2025年度 高知県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1)

① 与式 $= 1 + 3 - 9$

$= -5$

② 与式 $= \dfrac{4(2x+y) - 3(x-3y)}{12}$

$= \dfrac{8x + 4y - 3x + 9y}{12}$

$= \dfrac{5x + 13y}{12}$

③ 与式 $= \dfrac{2a^2 b \times 9b^2 \times 2}{9a^2}$

$= 4b^3$

④ 与式 $= \sqrt{15} + \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$　　$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{60}}{5} = \dfrac{2\sqrt{15}}{5}$

$= \dfrac{5\sqrt{15} + 2\sqrt{15}}{5}$

$= \dfrac{7\sqrt{15}}{5}$

(2) $(x-6) : x = 4 : 7$

$\Leftrightarrow\ 4x = 7(x-6)$

$\Leftrightarrow\ 4x = 7x - 42$

$\Leftrightarrow\ -3x = -42$

$\therefore x = 14$

(3) $\dfrac{a+b+90}{3}=72$

$\Leftrightarrow a+b+90=216$

$\therefore b=126-a$

(4) $x^2-4x+3=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1,3$

解の和は $1+3=4$ で、これが $x^2+ax-4=0$ の解なので

$4^2+4a-4=0$

$\Leftrightarrow 16+4a-4=0$

$\Leftrightarrow 4a=-12$

$\therefore a=-3$

(5)

ア：$y=(1-0.3)x \quad \therefore y=0.7x$ より比例

イ：$y=\dfrac{12}{x}$ より反比例

ウ：$y=\dfrac{x}{4} \quad \therefore y=\dfrac{1}{4}x$ より比例

エ：$\dfrac{1}{2}xy=15 \Leftrightarrow xy=30 \quad \therefore y=\dfrac{30}{x}$ より反比例

(6) $\sqrt{10}^2=10$、$(2\sqrt{7})^2=28$、$(3\sqrt{2})^2=18$ より

$$(\sqrt{10})^2+(3\sqrt{2})^2=28$$
$$(2\sqrt{7})^2=28$$

したがって、$(\sqrt{10})^2+(3\sqrt{2})^2=(2\sqrt{7})^2$ が成り立つ.

よって3辺の長さが $\sqrt{10}$ cm、$2\sqrt{7}$ cm、$3\sqrt{2}$ cm の三角形は直角三角形である

(7) 2つのさいころを投げたときの出る目は $6\times6=36$ 通り

$\dfrac{36}{a+b}$ が整数 $\Leftrightarrow$ $a+b$ が36の約数.

ここで 36の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 である

・$a+b$ の最小値 : $a=b=1$ のときで 2

・$a+b$ の最大値 : $a=b=6$ のときで 12

だから、$a+b$ が36の約数となるのは 2, 3, 4, 6, 9, 12

(i) $a+b=2$ のとき

$(a,b)=(1,1)$ の 1通り

(ii) $a+b=3$ のとき

$(a,b)=(1,2),(2,1)$ の 2通り

(iii) $a+b=4$ のとき

$(a,b)=(1,3),(2,2),(3,1)$ の 3通り

(iv) $a+b=6$ のとき

$(a,b)=(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$ の 5通り

(v) $a+b=9$ のとき

$(a,b)=(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)$ の 4通り

(vi) $a+b=12$ のとき

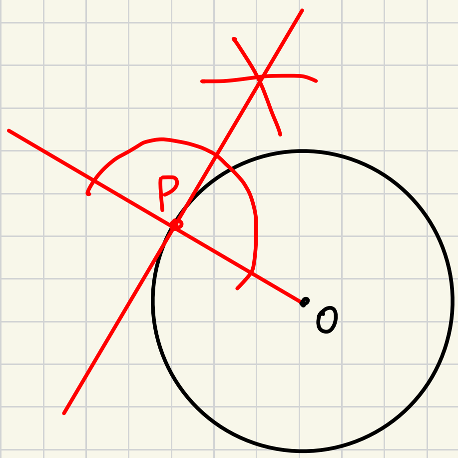
$(a,b)=(6,6)$ の 1通り

よって $a+b$ が 36 の約数となるのは

$1+2+3+5+4+1=16$ 通り

だから、求める確率は $\dfrac{16}{36}=\dfrac{4}{9}$

(8)



半径と接線は直角に交わるから、P を通り OP に垂直な線を描く。

$\boxed{2}$

(1) 5～10は1人，10～15は3人，15～20は5人

20～25は3人，25～30は2人だから、累積度数は

$1+3+5+3+2=14$ 人

(2)

ア：各階級の階級値は

5～10：7.5で1人
10～15：12.5で3人
15～20：17.5で5人
20～25：22.5で3人

25～30：27.5で2人
30～35：32.5で4人
35～40：47.5で2人

よって平均値は

$(7.5\times1+12.5\times3+17.5\times5+22.5\times3+27.5\times2+32.5\times4+47.5\times2)\div20$

$=(7.5+37.5+87.5+67.5+55+130+95)\div20$

$=480\div20$

$=24$ 分

25分以上の生徒は

$2+4+2=8$ 人

であるから、平均値以上の生徒は少なくとも8人。

よって8人未満でないから誤り

イ：範囲＝最大値−最小値

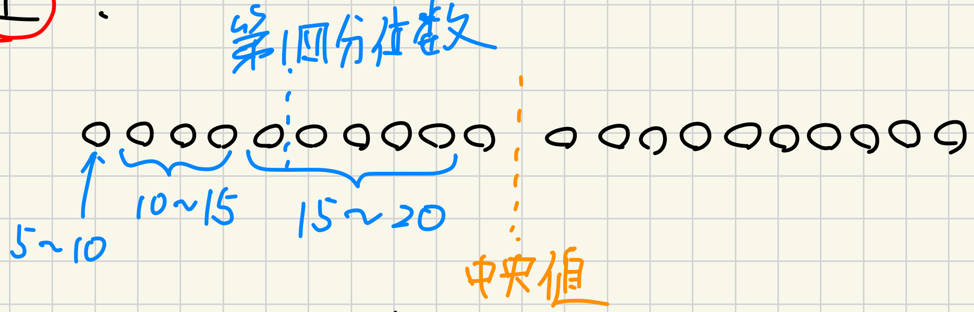
ヒストグラムから最大値、最小値は分からないので誤り

ウ：15〜20は5人であるから、相対度数は

$\frac{5}{20}=0.25$

よって正しい

エ：



第1四分位数は15〜20で、この階級の度数は5人で最も大きいので正しい

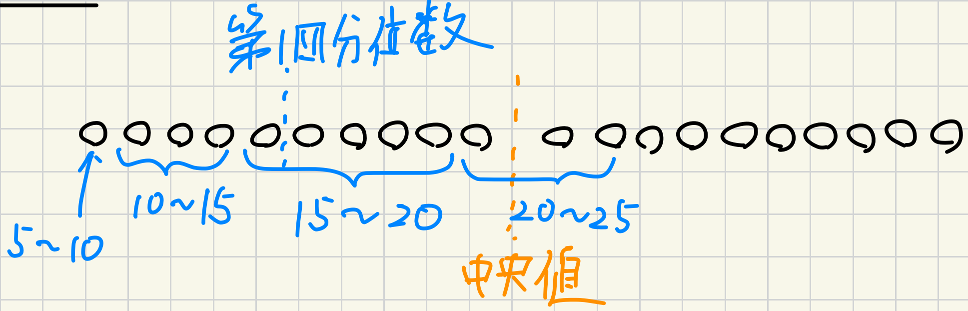
(3)

① 1組の度数が最も大きい階級は15~20である。
ア~エのうち、ウの度数が最も大きい階級も
15~20なので、ウは誤り

② 階級値が32.5 ⟶ 階級は30~35
1組の30~35は4人である
ア,イ,エのうち、エの30~35は5人であるから
エは誤り

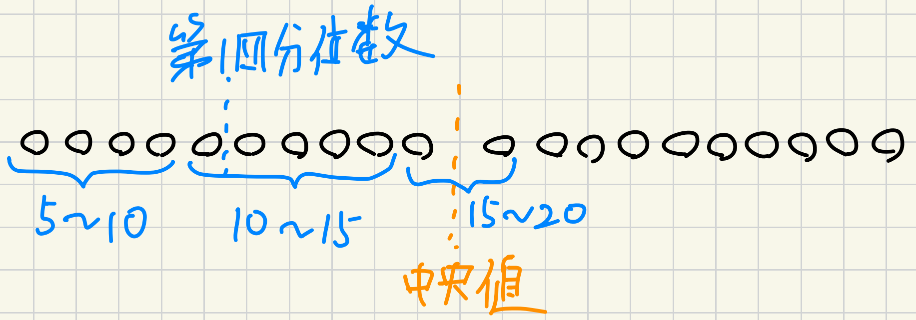
③ データを小さい順に並べると

1組



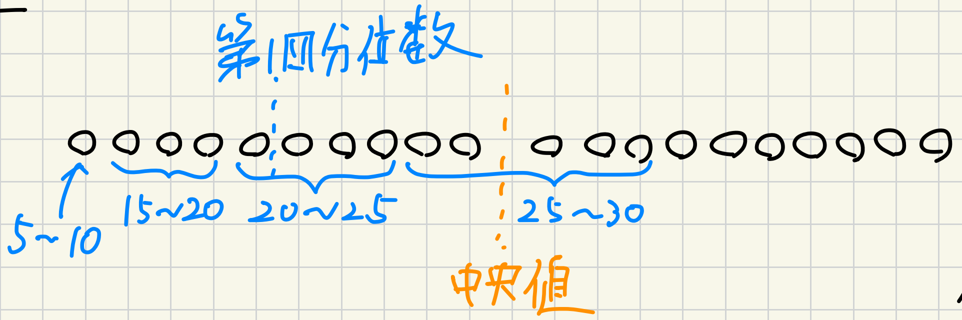
よって1組の中央値は20~25

ア



中央値は
15~20で
1組より小さい

イ



中央値は
25~30で
1組より大きい

$\boxed{3}$

(1) 4けたの自然数の千の位の数と一の位の数を x.
百の位の数と十の位の数を y とすると.

4けたの自然数は $\underbrace{1000}_{ア}x+\underbrace{100}_{イ}y+10y+x$

と表される. このとき

$$1000x+100y+10y+x$$
$$=\underbrace{1001}_{ウ}x+\underbrace{110}_{エ}y$$
$$=11(\underbrace{91x+10y}_{オ})$$

$91x+10y$ は整数であるから. $11(91x+10y)$ は
11の倍数である.
したがって. 千の位の数と一の位の数が等しく, 百の位の数と十の位の数が等しい4けたの自然数は.
11の倍数になる.

(2) もとの自然数の十の位の数を a, 一の位の数を b とすると.

もとの自然数は $10a+b$
入れかえた数は $10b+a$

と表される.

もとの自然数から入れかえた数をひくと36になるから.

$$(10a+b)-(10b+a)=36$$
$$\Leftrightarrow 9a-9b=36$$
$$\therefore a-b=4$$

aは1から9までの自然数なので、$a-b=4$となるようなa, bのうち、$10a+b$が最も大きくなるのは、$a=9, b=5$のときである。

したがって、もとの自然数から入れかえた数をひくと36になる最も大きな自然数は95である。

$\boxed{4}$

(1) $600a+300b \leqq 5000$

(2) 当日新たに借りた普通自転車をx台、子供用自転車をy台とする。

前日までに予約したのは、普通自転車4台、子供用自転車6台で、10時〜15時の5時間使用したから

$$\underbrace{4\times(600-100)}_{\text{基本料金100円引}}+4\times200\times\underbrace{2}_{5-3=2\text{時間}}$$
$$+\underbrace{6\times(300-100)}_{\text{基本料金100円引}}+6\times100\times\underbrace{2}_{5-3=2\text{時間}}$$

$=2000+1600+1200+1200$

$=6000$円 ―― ①

また、合計で16台借りたから

$$\underbrace{10}_{\text{前日まで}}+\underbrace{x+y}_{\text{当日}}=16$$

$\therefore x+y=6$ ―― ②

当日借りた自転車の料金は、

$600x+x\times200\times2+300y+y\times100\times2$

$$=600x+400x+300y+200y$$

$$=1000x+500y \quad \text{——③}$$

①と③の合計が10000円なので

$$6000+1000x+500y=10000$$

$$\Leftrightarrow 1000x+500y=4000$$

$$\Leftrightarrow 10x+5y=40$$

$$\therefore 2x+y=8 \quad \text{——④}$$

②と④を連立させて

$$\begin{array}{rrcr} & x+y & = & 6 \\ -) & 2x+y & = & 8 \\ \hline & -x & = & -2 \end{array}$$

$$\therefore x=2$$

$x=2$を②に代入して

$$2+y=6 \qquad \therefore y=4$$

よって当日新たに借りた普通自転車は2台、子供用自転車は4台

(注)

基本料金は3時間までなので、3時間を超えた時間に対して延長料金がかかる

10時〜15時：5時間

より3時間までは基本料金、3時間〜5時間の2時間分は延長料金である。

$\boxed{5}$

(1)

① AとCのx座標が等しいので、Cのx座標は2

BとCのy座標が等しいので、Cのy座標は1

Cは$y=ax^2$上にありC(2,1)を通るから

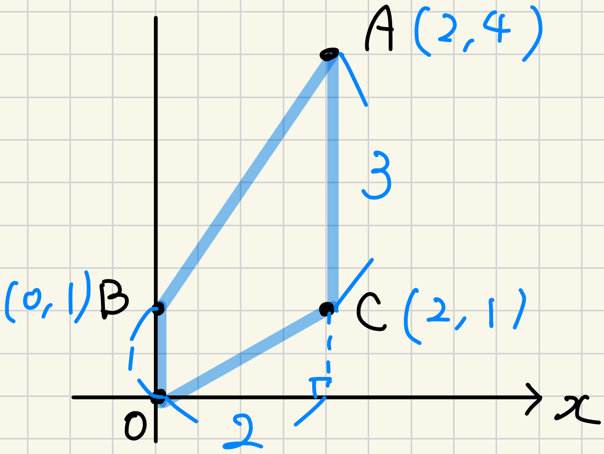
$1=a\times2^2 \Leftrightarrow 4a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

$0<a<1$より$a=\frac{1}{4}$は問題に適する。よって$a=\frac{1}{4}$

② Aは$y=x^2$上にあり$x=2$だから

$y=2^2$
$=4$

$\therefore A(2,4)$



左図より□OCABは台形
よって求める面積は

$$\frac{(1+3)\times2}{2}$$

$$=\frac{4\times2}{2}$$

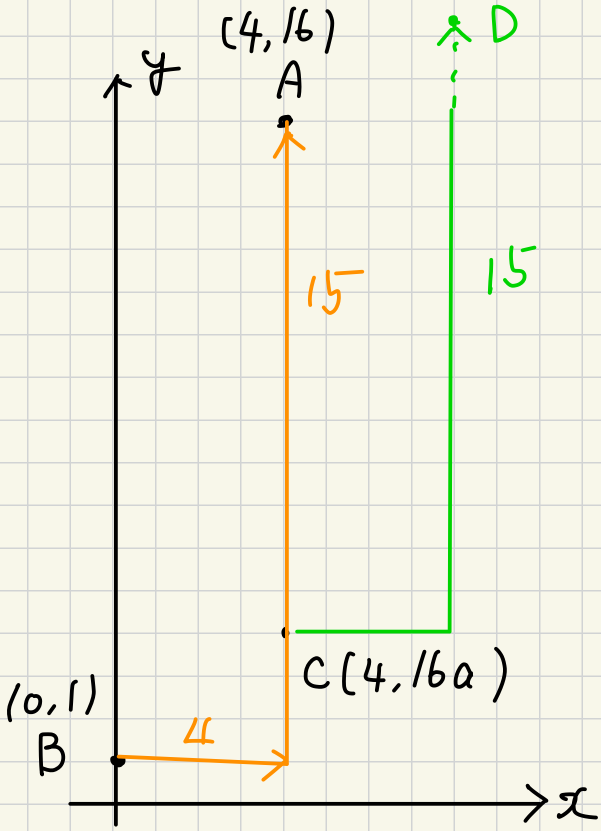
$$=4$$

(2) Aは$y=x^2$上にあり$x=4$だから

$y=4^2$
$=16$

$\therefore A(4,16)$

AとCのx座標が等しいので、Cのx座標は4



Cは $y=ax^2$ 上にあり $x=4$ だから

$$y = a \times 16$$
$$= 16a$$

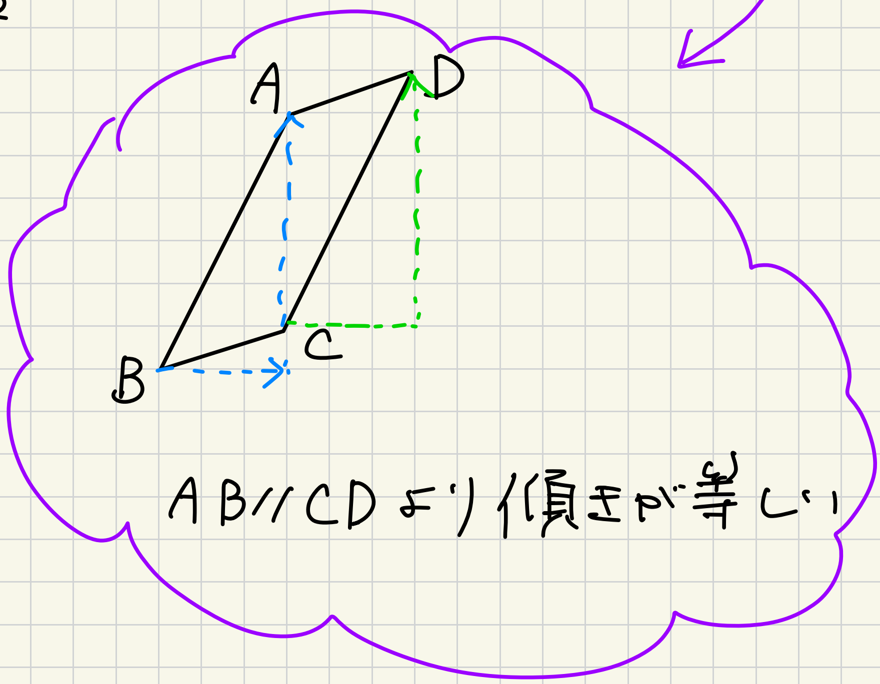
$\therefore C(4, 16a)$

B→Aに対して、
x軸方向に +4
y軸方向に +15
だからC→Dに対して、
x軸方向に +4
y軸方向に +15

よって、$D(4+4,\ 16a+15) = D(8,\ 16a+15)$

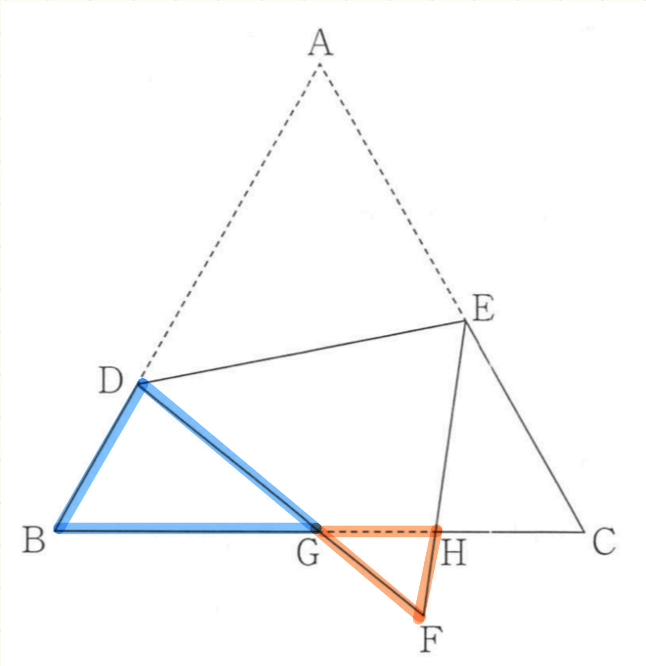
Dは $y=ax^2$ 上にあり $D(8,\ 16a+15)$ だから

$$16a+15 = a \times 8^2$$
$$\Leftrightarrow 16a+15 = 64a$$
$$\Leftrightarrow 48a = 15$$
$$\therefore a = \frac{15}{48}$$
$$= \frac{5}{16}$$



$\boxed{6}$

(1)



△BGDと△FGHにおいて、
△ABCは正三角形であり、
正三角形の3つの角は
等しいから

$\angle DBG = \angle HFG$ ―― ①

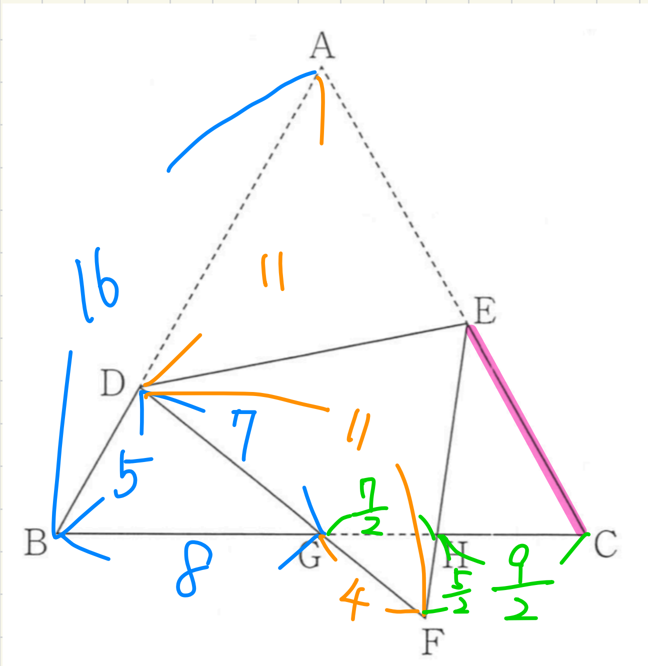
対頂角は等しいから

$\angle BGD = \angle FGH$ ―― ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

△BGD∽△FGH (証明終わり)

(2)



DEで折り返しているので

$AD = FD$

ここで

$\underbrace{AD}_{} = 16 - 5$

$= \underbrace{11}_{}$

だから、$FD = 11cm$

よって、

$FG = 11 - 7 = 4$ cm

(1)より△BGD∽△FGHだから

$\underbrace{GD}_{7} : GH = \underbrace{BG}_{8} : \underbrace{FG}_{4}$

$$\Leftrightarrow 8GH = 28$$

$$\therefore GH = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$$

よって

$$CH = 16 - \left(8 + \frac{7}{2}\right) = 16 - \frac{23}{2} = \frac{32-23}{2} = \frac{9}{2}$$

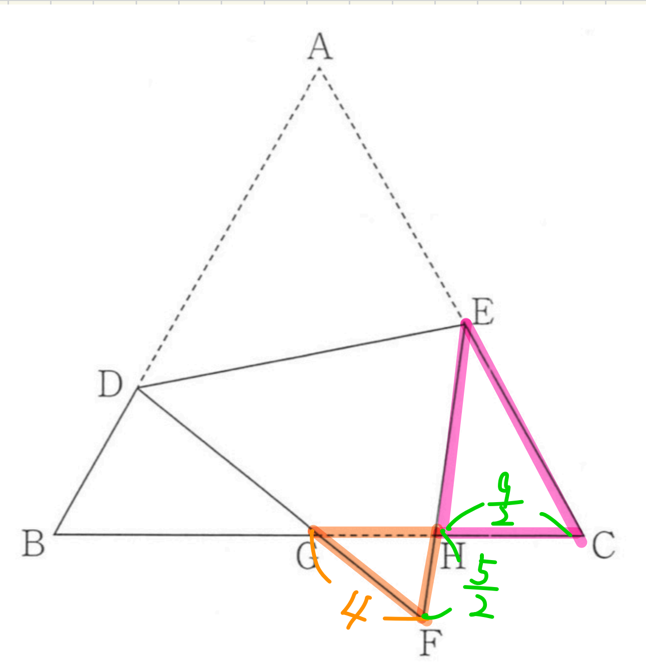
$$= \frac{9}{2}$$

(1)より$\triangle BGD \backsim \triangle FGH$だから

$$\underbrace{BD}_{5} : FH = \underbrace{BG}_{8} : \underbrace{FG}_{4}$$

$$\Leftrightarrow 8FH = 20$$

$$\therefore FH = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$



$\triangle FGH$と$\triangle CEH$において、

$\triangle ABC$は正三角形であり、

正三角形の3つの角は

等しいから

$\angle HFG = \angle HCE$ —— ①

対頂角は等しいから

$\angle GHF = \angle EHC$ —— ②

①, ②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle FGH \backsim \triangle CEH$

よって

$$\underbrace{FG}_{4} : CE = \underbrace{FH}_{\frac{5}{2}} : \underbrace{CH}_{\frac{9}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 4 : CE = 5 : 9$$

$$\Leftrightarrow 5CE = 36$$

$$\therefore \underline{CE = \frac{36}{5} \text{cm}}$$