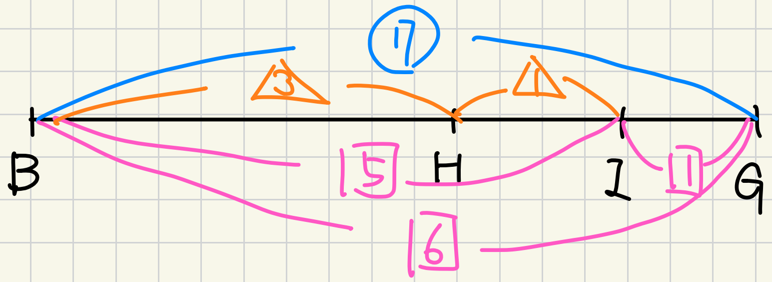


△HFIと△HBCにおいて、
FI//BCより錯角が等しいので
$\angle HFI = \angle HBC$ ― ㋓
$\angle HIF = \angle HCB$ ― ㋔
㋓、㋔より 2組の角がそれぞれ等しいので△HFI ∽ △HBC。

対応する辺の比は等しいので

$$HI : HB = FI : BC$$
$$= \frac{5}{3} : 5$$
$$= 5 : 15$$
$$= 1 : 3$$

よって、$HI = \triangle 1$、$HB = \triangle 3$ と表すこととする。



上図より $\triangle 4 = \boxed{5}$ だから 両辺を4で割って、

$$\triangle 1 = \boxed{\frac{5}{4}} \quad —— ㋕$$

また、

$$\boxed{1} = \textcircled{\frac{7}{6}} \quad —— ㋖$$

だから、両辺を$\frac{5}{4}$倍して、$\left(\frac{7}{6} \times \frac{5}{4} = \frac{35}{24}\right)$

$$\boxed{\frac{5}{4}} = \textcircled{\frac{35}{24}} \quad —— ㋗$$

㋕,㋗ より

$$\triangle 1 = \textcircled{\frac{35}{24}}$$

$$\therefore \underline{HI = \textcircled{\frac{35}{24}}}$$

以上より

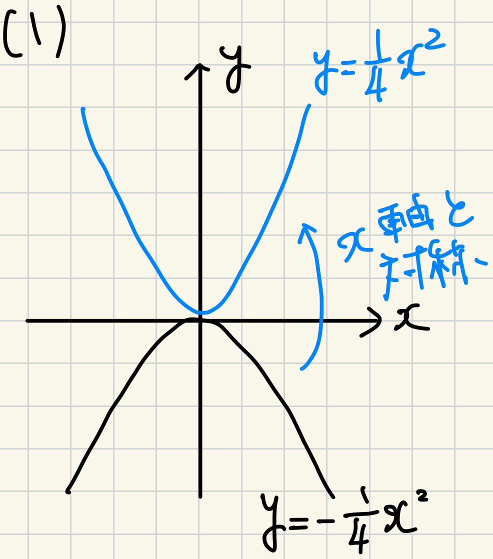
$$HI : IG = \frac{35}{24} : \frac{7}{6} \quad \times 24$$

$$= 35 : 28 \quad \div 7$$

$$= \underline{5 : 4}$$

$\boxed{3}$

(1)



$y=\frac{1}{4}x^2$

(2)

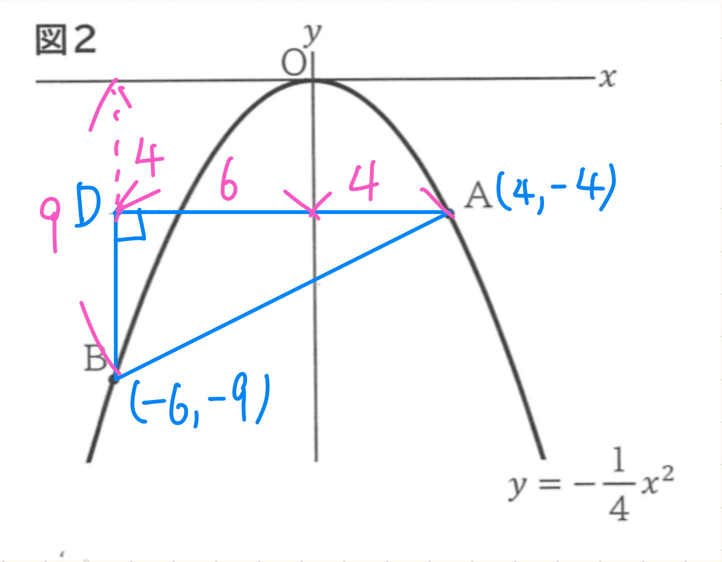


図2

左図のような直角三角形ABDを考える.

A

$y=-\frac{1}{4}x^2$上にあり $x=4$だから

$y=-\frac{1}{4}\times4^2=-4$

∴ A(4, −4)

B

$y=-\frac{1}{4}x^2$上にあり $x=-6$だから

$y=-\frac{1}{4}\times(-6)^2$

$=-9$

∴ B(−6, −9)

よって

$AD = 4 + 6 = 10$

$BD = 9 - 4 = 5$

よって、三平方の定理より

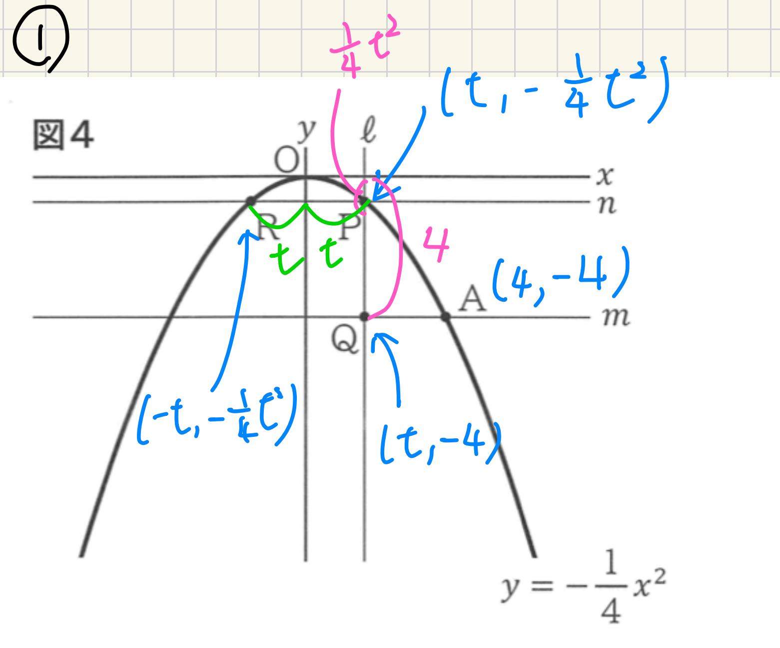
$AB = \sqrt{10^2 + 5^2}$ $= \sqrt{100 + 25}$

$= 5\sqrt{5}$ $= \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

(3)

①

図4



P

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 上にあり $x = t$ だから

$y = -\frac{1}{4}t^2$

$\therefore P(t, -\frac{1}{4}t^2)$

Q

x座標はP、y座標はAと等しいから $Q(t, -4)$

R

Pとy軸について対称だから $R(-t, -\frac{1}{4}t^2)$

よって

$PQ = 4 - \frac{1}{4}t^2$

$PR = t + t = 2t$

PQ = PR より

$$4-\frac{1}{4}t^2=2t$$

$$\Leftrightarrow\ 16-t^2-8t=0$$

$$\Leftrightarrow\ t^2+8t-16=0$$

解の公式より

$$t=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times1\times(-16)}}{2\times1}$$

$4\sqrt{8}$

$$=\frac{-8\pm\sqrt{128}}{2}$$

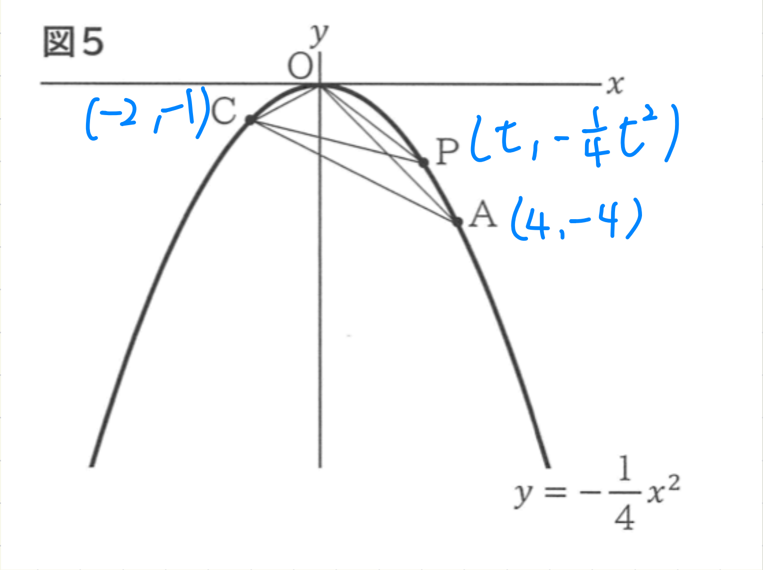
$$=\frac{-8\pm8\sqrt{2}}{2}$$

$$=-4\pm4\sqrt{2}$$

$0<t<4$ より $t=-4+4\sqrt{2}$

② やや難

図5



C

$y=-\frac{1}{4}x^2$ 上にあり

$x=-2$ だから

$$y=-\frac{1}{4}\times(-2)^2$$

$$=-1$$ ∴ C(−2, −1)

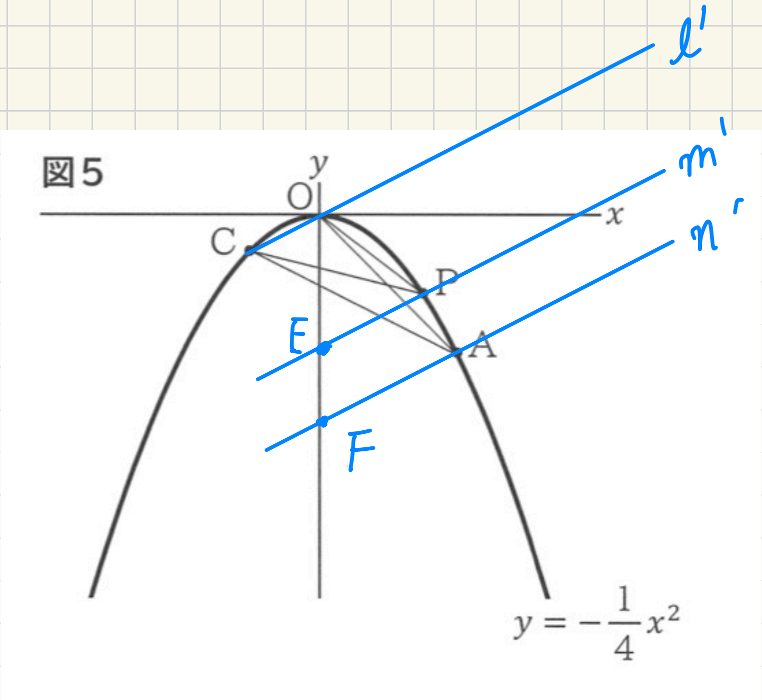


図5

直線COをℓ'，Pを通りℓ'に平行な直線をm'，Aを通りℓ'に平行な直線をn'とする。

また，m'とy軸の交点をE，n'とy軸の交点をFとする。

△OCPと△OCAについて，底辺をOCとすると，底辺は共通だから，面積比は高さの比と等しく，これは，OE：OFに等しい。

ℓ'の式

$y=ax$ とおくと，C$(-2,-1)$を通るから

$-1=-2a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

よって，$\underline{y=\frac{1}{2}x}$

m'の式

ℓ'と平行だから，傾きが等しい。よって，$y=\frac{1}{2}x+b$ とおくと，P$(t,-\frac{1}{4}t^2)$を通るから

$-\frac{1}{4}t^2=\frac{1}{2}t+b \quad \therefore b=-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t$

よって，$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t$ で，Eの座標は，

$\underline{E(0,-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t)}$

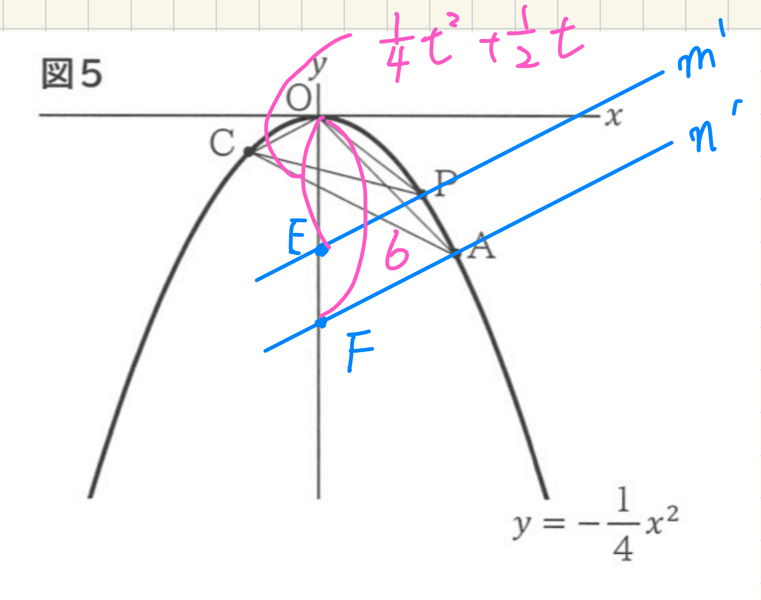
n'の式

l'と平行だから、傾きが等しい。よって、$y=\frac{1}{2}x+c$ とおくと、A(4, −4)を通るから

$$-4=\frac{1}{2}\times4+c \quad \therefore c=-6$$

よって、$y=\frac{1}{2}x-6$ で、Fの座標は F(0, −6)

図5



よって

$$OE=0-\left(-\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t\right)$$
$$=\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t$$

$$OF=0-(-6)$$
$$=6$$

したがって

$$\triangle OCP:\triangle OCA=OE:OF$$
$$=\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t:6$$

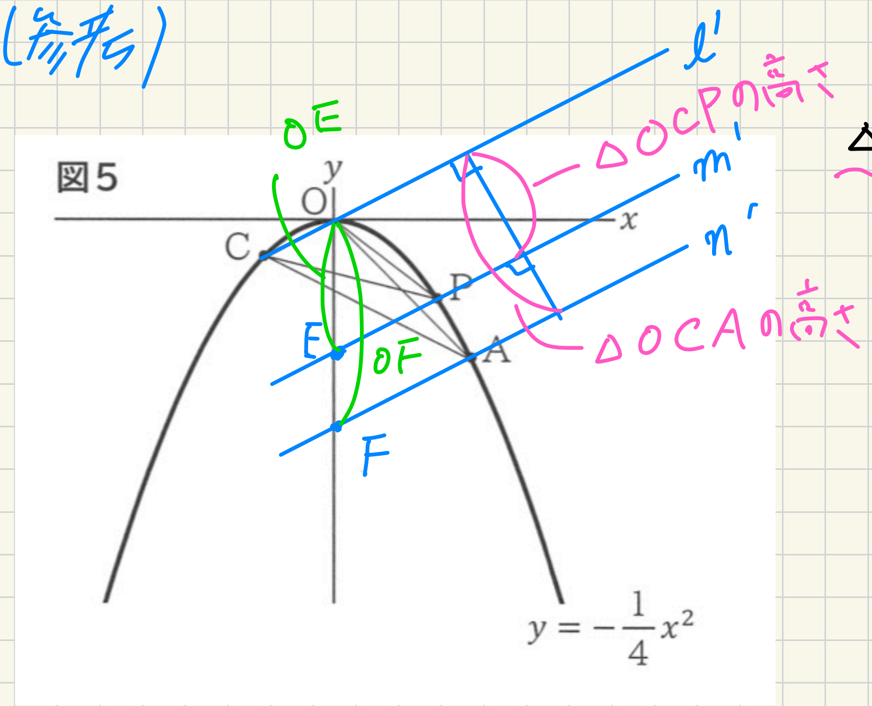
$$\Leftrightarrow 6\times\triangle OCP=\left(\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t\right)\times\triangle OCA$$

$$\Leftrightarrow \triangle OCP=\left(\frac{1}{24}t^2+\frac{1}{12}t\right)\times\triangle OCA$$

$$=\frac{t^2+2t}{24}\times\triangle OCA$$

よって △OCP は △OCA の $\frac{t^2+2t}{24}$ 倍

（参考）



△OCPの高さ：△OCAの高さ

＝OE：OF

$\boxed{4}$

(1) 各段の左端は、段の数を2倍して1をひいた奇数だから、10段目の左端は

$$2 \times 10 - 1 = 20 - 1 = 19$$

右へは、左端の奇数から2ずつ大きくなるから

$$\begin{tikzcd} 19 \arrow[r, bend right, "+2"'] & 21 \arrow[r, bend right, "+2"'] & 23 & \cdots\cdots \end{tikzcd}$$

左から3番目は 23

(2) 自然数nを使って、左上の奇数を$2n+1$と表すとき、

右上の奇数と左下の奇数は$(2n+1)+2 = 2n+3$ ア

右下の奇数は$(2n+3)+2 = 2n+5$ イ と表される

$$\begin{tikzcd} 2n+1 \arrow[r, bend left, "+2"] \arrow[d, bend right, "+2"'] & 2n+3 \\ 2n+3 \arrow[r, bend right, "+2"'] & 2n+5 \end{tikzcd}$$

(う) $(2n+3)(2n+5)-(2n+1)(2n+3)$

$=4n^2+10n+6n+15-(4n^2+6n+2n+3)$

$=4n^2+16n+15-4n^2-8n-3$

$=8n+12$

$=4(2n+3)$

$2n+3$ は整数だから. $4(2n+3)$ は4の倍数である.

したがって右上の奇数と右下の奇数の積から,
左上の奇数と左下の奇数の積をひいた差は,
いつも4の倍数となる.

(3) やや難

1段目	1									
2段目	3	5	7							… +2 を2回 ⇒ $2\times(3-1)$
3段目	5	7	9	11	13					… +2 を4回 ⇒ $2\times(5-1)$
4段目	7	9	11	13	15	17	19			
5段目	9	11	13	15	17	19	21	23	25	

規則性より各段の右3つの数がはじめて並ぶ
ことになる. n段目の右端の数は

$2n-1+2\times(2n-1-1)$

$=2n-1+4n-4$

$=6n-5$

よって,

n段目の右側から2つ目 ⇒ $6n-5-2=6n-7$

n段目の右側から3つ目 ⇒ $6n-7-2=6n-9$

n段目 $2n-1, \xrightarrow{+2} \cdots\cdots, \xrightarrow{+2} 6n-9, \xrightarrow{+2} 6n-7, \xrightarrow{+2} 6n-5$

したがって、$6n-5$, $6n-7$, $6n-9$ のいずれかが 2025 となれば良い。

(i) $6n-5$ が 2025 のとき（右端のとき）

$$6n-5=2025 \Leftrightarrow 6n=2030$$
$$n=338.333\cdots$$

nは自然数だから不適

(ii) $6n-7$ が 2025 のとき（右から2番目のとき）

$$6n-7=2025 \Leftrightarrow 6n=2032$$
$$n=338.666\cdots$$

nは自然数だから不適

(iii) $6n-9$ が 2025 のとき（右から3番目のとき）

$$6n-9=2025 \Leftrightarrow 6n=2034$$
$$n=339$$

nは自然数だから適する。

よって、339段目の右から3番目で初めて2025が並ぶ。

339段目の左端は、$2\times339-1=677$ だから

$$339段目 \quad \underbrace{\underset{1番目}{677}, \xrightarrow{+2} \underset{2番目}{679}, \xrightarrow{+2} \cdots \xrightarrow{+2}, \underset{665番目}{2025}, \xrightarrow{+2} \underset{666番目}{2027}, \xrightarrow{+2} \underset{667番目}{2029}}_{全部で667個}$$

したがって、339段目の左から665番目