# 2025年度 福岡県
数学

KmKm

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 5 + 14$

$= 19$

(2) 与式 $= 3a + 3b - a + 4b$

$= 2a + 7b$

(3) $9a^2b \div (-3a) = -3ab$

$a = 4,\ b = -5$ より

$-3ab = -3 \times 4 \times (-5)$

$= 60$

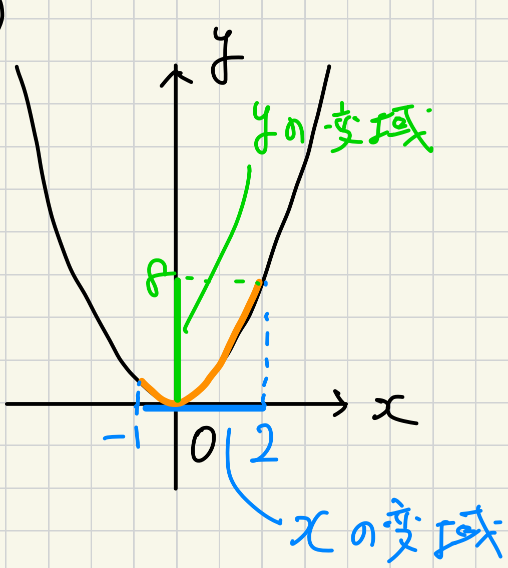
(4) 与式 $= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

(5) 与式 $= (3a + 5b)(3a - 5b)$

(6)




左のグラフより、$x = 2$ のとき

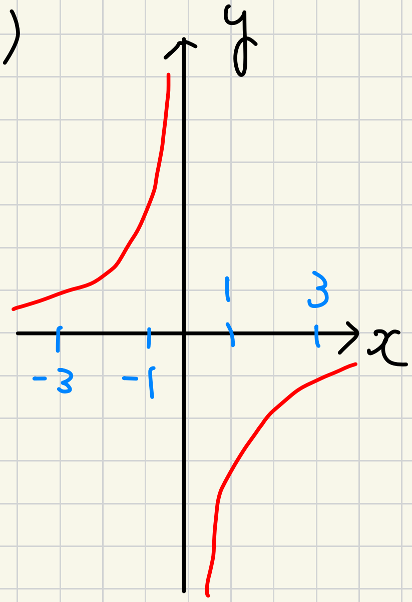
$y = 2 \times 2^2$

$= 8$

よって

$0 \leqq y \leqq 8$

(8)




$\begin{cases} x=1,\ y=-3 \\ x=3,\ y=-1 \\ x=-1,\ y=3 \\ x=-3,\ y=-1 \end{cases}$ を通る.

(9) 2つのさいころを投げたときの出る目は.
$6 \times 6 = 36$通り

さいころAの目を$a$, さいころBの目を$b$とする. このとき
2けたの自然数は$10a+b$で表される.

・$a=1$のとき
　$10+b$が4の倍数 ⇒ $b=2, 6$ の2通り

・$a=2$のとき
　$20+b$が4の倍数 ⇒ $b=4$ の1通り

・$a=3$のとき
　$30+b$が4の倍数 ⇒ $b=2, 6$ の2通り

・$a=4$のとき
　$40+b$が4の倍数 ⇒ $b=4$ の1通り

・$a=5$のとき
　$50+b$が4の倍数 ⇒ $b=2, 6$ の2通り

・$a=6$のとき
　$60+b$が4の倍数 ⇒ $b=4$ の1通り

よって、$10a+b$ が 4 の倍数となるのは

$$2+1+2+1+2+1=9\text{通り}$$

だから、求める確率は

$$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

(9) 30 個中、黒は 6 個なので、その割合は

$$\frac{6}{30}=\frac{1}{5} \quad —①$$

最初の白の個数を $x$ 個とすると、黒 50 個加えたときの碁石の総数は $x+50$ であるから、黒の割合は

$$\frac{50}{x+50} \quad —②$$

①=②と推定すると、

$$\frac{1}{5}=\frac{50}{x+50}$$

両辺 $\times 5(x+50)$

$$\Leftrightarrow \quad x+50=250$$

$$\therefore x=200$$

よって、およそ 200個

$\boxed{2}$

(1) 1年生の度数が最も大きいのは 23人で 8〜9時間

$$\Rightarrow \text{最頻値は } \frac{8+9}{2}=8.5\text{時間}$$

2年生の度数が最も大きいのは18人で7~8時間

$\Rightarrow$ 最頻値は $\frac{7+8}{2}=7.5$ 時間

3年生の度数が最も大きいのは37人で8~9時間

$\Rightarrow$ 最頻値は $\frac{8+9}{2}=8.5$ 時間

よって、最頻値の最も大きな学年は1年生で、
そのときの最頻値は8.5時間

(2)

ア：箱ひげ図より、2年生の最小値が最も近いので、
正しい

イ：1年生の最大値は10.5時間より少なく、
最小値は5.5時間だから、その差は5時間
より少ない。よって誤り

ウ：1年生の第3四分位数は9.5時間だから、
データを小さい順に並べたときの上位25%は、
9.5時間以上

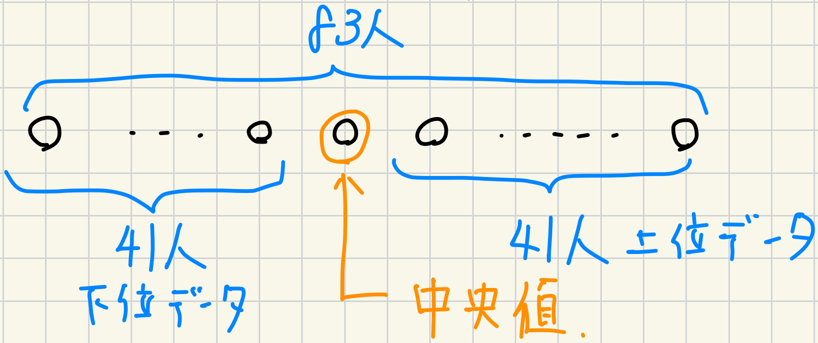
$\Rightarrow 79 \times 0.25 = 19.75$ $\Rightarrow$ 19人以上は9.5時間
以上睡眠している

一方、2年生において、9.5時間は第3四分位数
~最大値の間にあるため、上位25%より少ない
人数が9.5時間以上の睡眠である

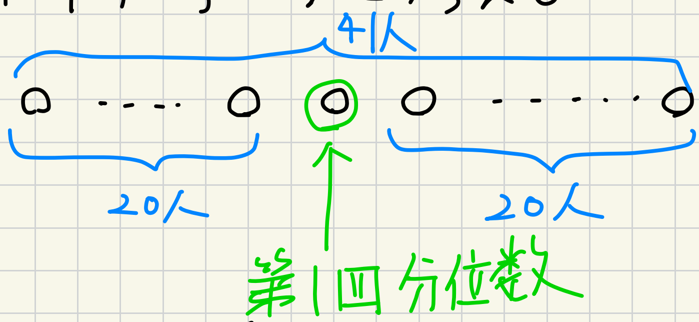
$\Rightarrow 66 \times 0.25 = 16.5$ $\Rightarrow$ 16人より少ない生徒

が9.5時間以上睡眠している。よって誤り

㊓：データを小さい順に並べる




さらに下位データを考えると、




よって3年生の第1四分位数が21番目であり、箱ひげ図から6.5時間なので正しい

(3) 睡眠時間が7時間未満の生徒の割合について、各学年の累積相対度数を四捨五入して小数第2位まで求めると、

$$1年生 : \frac{3+8}{79} = \frac{11}{79} = 0.14$$

$$2年生 : \frac{4+15}{66} = \frac{19}{66} = 0.29$$

$$3年生 : \frac{8+19}{83} = \frac{27}{83} = 0.33$$

$0.33 > 0.29 > 0.14$ なので、睡眠時間が7時間未満の生徒の割合が最も大きいのは、3年生である。

$\boxed{3}$

(1) 1回目に玉をとるのは4通り。2回目は、玉が1個少ない状態からとるので3通り。3回目は、さらに玉が1個少ない状態からとるので2通り。
よって玉の取り出し方は

$$4\times3\times2=24\text{通り}$$

(2)

$5 \Rightarrow A(2をひく) \Rightarrow 3 \Rightarrow B(2倍する) \Rightarrow 6$
$\Rightarrow C(2乗する) \Rightarrow 36$
よって36

はじめの数を$x$とすると
$x \Rightarrow A(2をひく) \Rightarrow x-2 \Rightarrow B(2倍する)$
$\Rightarrow 2(x-2) \Rightarrow D(はじめの数をひく) \Rightarrow 2(x-2)-x$
これが10になるから

$$2(x-2)-x=10$$
$$\Leftrightarrow 2x-4-x=10$$
$$\therefore x=14$$

よってはじめの数は14

(3) はじめの数を$x$とする
(i) A, D, B のとき
$x \Rightarrow A \Rightarrow x-2 \Rightarrow D \Rightarrow (x-2)-x=-2$
$\Rightarrow B \Rightarrow (-2)\times2=-4$
よって、A, D, Bのとき常に$-4$となる

(ii) A, D, C のとき

$x \Rightarrow A \Rightarrow x-2 \Rightarrow D \Rightarrow (x-2)-x=-2$

$\Rightarrow C \Rightarrow (-2)^2=4$

よって A, D, C のとき, 常に 4 となる

(参考)

$A \rightarrow D$ の順で行うと $(x-2)-x=-2$

となり, はじめの数にかかわらず, 結果は $-2$ となる.

(4) はじめの数を $x$ とする

(i) A, C, B のとき

$x \Rightarrow A \Rightarrow x-2 \Rightarrow C \Rightarrow (x-2)^2 \Rightarrow B \Rightarrow$

$(x-2)^2 \times 2$

よって計算結果は $2(x-2)^2$ —— ①

(ii) B, C, A のとき

$x \Rightarrow B \Rightarrow 2x \Rightarrow C \Rightarrow (2x)^2=4x^2 \Rightarrow A$

$\Rightarrow 4x^2-2$

よって計算結果は $4x^2-2$ —— ②

① = ② だから

$$2(x-2)^2=2(2x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2=2x^2-1$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x+4=2x^2-1$$

$$\Leftrightarrow -x^2-4x+5=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x-5=0$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1)=0$$

$\therefore x=-5, 1$ よって $-5, 1$

$\boxed{4}$

(1) A駅から3000m → A駅とB駅の間

A駅からB駅まで12分で4800m進んだから.

速さは

$$4800 \div 12 = 400 \text{ m/分}$$

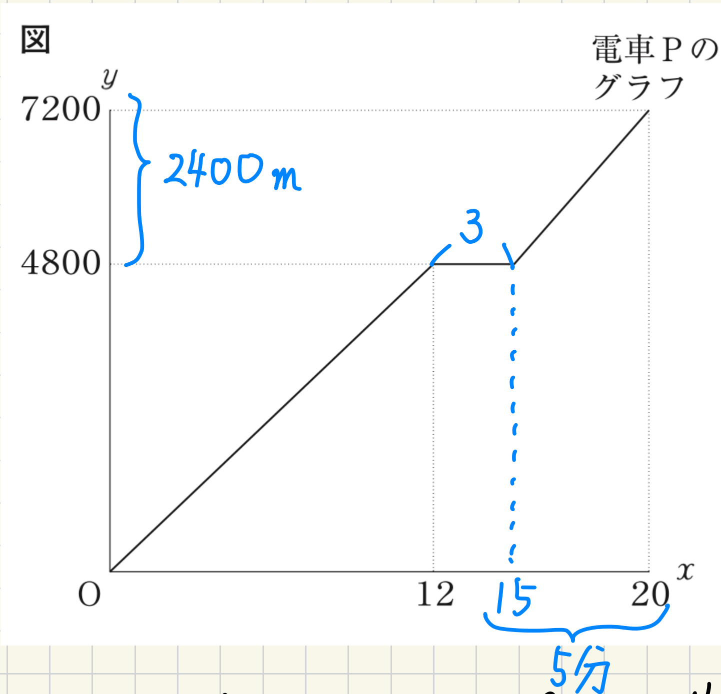
よって、3000m進むのにかかる時間は

$$3000 \div 400 = \frac{15}{2} \text{分}$$

$$= 7\frac{1}{2} \text{分}$$

$\frac{1}{2}$分 $= 30$秒 より 7分30秒後

(2)




$x = 16, 17, 18$ のとき、

電車はB駅→C駅に向かっている.

5分で2400m進むから.

速さは

$$2400 \div 5 = 480 \text{ m/分}$$

よって1分ごとに480m進むから

$$x = 15 \Rightarrow y = 4800$$
$$x = 16 \Rightarrow y = 5280$$
$$x = 17 \Rightarrow y = 5760$$
$$x = 18 \Rightarrow y = 6240$$

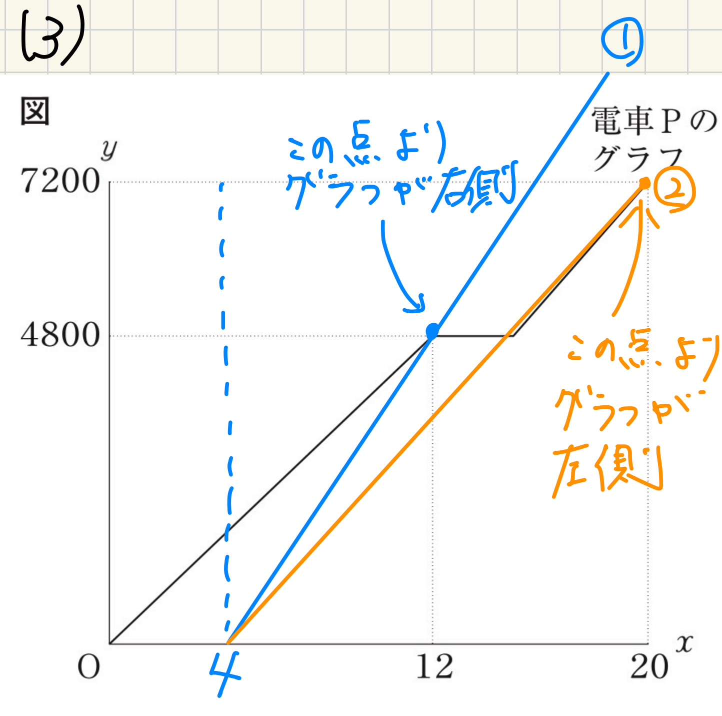
+480

+480

+480

よって エ

(3)




電車Qのグラフは、
①のグラフより傾きが小さく
②のグラフより傾きが大きい。

また、傾きが速さを表していることに注意する。

①のとき

電車Qのグラフの変化の割合(=傾き)は

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{4800-0}{12-4} = \frac{4800}{8} = 600$$

②のとき

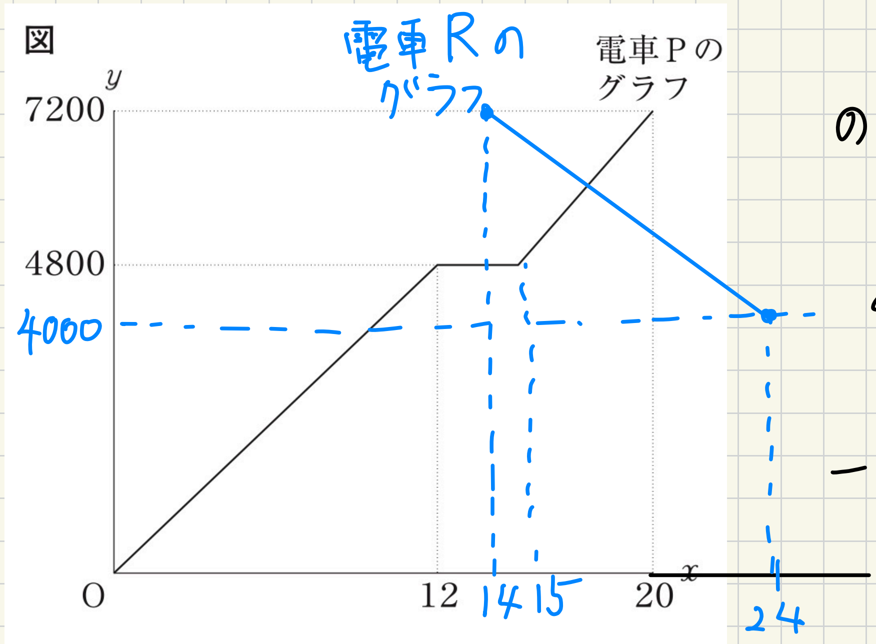
電車Qのグラフの変化の割合(=傾き)は

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{7200-0}{20-4} = \frac{7200}{16} = 450$$

よって電車Qの速さは、分速450m より速く、分速600m より遅い

㋐ ㋑

(4)




電車Pのグラフ$(15 \leqq x \leqq 20)$の式を $y=ax+b$ とおくと $(15, 4800)$, $(20, 7200)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 4800 = 15a + b & \text{—— ①} \\ -)\ 7200 = 20a + b & \text{—— ②} \\ \hline -2400 = -5a & \end{array}$$

$\therefore a = 480$

$a=480$ を②に代入して

$7200 = 20 \times 480 + b \quad \therefore b = -2400$

よって $y = 480x - 2400$ —— ㋐

電車Rのグラフの式を $y = mx + n$ とおくと $(14, 7200)$, $(24, 4000)$ を通るから

$$\begin{array}{rl} 7200 = 14m + n & \text{—— ③} \\ -)\ 4000 = 24m + n & \text{—— ④} \\ \hline 3200 = -10m & \end{array}$$

$\therefore m = -320$

$m=-320$ を③に代入して

$7200 = 14 \times (-320) + n \quad \therefore n = 11680$

よって $y = -320x + 11680$ —— ㋑

すれ違った時間は㋐, ㋑を連立して解けば良い。

㋐を㋑に代入して.

$$480x - 2400 = -320x + 11680$$

$$\Leftrightarrow 800x = 14080$$

$$\therefore x = \frac{14080}{800}$$

160で約分

$$= \frac{88}{5}$$

$$= 17\frac{3}{5}$$

ここで

$\times\frac{3}{5}$ 1分 ⟶ 60秒 $\times\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$分 ⟶ ?秒

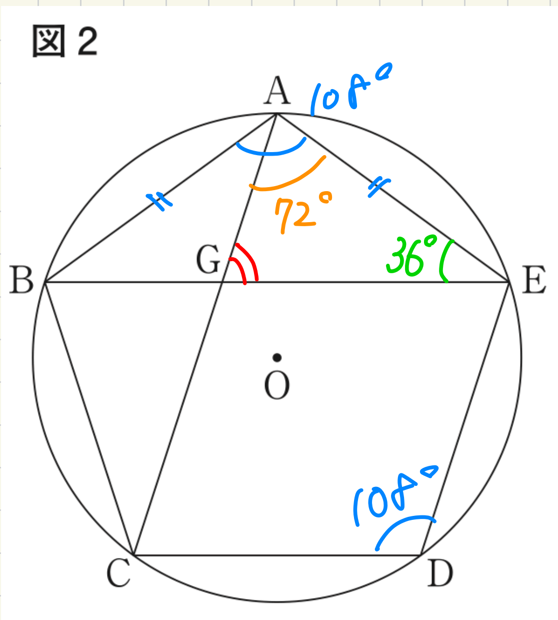
$$? = 60 \times \frac{3}{5}$$

$$= 36\text{秒}$$

よって、すれ違ったのは 8時17分36秒

$\boxed{5}$

(1)




正五角形の内角の和は

$$180° \times (5-2) = 180° \times 3$$

$$= 540°$$

よって1つの内角の大きさは

$$540 \div 5 = 108°$$

$\Rightarrow \angle BAE = \angle CDE = 108°$

ここで、AB、AEは正五角形の一辺だから、AB = AE

よって△ABEは二等辺三角形であり ∠ABE=∠AEB

∴ ∠AEB =(180°−108°)÷2

=72°÷2

=36°

□ACDEは円に内接しているから、向かい合う角の和は180°. よって

∠EAC =180°−108°

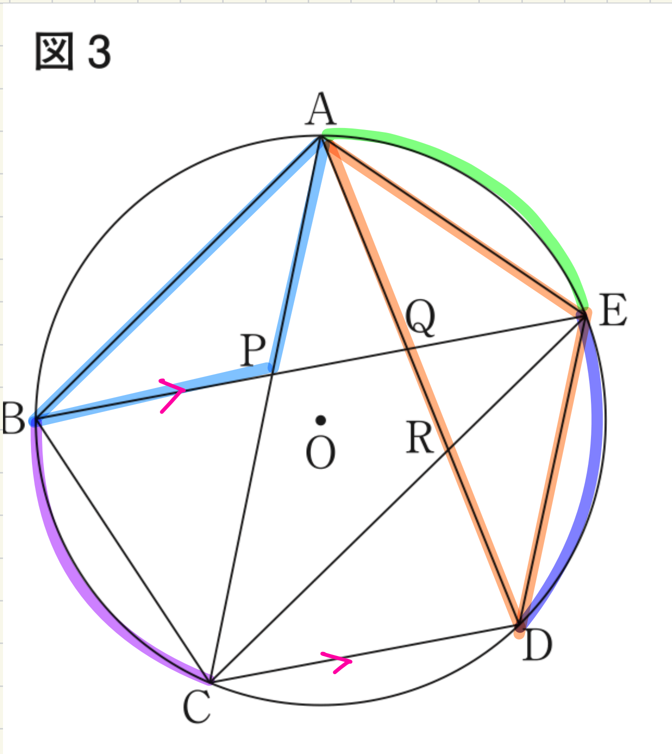
=72°

△AGEの内角の和は180°だから

∠AGE =180°−(72°+36°)

=72°

(2)




△ABPと△ADEにおいて、

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいので

∠ABP=∠ADE ―― ①

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいので

∠PAB =∠BEC ―― ②

BE//CDより錯角が等しいので

∠BEC = ∠ECD ―― ③

$\overset{\frown}{DE}$に対する円周角は等しいので.

∠ECD =∠EAD ―― ④

②.③.④より

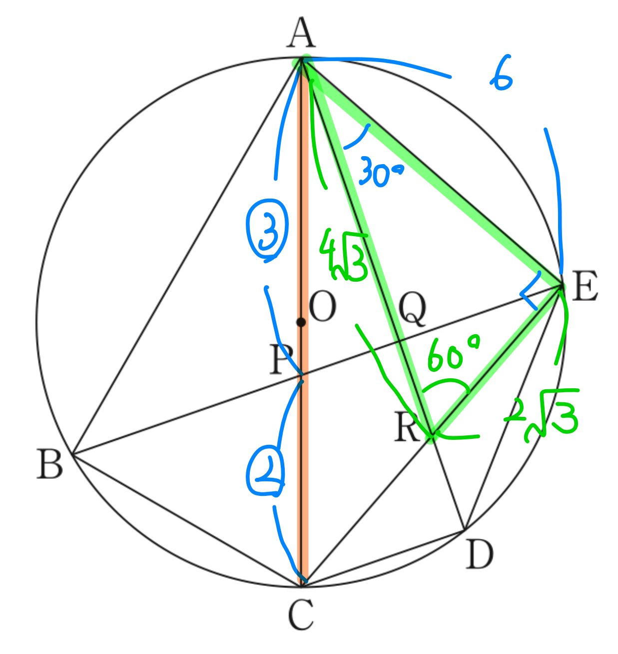
$\angle PAB = \angle EAD$ —⑤

①,⑤より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABP \sim \triangle ADE$（証明終わり）

(3)

図 4




$\angle AEC$は直径に対する円周角なので $\angle AEC = 90°$

よって $\triangle ARE$は30°-60°-90°の直角二等辺三角形なので

$RE : AR : \underset{6}{AE} = 1 : 2 : \sqrt{3}$ —⑦

$\Leftrightarrow RE : 6 = 1 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}RE = 6$

よって

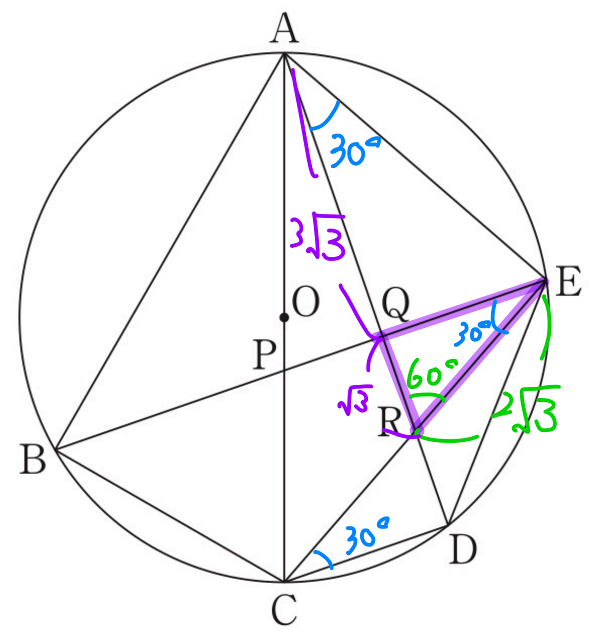
$RE = \frac{6}{\sqrt{3}}$ $= \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

また.⑦より

$\underset{2\sqrt{3}}{RE} : AR = 1 : 2$　　$\therefore AR = 4\sqrt{3}$

図4




また、$\overset{\frown}{DE}$ に対する円周角は等しいので、

$\angle EAD = \angle ECD$

$\therefore \angle ECD = 30°$

$BE \parallel CD$ より錯角が等しいので

$\angle ECD = \angle CEQ$

$\therefore \angle CEQ = 30°$

よって、$\triangle REQ$ において、

$\angle EQR = 180° - (30° + 60°)$
$= 90°$

だから、$\triangle REQ$ は $30° - 60° - 90°$ の直角三角形

よって、

$RQ : \underset{2\sqrt{3}}{RE} : QE = 1 : 2 : \sqrt{3}$

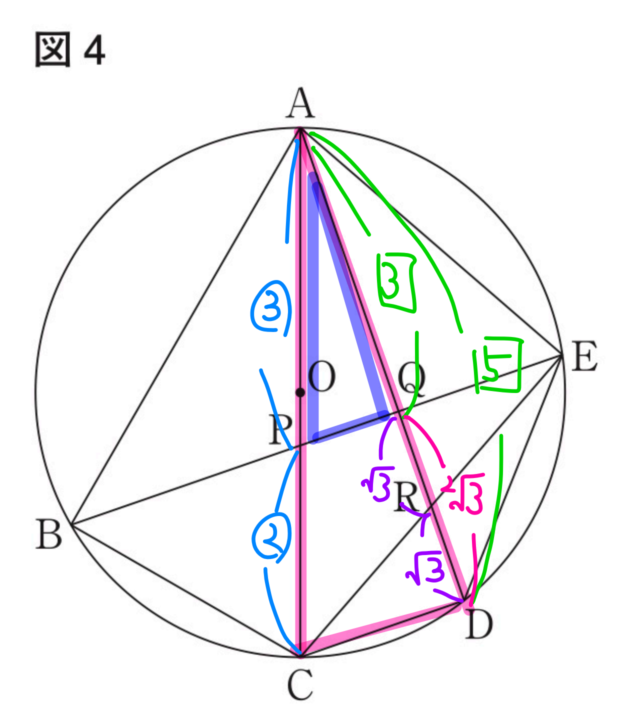
$\Leftrightarrow RQ : 2\sqrt{3} = 1 : 2$

$\Leftrightarrow 2PQ = 2\sqrt{3}$

$\therefore PQ = \sqrt{3}$

$AR = 4\sqrt{3}$ より

$AQ = 4\sqrt{3} - \sqrt{3}$
$= 3\sqrt{3}$




$\triangle ACD$ と $\triangle APQ$ において
BE // CD より同位角が等しいので

$\angle ACD = \angle APQ$ —①
$\angle ADC = \angle AQP$ —②

①, ② より 2 組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle ACD \backsim \triangle APQ$

よって

$\underset{5}{AC} : \underset{3}{AP} = AD : AQ \iff AD : AQ = 5 : 3$

したがって

$\underset{3\sqrt{3}}{AQ} : QD = 3 : 2$

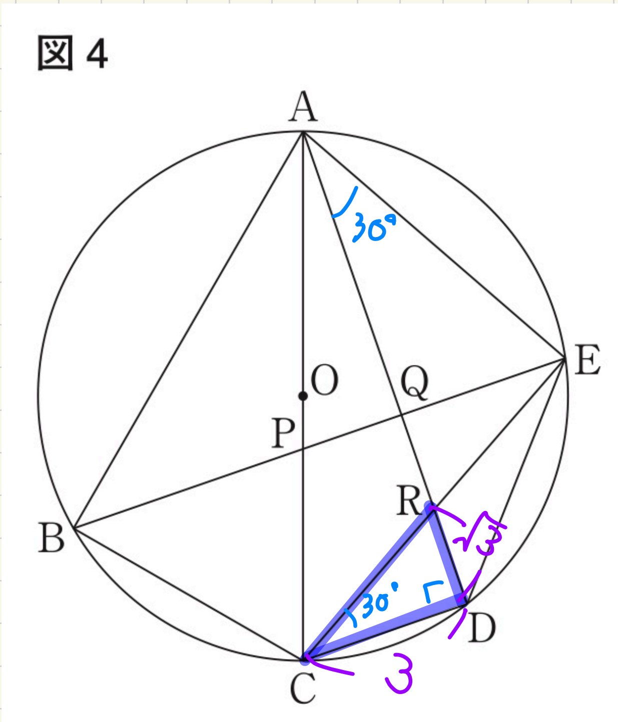
$\iff 3QD = 6\sqrt{3}$

$\therefore QD = 2\sqrt{3}$

$QR = \sqrt{3}$ より $RD = \sqrt{3}$

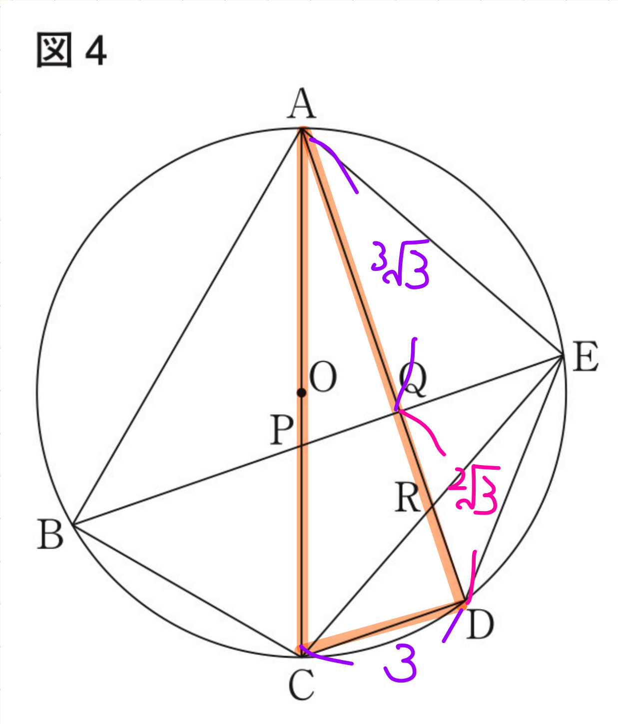
$\angle ADC$ は直径に対する円周角なので $\angle ADC = 90°$
よって $\triangle RCD$ は $30° - 60° - 90°$ の直角三角形なので

$\underset{\sqrt{3}}{RD} : RC : CD = 1 : 2 : \sqrt{3}$



$\Leftrightarrow \sqrt{3} : CD = 1 : \sqrt{3}$

$\therefore CD = 3$




ここで $AD = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

だから、$\triangle ACD$で三平方の定理より

$$AC = \sqrt{3^2 + (5\sqrt{3})^2}$$

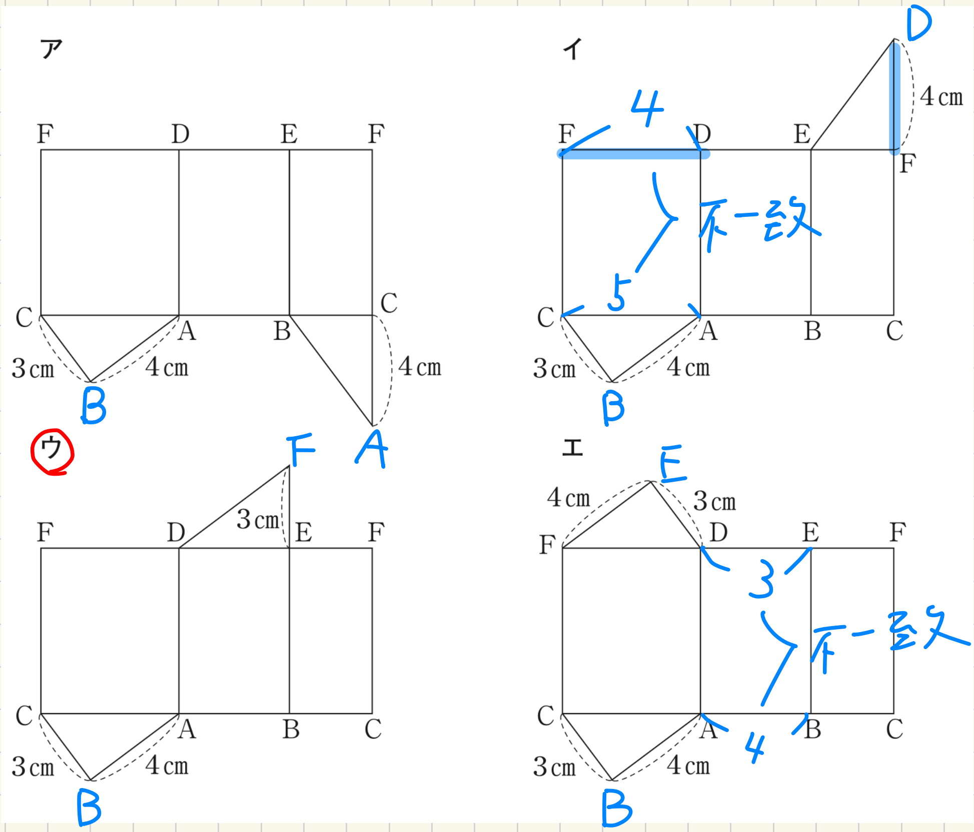
$$= \sqrt{9+75}$$

$$= \sqrt{84}$$

$$= 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

$\boxed{6}$

(1) 三角柱より各点を追記する。




ア：$\triangle DEF$に対する三角形がないので誤り

イ．$\triangle ABC$で三平方の定理より

$$AC = \sqrt{3^2+4^2}$$

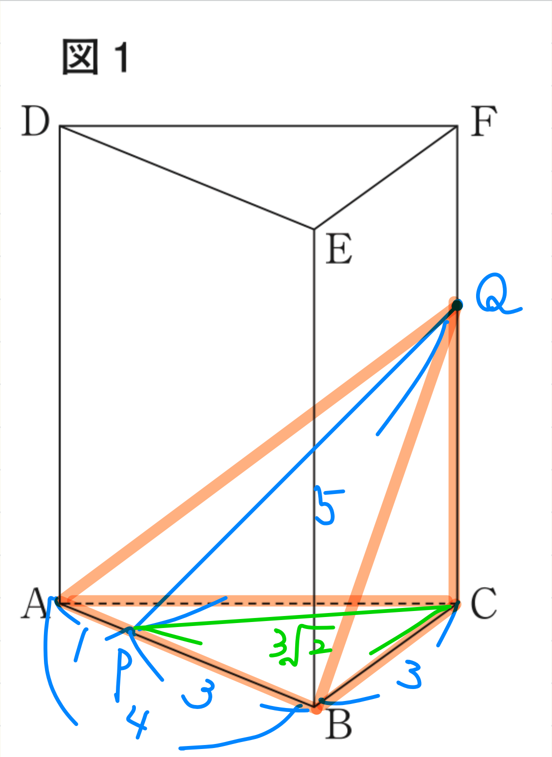
$$= 5 \text{ cm}$$

であるが、$DF = 4$ cm なので不一致。

ウ：正しい。

エ：AB=4, DE=3 で不一致.

(2)




$\triangle ABC \perp FC$ より
$\triangle ABC \perp QC$
よって求める体積は
$\triangle ABC \times QC \times \frac{1}{3}$
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ だから.
QCの長さを求める.

$\triangle PBC$ において. $PB = 4-1 = 3$, $BC = 3$, $\angle PBC = 90°$ だから. $\triangle PBC$ は $PB = BC$ の直角二等辺三角形.
よって.

$$\underbrace{PB}_{3} : \underbrace{BC}_{3} : PC = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 3 : PC = 1 : \sqrt{2} \qquad \therefore PC = 3\sqrt{2}$$

$\triangle ABC \perp QC$ で. PC は $\triangle ABC$ の面内にあるから
$PC \perp QC \quad \therefore \angle PCQ = 90°$
したがって $\triangle QPC$ で三平方の定理より

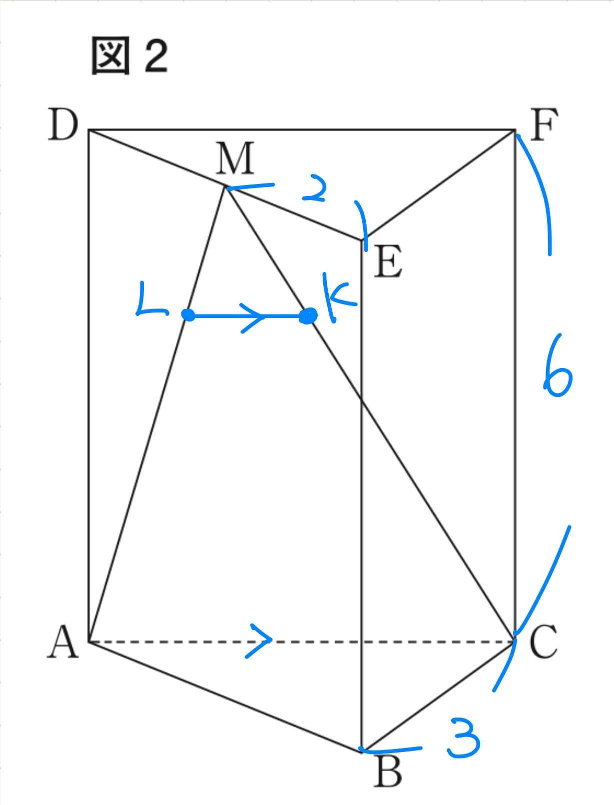
$$QC = \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} \qquad = \sqrt{25-18}$$

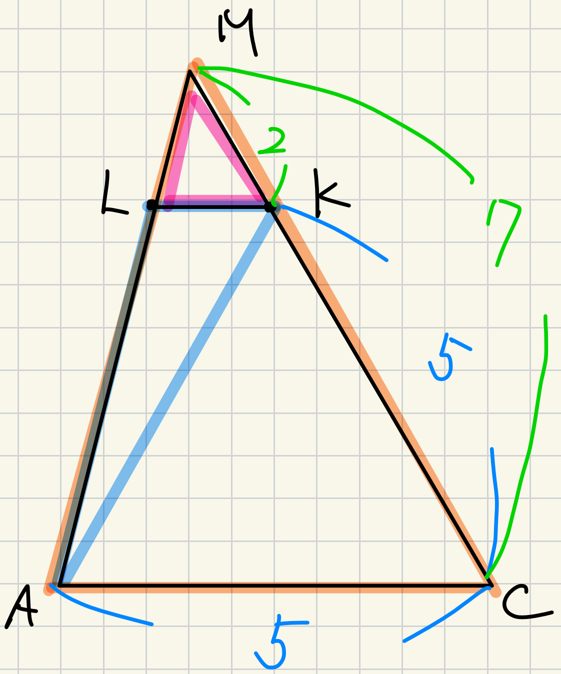
$$= \sqrt{7} \qquad = \sqrt{7}$$

よって求める体積は

$$\underbrace{6}_{\triangle ABC} \times \underbrace{\sqrt{7}}_{QC} \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{7}\ cm^3$$

(3)




立体に対する三平方の定理より

$$MC = \sqrt{\underbrace{6^2}_{FC^2} + \underbrace{3^2}_{BC^2} + \underbrace{2^2}_{ME^2}}$$

$$= \sqrt{36 + 9 + 4}$$
$$= \sqrt{49}$$
$$= 7$$

$$= 7$$

よって $MK = 2$

$\triangle MLK$ と $\triangle MAC$ において

$LK \parallel AC$ より同位角が等しいので

$\angle MLK = \angle MAC$ —①

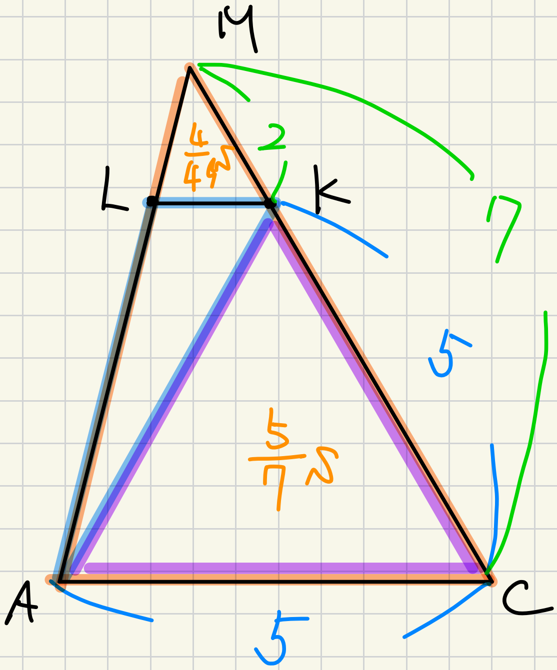
$\angle MKL = \angle MCA$ —②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle MLK \backsim \triangle MAC$

相似比は、$MK : MC = 2 : 7$ であり、相似な図形の面積比は、相似比の2乗に等しいから

$$\triangle MLK : \triangle MAC = 2^2 : 7^2$$
$$= 4 : 49 \quad — ㋐$$




$\triangle MAC$ と $\triangle KAC$ において、底辺をそれぞれ $MC$, $KC$ とすると高さが等しいので、面積比は底辺比となる。よって

$\triangle MAC : \triangle KAC = 7 : 5$ — ㋑

ここで、$\triangle MAC$ の面積を $S$ とすると、

㋐より

$$\triangle MLK : S = 4 : 49$$

$$\Leftrightarrow 49 \times \triangle MLK = 4S$$

$$\therefore \triangle MLK = \frac{4}{49}S$$

㋑より

$$S : \triangle KAC = 7 : 5$$

$$\Leftrightarrow 7 \times \triangle KAC = 5S \qquad \therefore \triangle KAC = \frac{5}{7}S$$

したがって、△LAKは

$$\triangle LAK = S - \frac{4}{49}S - \frac{5}{7}S$$

$$= \frac{49S - 4S - 35S}{49}$$

$$= \frac{10}{49}S$$

$$= \frac{10}{49} \times \triangle MAC$$

よって、△LAKの面積は、△MACの$\frac{10}{49}$倍