2025年度 愛媛県

数学

kmkm

(一)

1. 与式 $= -10$

2. 与式 $= \dfrac{15}{20} + \dfrac{4}{20}$

$= \dfrac{19}{20}$

3. 与式 $= \dfrac{20a^2b}{-2a \times (-b)}$

$= 10a$

4. 与式 $= 2^2 - \sqrt{3}^2 - \sqrt{9}$

$= 4 - 3 - 3$

$= -2$

5. 与式 $= x^2 + 2x + 1 + x^2 + x - 6$

$= 2x^2 + 3x - 5$

(二)

1. $(x-2)^2 = 5$

$\Leftrightarrow x - 2 = \pm\sqrt{5}$

$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$

2.

ア：$y = 100 - x \iff y = -x + 100$ より1次関数

イ：$xy = 20 \iff y = \dfrac{20}{x}$ より反比例

ウ：$y = \pi x^2$ より2乗に比例

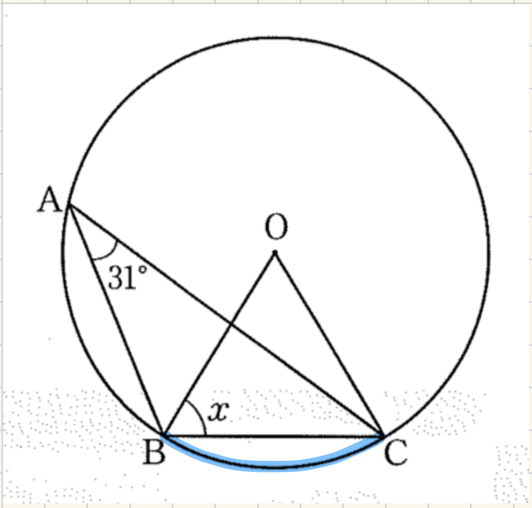
エ：$y = 250x$ より比例

3. 両辺を2乗して

$60 < n^2$

$7^2 = 49$, $8^2 = 64$ より $60 < n^2$ を満たす最も小さい n は $n = 8$

4.



$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角と円周角より

$\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 2 \times 31$

$= 62°$

$\triangle OBC$ において、OB, OC は円の半径だから OB = OC

よって $\triangle OBC$ は二等辺三角形より $\angle OBC = \angle OCB$

$\triangle OBC$ の内角の和は $180°$ だから

$x + x + 62° = 180°$

$\iff 2x = 118°$

$\therefore x = 59°$

5. 2つのさいころを投げたときの出る目は、
$6 \times 6 = 36$ 通り

$1 < \frac{a}{b} < 2$ の両辺をb倍して $b < a < 2b$
これを満たすa, bの組は

(i) $b = 1$ のとき
$2b = 2$ より $1 < a < 2$ を満たすaはない

(ii) $b = 2$ のとき
$2b = 4$ より $2 < a < 4$
よって $a = 3$ で 1通り

※ aの範囲は $1 \leqq a \leqq 6$

(iii) $b = 3$ のとき
$2b = 6$ より $3 < a < 6$
よって $a = 4, 5$ で 2通り

(iv) $b = 4$ のとき
$2b = 8$ より $4 < a < 8$
よって $a = 5, 6$ で 2通り

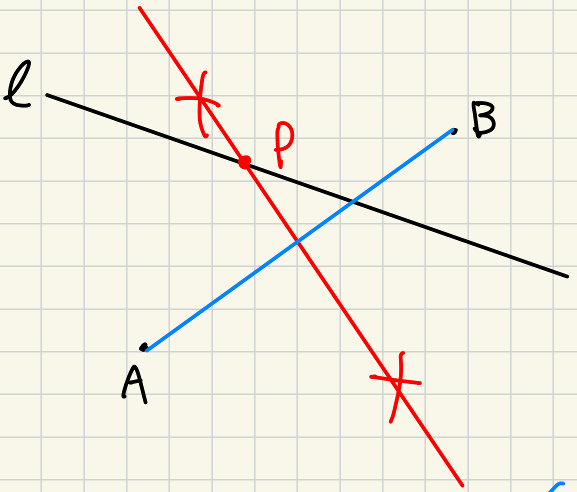
(v) $b = 5$ のとき
$2b = 10$ より $5 < a < 10$
よって $a = 6$ で 1通り

(vi) $b = 6$ のとき
$2b = 12$ より $6 < a < 12$ を満たすaはない

よって、条件を満たすa, bの組は
$1 + 2 + 2 + 1 = 6$ 通り

だから、求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

6.



線分ABの垂直二等線とℓの交点がP

7 昨年送付したはがきをx通，手紙をy通とする。

今年のはがき＋手紙の料金

手紙をはがきに変更した料金

$$\begin{cases} 85x + 110y = 63x + 84y + 4880 & \text{——①} \\ 85(x+y) = 63x + 84y + 1880 & \text{——②} \end{cases}$$

昨年の合計の料金

①－②より

$$25y = 3000$$
$$y = 120$$

$$\begin{array}{rrrrr} & 85x + 110y & = 63x & + 84y & + 4880 \\ -) & 85x + 85y & = 63x & + 84y & + 1880 \\ \hline & 0 + 25y & = 0 & + 0 & + 3000 \end{array}$$

②を整理すると

$$85x + 85y = 63x + 84y + 1880$$
$$\Leftrightarrow \quad 22x + y = 1880$$

これに$y = 120$を代入して

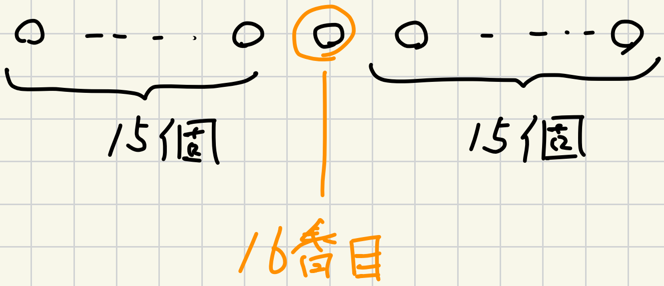
$$22x + 120 = 1880$$
$$\Leftrightarrow \quad 22x = 1760$$
$$\therefore x = 80$$

$x = 80$, $y = 120$は問題に適している。

昨年送付したはがき80通，手紙120通

(三)

1. 31日分のデータを小さい順に並べたとき、
16番目のデータは中央値にあたる



よって、中央値に着目する
イ

(2)

ア：2023年において、33℃は各四分位数や
最小値、最大値でもないため、具体的に33℃の
日があったか不明。よって誤り

イ：2023年，2024年において、31℃は最小値～
第1四分位数の間のため、具体的なデータの個数
が不明。よって誤り

ウ：四分位範囲＝第3四分位数－第1四分位数
箱の大きさ

各年において箱の大きさが最も大きいのは2022年
なので正しい

エ：2022年の最大値は36℃未満なので、
2022年は最高気温が36℃以上の日はない。
よって誤り

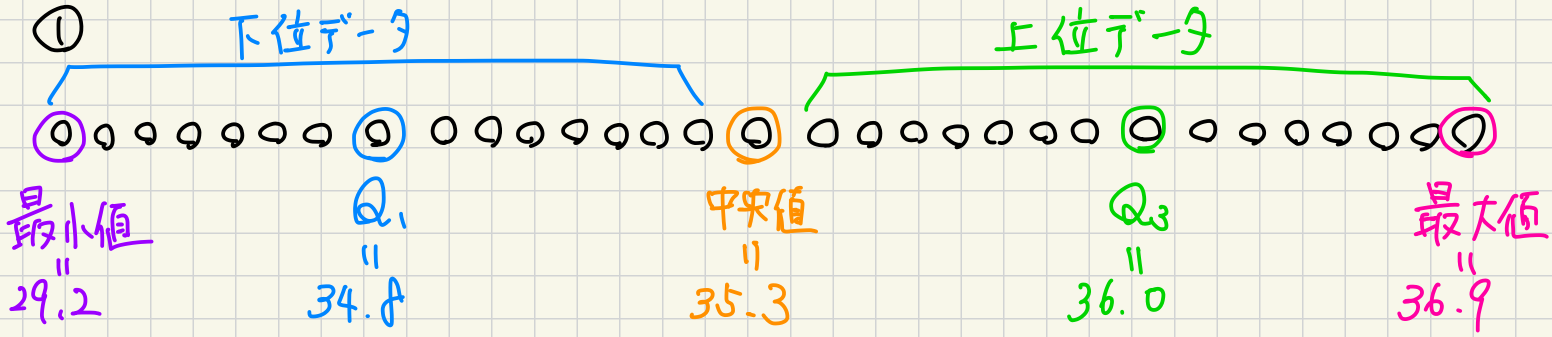
(3) 2022年から2024年にかけて第1四分位数と第3四分位数が大きくなっているから

2. 以下、第1四分位数をQ_1、第3四分位数をQ_3と書く。

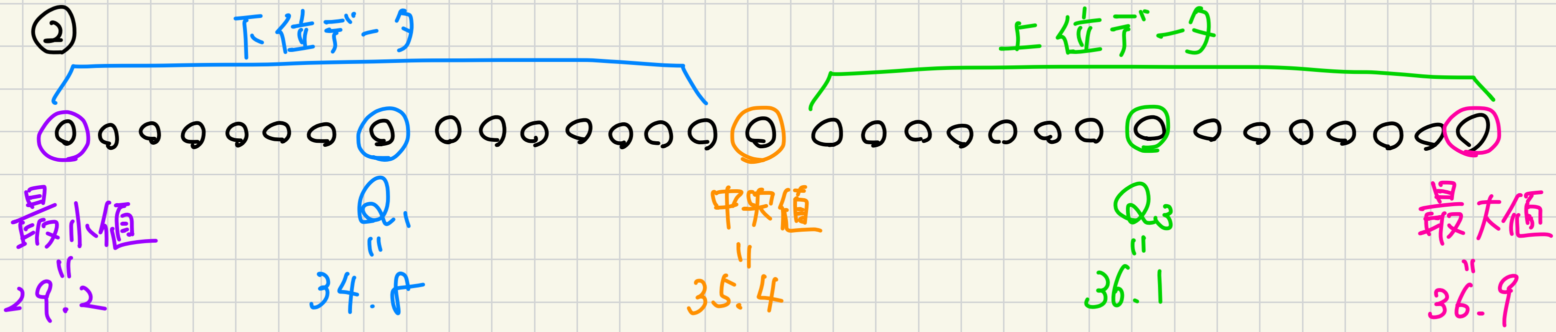
表 （単位：℃）

	① 8月1日～8月31日	② 8月2日～9月1日	③ 8月3日～9月2日
最大値	36.9	36.9	36.8
第3四分位数	36.0	36.1	36.0
中央値	35.3	35.4	35.3
第1四分位数	34.8	34.8	34.4
最小値	29.2	29.2	29.2

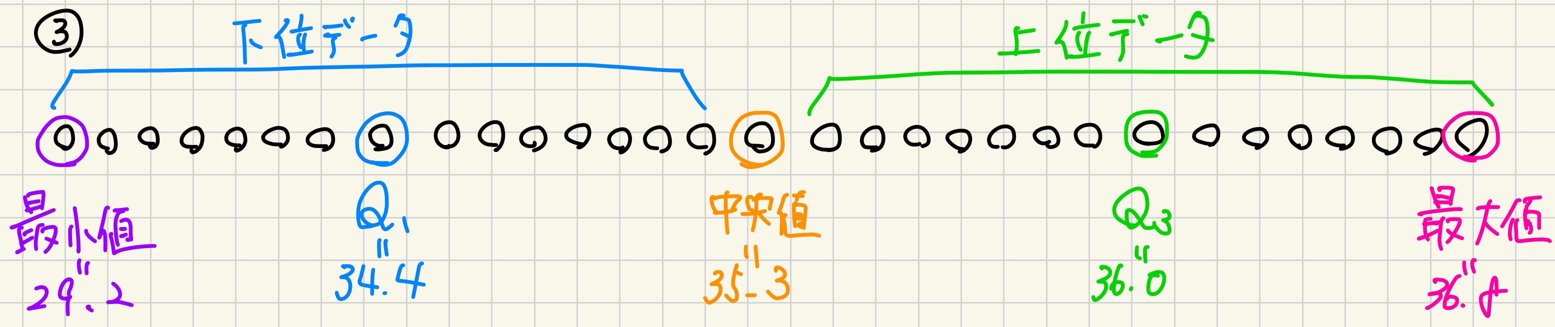
①



②



③



①と②を比較すると、
①→8/1あり、9/1なし
②→8/1なし 9/1あり
だから、①のデータのうち8/1を9/1に変えたのが、②である。パラメータは、中央値とQ_3が変化している。
⇒②で9/1になったことにより、最大値〜Q_3のいずれかが変化した。
※Q_3を除いた値〜中央値が変化しても、Q_3が変化することはない
よって9/1は36.1℃以上36.9℃未満
最大値は変化していないので、36.9℃は含まない
ア〜オのうちこれを満たすのは エ だから、9/1の最高気温は エ である。
$= 36.2$℃
②と③を比べると、
②→8/2あり 9/2なし
③→8/2なし 9/2あり
だから、②のデータのうち8/2を9/2に変えたのが③である。パラメータは、Q_1, 中央値, Q_3, 最大値が変化している
⇒③で9/2になったことにより、最小値〜Q_1のいずれかが変化した。
よって9/2は29.2℃より大きく34.4℃以下
ア〜オのうちこれを満たすのは ア だから、9/2の最高気温は ア である。
$= 32.6$℃

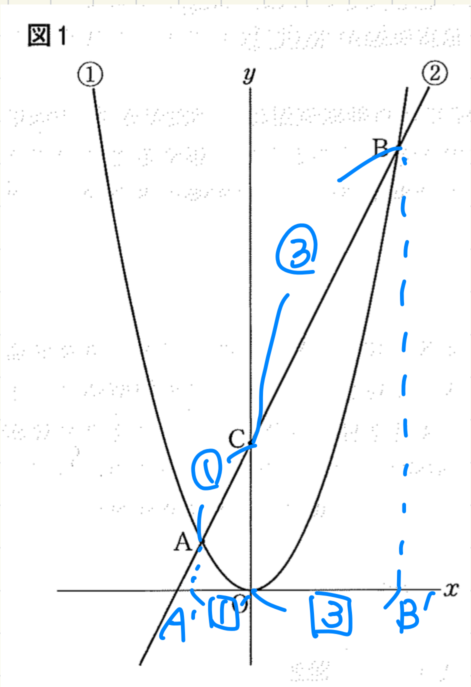
(四)

1. Aは $y=ax^2$ 上にあり $x=-3,\ y=3$ だから

$$3=a\times(-3)^2$$

$\Leftrightarrow 9a=3$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

2.



Aからx軸に垂線を下ろした足をA'
Bからx軸に垂線を下ろした足をB'
とする.

$AC:CB=1:3$

より

$A'O:OB'=1:3$

ここで、Bのx座標をsとすると、

$A'O=0-(-3)=3$

$B'O=s-0=s$

よって

$3:s=1:3 \Leftrightarrow s=9$

したがって、Bのx座標は9

3. Bは①: $y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり $x=9$ だから

$$y=\frac{1}{3}\times9^2$$
$$=\frac{1}{3}\times81$$
$$=27$$

よって B(9, 27)

②の式を $y=ax+b$ とおくと、A(−3, 3)、B(9, 27) を通るから

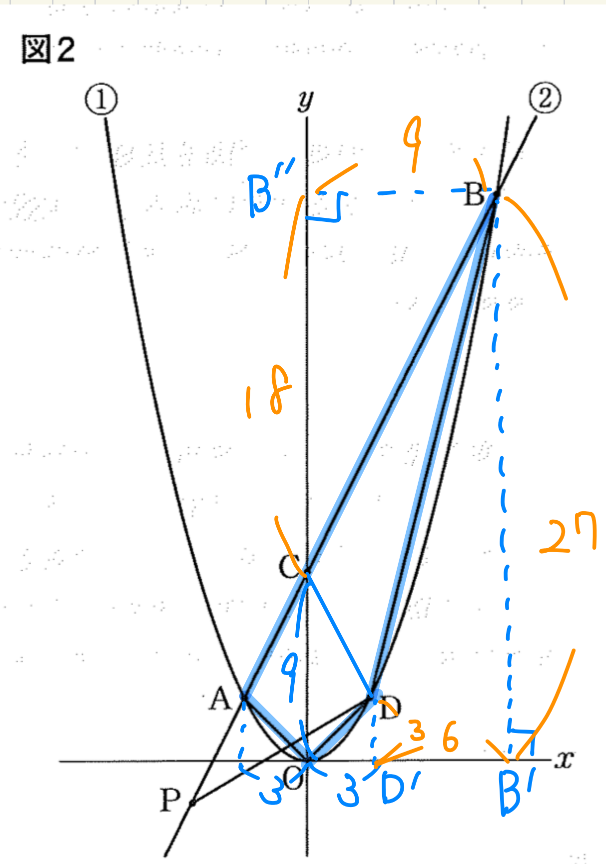
$$3=-3a+b \quad —— ㋐$$
$$-)\ 27=9a+b \quad —— ㋑$$
$$-24=-12a$$
$$a=2$$

$a=2$ を㋐に代入して

$$3=-3\times2+b \qquad \therefore b=9$$

よって $y=2x+9$

4.



Cは②の切片より C(0, 9)
DはAとy軸について対称だから、D(3, 3)

$$\square OABD=\triangle OAC+\triangle ODC+\triangle BCD$$

△OAC

$$\frac{1}{2}\times9\times3=\frac{27}{2}$$

△ODC

$$\frac{1}{2}\times9\times3=\frac{27}{2}$$

△BCD

上図のように B′、B″、D′ を定めると

$$\triangle BCD=\square B''OB'B-\triangle CBB'-\text{台形}OD'DC-\text{台形}DD'B'B$$

$= 9 \times 27 - \frac{1}{2} \times 9 \times 18 - \frac{(3+9) \times 3}{2} - \frac{(3+27) \times 6}{2}$

$= 243 - 81 - 18 - 90$

$= 54$

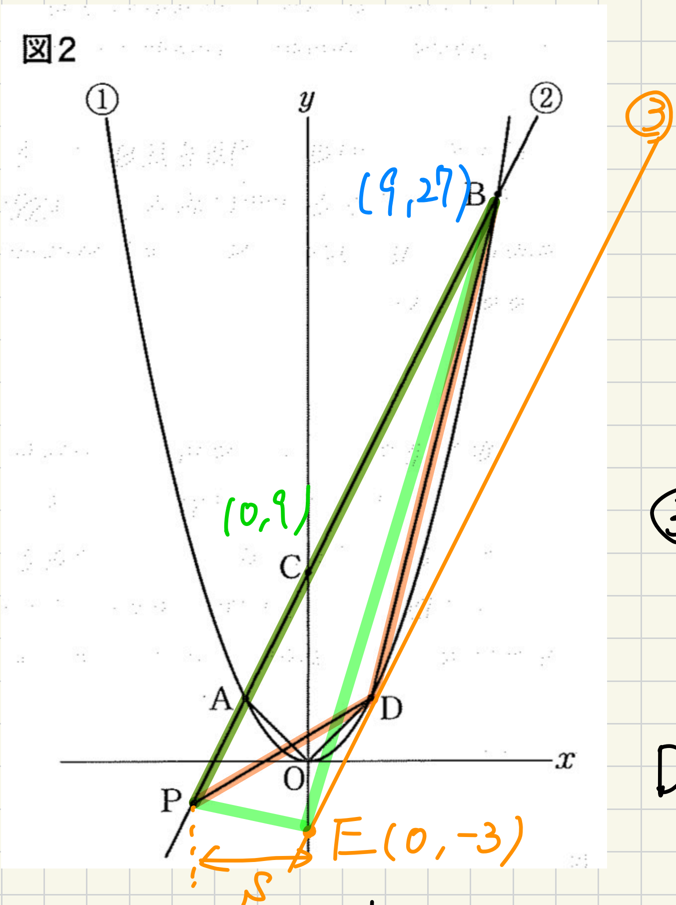
よって

$\square OABD = \frac{27}{2} + \frac{27}{2} + 54$

$= 27 + 54$

$= 81$

(i) PがAより左側にあるとき



Dを通り②と平行な直線を③とし、y切片をEとする

△PBDと△PBEは底辺が共通(PB)で高さも等しいので、面積も等しい。

③の式を $y = 2x + b$ とおくと、

②と平行より傾きは②

D(3,3)を通るから

$3 = 6 + b \quad \therefore b = -3$

よって③は $y = 2x - 3$ で、E(0, -3)

Pのx座標を$-t$とすると、

$\triangle PBD = \triangle PBE$

$= \triangle PCE + \triangle BCE$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times t + \frac{1}{2} \times 12 \times 9$

$= 6t + 54$

$\square OABD = \triangle PBD$ より

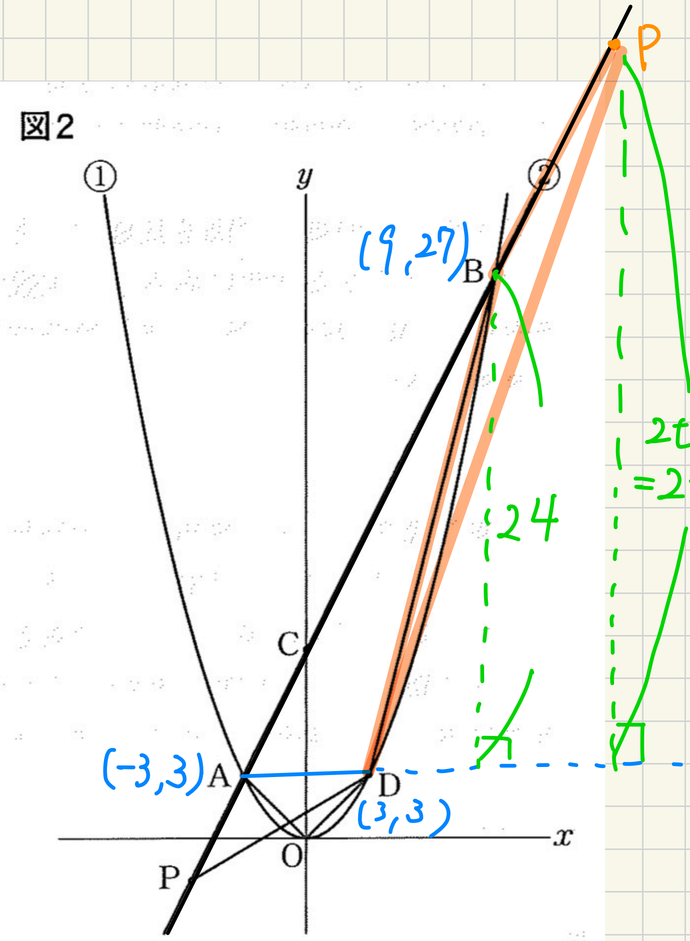
$81 = 6t + 54$

$\Leftrightarrow 6t = 27$

$\therefore t = \dfrac{9}{2}$

Pのx座標は負より $-\dfrac{9}{2}$

(ii) PがBより右側にあるとき



$\triangle PBD = \triangle PAD - \triangle BAD$

Pのx座標をtとすると.

Pは$y = 2x + 9$上にあるから

$y = 2t + 9$

$\therefore P(t, 2t+9)$

よって.

$\triangle PBD = \triangle PAD - \triangle BAD$

$= \dfrac{1}{2} \times 6 \times (2t+6) - \dfrac{1}{2} \times 6 \times 24$

$= 3(2t+6) - 72$

$= 6t + 18 - 72$

$= 6t - 54$

$\square OABD = \triangle PBD$ より

$81 = 6t - 54$

$\Leftrightarrow 6t = 135$

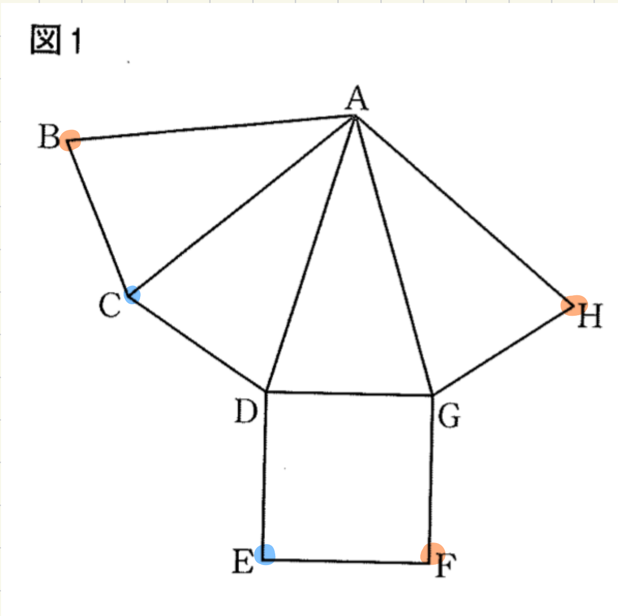
$t = \dfrac{45}{2}$

以上より $t = -\dfrac{9}{2}$ と $t = \dfrac{45}{2}$

(五)

1.

(1)

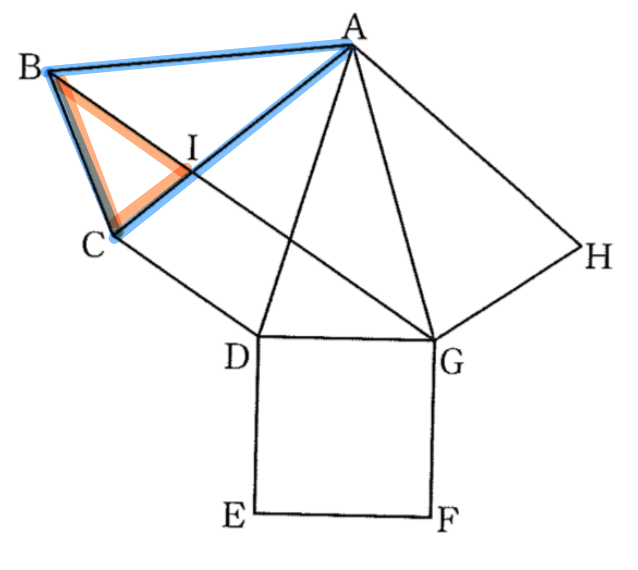


Bと重なる点は

F, H

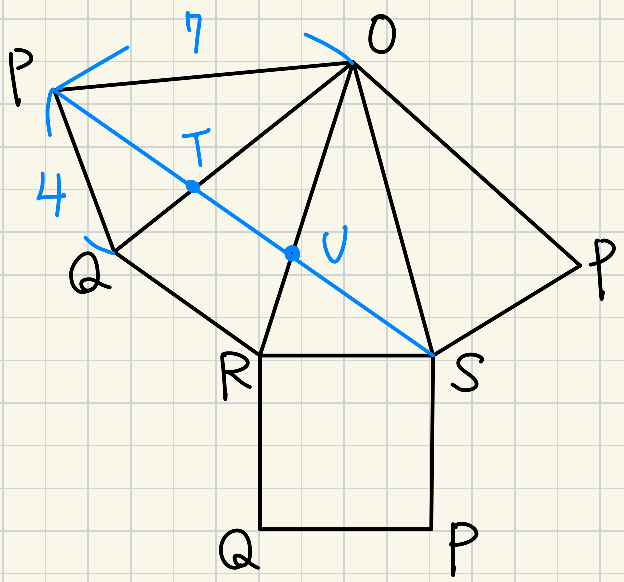
(2)

図2



$\triangle ABC$ と $\triangle BIC$ において、
共通な角だから
$\angle ACB = \angle BCI$ —— ①
$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ は合同な二等辺三角形だから
$\angle ABC = \angle ACD$ —— ②
$BG \parallel CD$ だから
$\angle ACD = \angle BIC$ —— ③
②、③より
$\angle ABC = \angle BIC$ —— ④
①、④より2組の角がそれぞれ等しいので、
$\triangle ABC \sim \triangle BIC$ （証明終わり）

2. やや難



正四角すいOPQRSの展開図は左図の通り

$PT + TU + US$ が最小
⇒ 左図における PS

よって
T, U は線分PS上にある。

1.(2)より $\triangle OPQ \sim \triangle PTQ$ だから
$PQ : TQ = OQ : PQ$

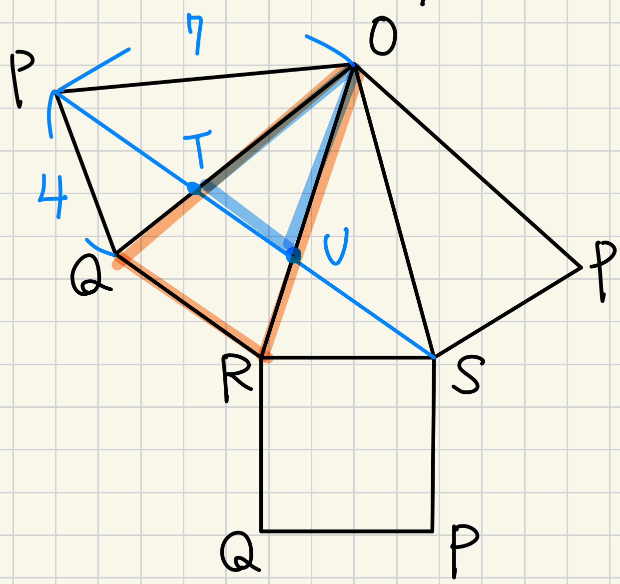
$\Leftrightarrow 4 : TQ = 7 : 4$

$\Leftrightarrow 7TQ = 16$

$\therefore TQ = \dfrac{16}{7}$

よって.

$$OT = OQ - TQ$$
$$= 7 - \frac{16}{7}$$
$$= \frac{49-16}{7}$$
$$= \frac{33}{7}$$



△OTUと△OQRにおいて.
1.(2)よりTU // QRだから

$\angle OTU = \angle OQR$ —— ①

$\angle OUT = \angle ORQ$ —— ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので△OTU∽△OQR

よって.

$$\underbrace{OT}_{\frac{33}{7}} : \underbrace{OQ}_{7} = TU : \underbrace{QR}_{4}$$

$\Leftrightarrow 7TU = \dfrac{132}{7}$

$\therefore TU = \dfrac{132}{49}$ cm