2025年度 長崎県

数学　　A問題

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 1 + 2 \times 9$

$= 1 + 18$

$= 19$

(2) $2250 \times (1 - 0.1)$

$= 2250 \times 0.9$

$= 2025$

※ 10%引き ⇒ $1 - 10\%$

$= 1 - 0.1$

$= 0.9$

(3) 与式 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

$= \sqrt{2}$

(4) y は x に反比例するので、$y = \dfrac{a}{x}$ とおくと、

$x = 3$, $y = 5$ だから

$5 = \dfrac{a}{3}$ $\therefore a = 15$

よって $y = \dfrac{15}{x}$

(5) $\begin{cases} 2x + y = 4 & —① \\ 3x - 2y = -1 & —② \end{cases}$

① × 2 + ② より

$$\begin{array}{rrcr} & 4x + 2y & = & 8 \\ +) & 3x - 2y & = & -1 \\ \hline & 7x & = & 7 \end{array}$$

$\therefore x = 1$

$x = 1$ を ① に代入して

$2 \times 1 + y = 4$

$2 + y = 4$

$\therefore y = 2$

よって

$x = 1$, $y = 2$

(6) 与式 $= \underline{(a-2)(a-3)}$

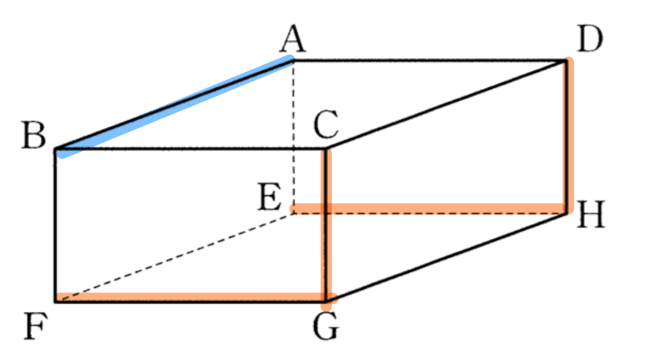
(7) 解の公式より

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(8)

図1



ねじれの位置

① 交わらない

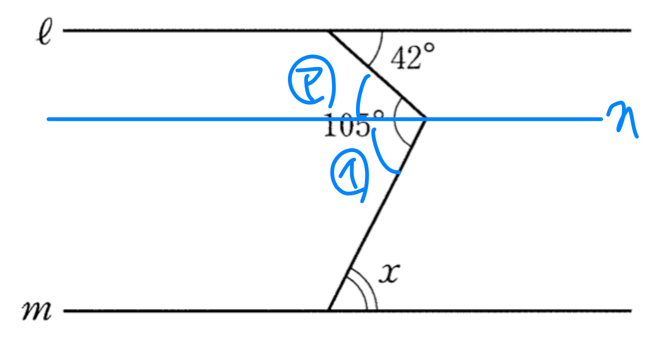
② 平行でない

⇒ CG, DH, FG, EH

よって 4本

(9)

図2



ℓ, m に平行な直線 n をひく

$\ell // n$ より錯角が等しいので

㋐ $= 42°$

よって

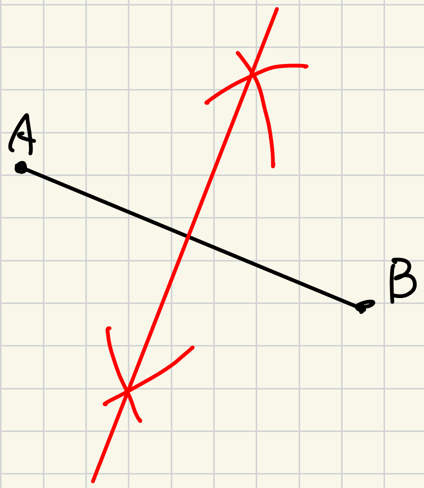
㋑ $= 105° - 42°$

$= 63°$

$n // m$ より錯角が等しいので

$\angle x = 63°$

(10)

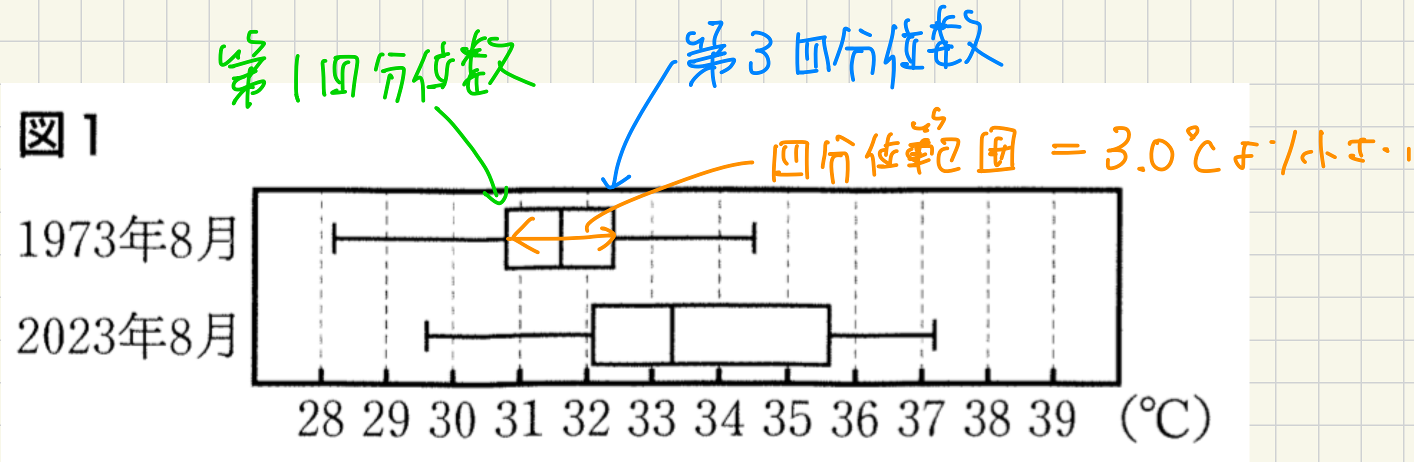


$\boxed{2}$ 問1

(1)

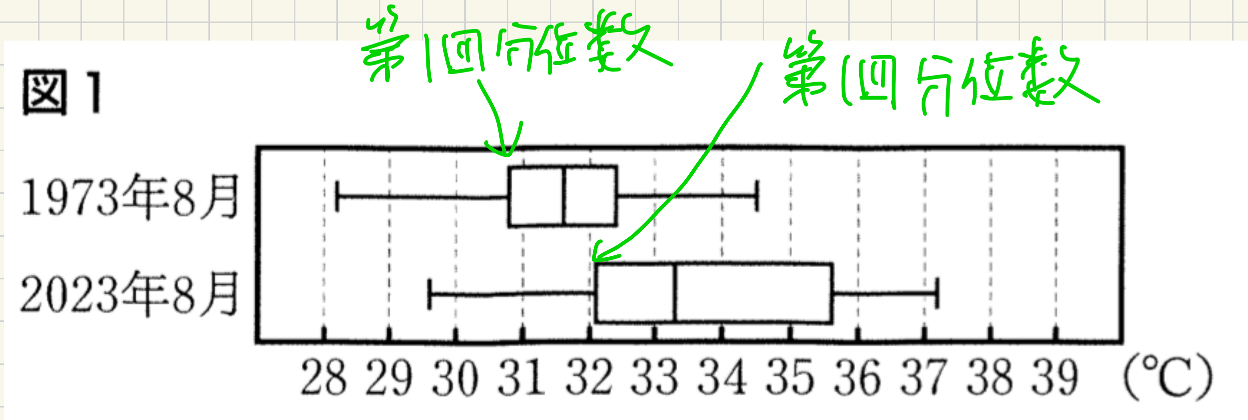
1. 箱ひげ図より、32.0°Cの日の有無は不明なので誤り

2. 四分位範囲＝第3四分位数－第1四分位数



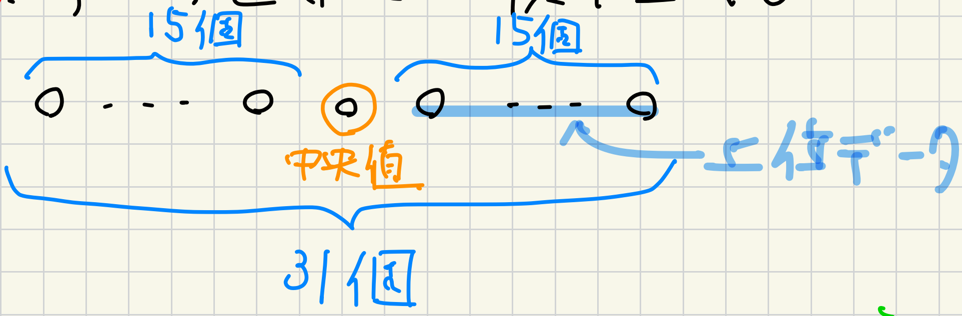
よって誤り

3.

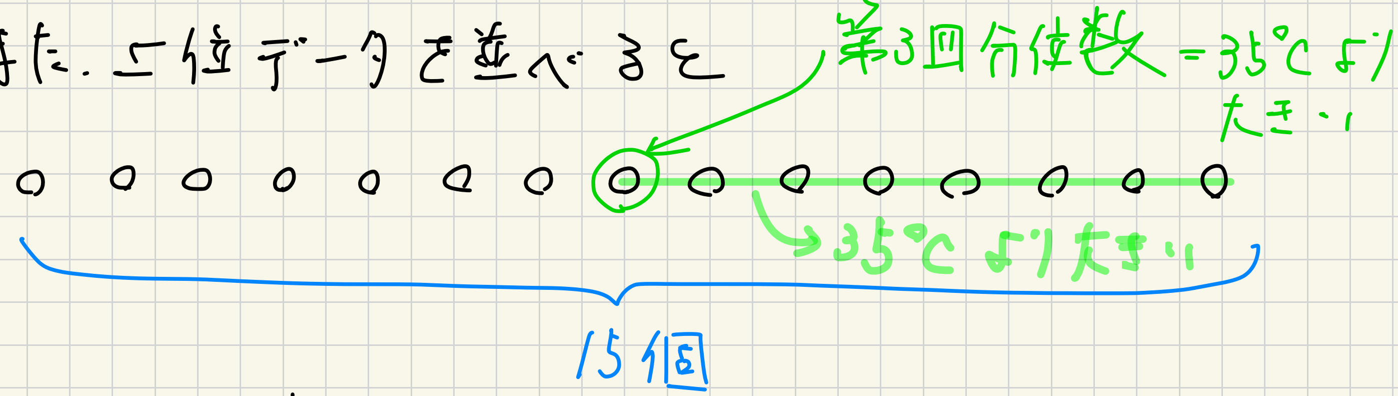


箱ひげ図より2023年8月の方が大きいので誤り

④. データを小さい順に並べると以下の通り.



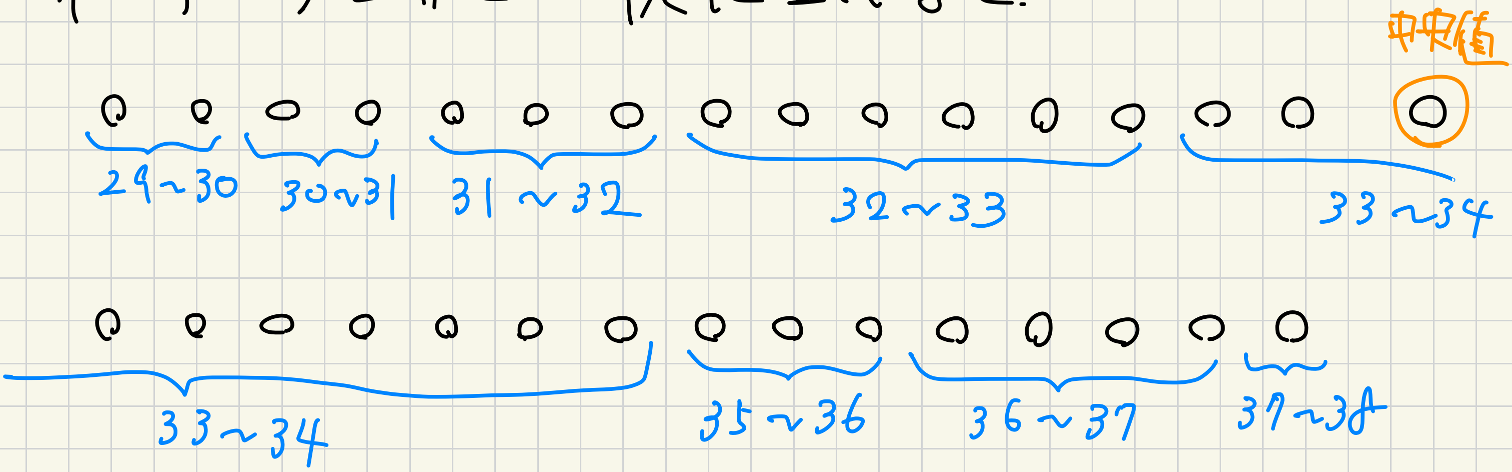
また.上位データを並べると



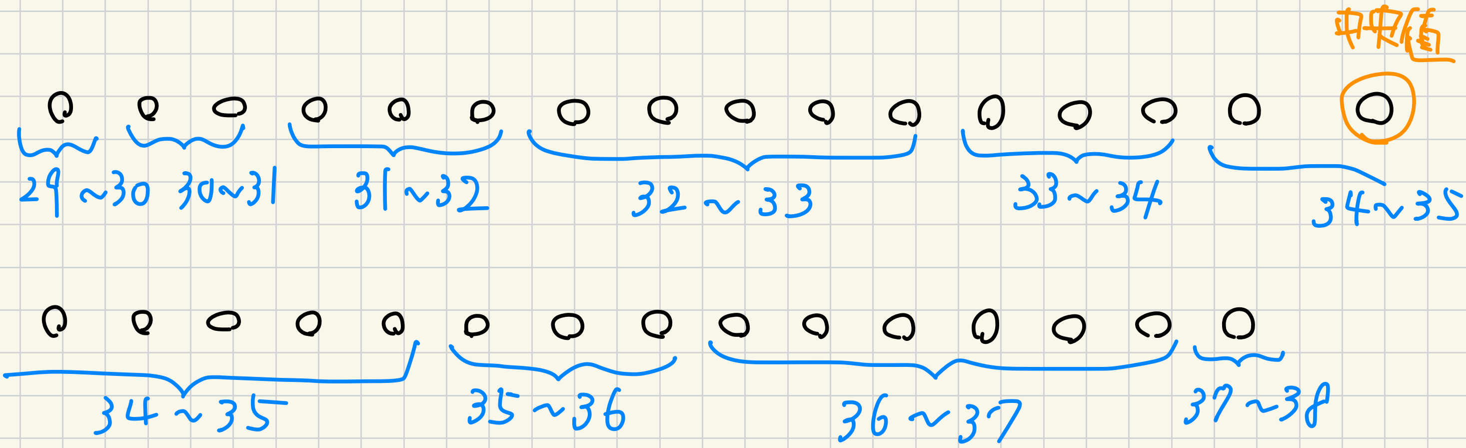
第3四分位数が35℃より大きいので 2023年8月は
35℃より大きいデータが少なくとも8日ある.
よって.8日以上なので正しい
→8日含む

(2) 箱ひげ図より
最小値:29~30℃
であり.アの最小値は28~29℃なので誤り.
⇒ イまたはウ

イ: データを小さい順に並べると.



ウ：データを小さい順に並べると



以上より，

イの中央値＝33～34℃

ウの中央値＝34～35℃

であり，箱ひげ図の中央値は33～34℃なので，イ

問2

(1) 1回目の玉の取り出し方は5通り，2回目の玉の取り出し方は5通りだから，

$5 \times 5 = 25$通り

(2) $x+y=5$ となる x, y の組は

$(x, y) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$

の4通りだから，求める確率は

$$\frac{4}{25}$$

(3) xy が奇数となる x, y の組は.

$(x, y) = (1, 1), (1, 3), (1, 5)$

$(3, 1), (3, 3), (3, 5)$

$(5, 1), (5, 3), (5, 5)$

の9通りだから.求める確率は

$$\frac{9}{25}$$

※ xy が奇数 ⇒ x が奇数 かつ y が奇数

問3.

b, c, d をそれぞれ a を用いて表すと.

$b = a+1,\ c = a+2,\ d = a+3$

このとき

$$bc - ad = (a+1)(a+2) - a(a+3)$$
$$= a^2 + 3a + 2 - a^2 - 3a$$
$$= 2$$

よって.連続する4つの整数を小さい方から順に a, b, c, d とするとき.$bc-ad$ の値はいつでも2になる.

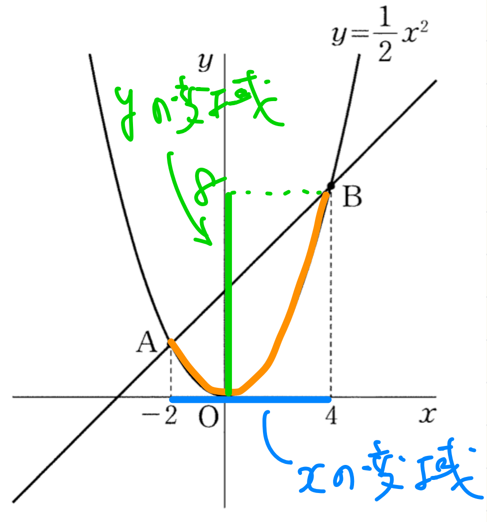
$\boxed{3}$

問1. Bは $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x = 4$ だから

$$y = \frac{1}{2} \times 4^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 16$$
$$= 8$$

問2.

図1



グラフより、yの変域は

$0 \leqq y \leqq 8$

問3. Aは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、$x=-2$だから

$$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2$$

$$=\frac{1}{2}\times 4 = 2 \qquad \therefore A(-2, 2)$$

直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと、$A(-2,2)$、
$B(4, 8)$を通るから

$$\begin{array}{rrl} & 2 = -2a+b & \text{—— ①} \\ -) & 8 = 4a+b & \text{—— ②} \\ \hline & -6 = -6a & \end{array}$$

$$\therefore a=1$$

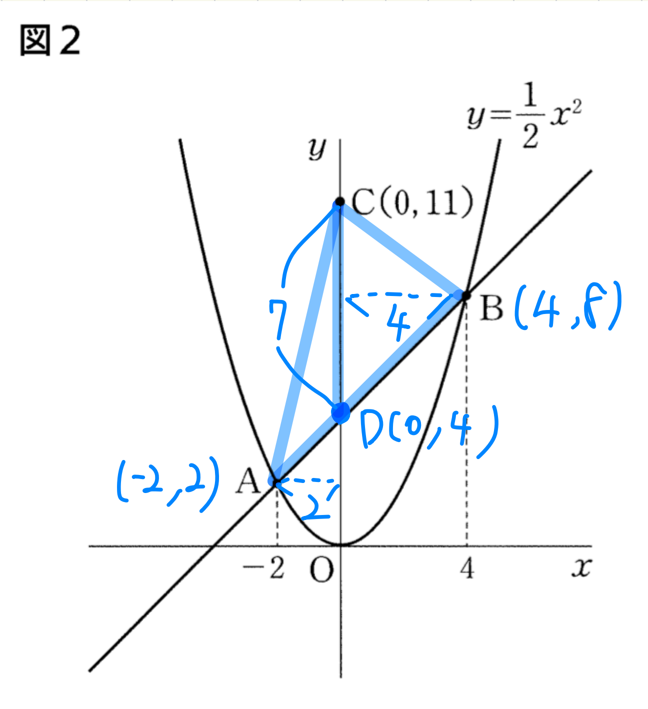
$a=1$を②に代入して

$$8 = 4\times 1 + b \qquad \therefore b=4$$

よって $y=x+4$

問4

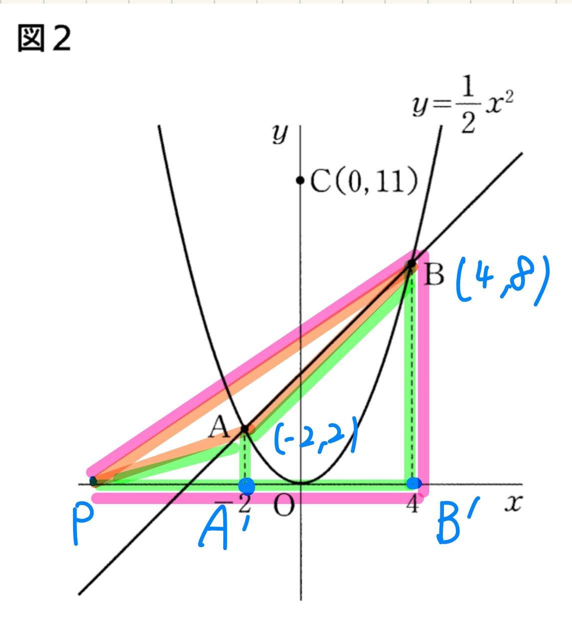
(1)



直線ABとy軸の交点をDとすると、Dはy切片であり
直線AB：$y=x+4$ だから
D(0, 4)
よって
$CD=11-4=7$

したがって
$$\triangle ABC=\triangle ADC+\triangle BDC$$
$$=\frac{1}{2}\times7\times2+\frac{1}{2}\times7\times4$$
$$=7+14$$
$$=21$$

(2)



(i) Pのx座標がAのx座標より左にあるとき
Pのx座標を$-s$とする。
また、左図のように点A', B'を定める

$\triangle ABP = \triangle PBB' - (\triangle PAA' + \square AA'B'B)$

ここで、$AA' /\!/ BB'$ より $\square AA'B'B$ は台形である。また、

$PB' = 4-(-s) = 4+s$

$PA' = -2-(-s) = -2+s$

$AA' = 2$、$BB' = 8$

$A'B' = 4-(-2) = 6$

を用いて

$$\triangle ABP = \frac{1}{2}\times 8\times(4+s) - \left\{\frac{1}{2}\times 2\times(-2+s) + \frac{(2+8)\times 6}{2}\right\}$$

$$= 4(s+4) - (s-2+30)$$

$$= 4s+16-s-28$$

$$= 3s-12$$

これが $\triangle ABC = 21$ と等しくなるから

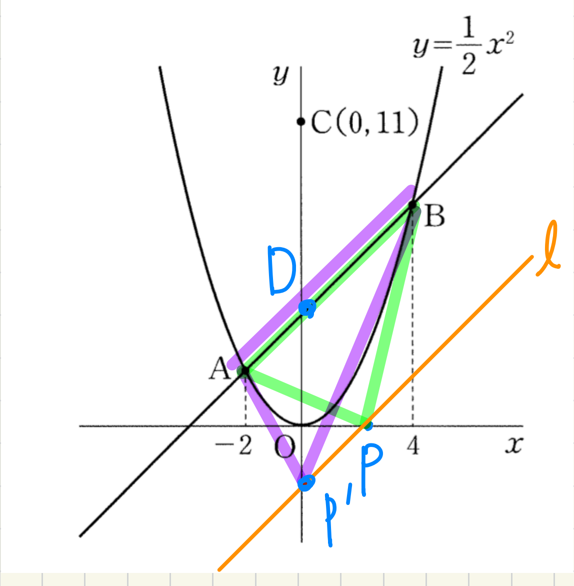
$$3s-12 = 21$$

$$3s = 33$$

$$\therefore s = 11$$

よってPのx座標は$-s$より-11

図2



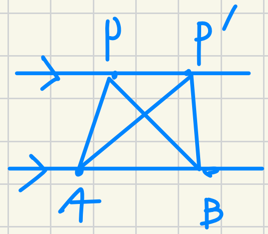
(ii) Pのx座標がAのx座標より右にあるとき

Pを通り直線ABに平行な直線ℓを考える。

また、ℓとy軸の交点をP'、Pのx座標をtとおく。

直線AB $/\!/ \ell$ より

$\triangle ABP = \triangle ABP'$（面積が等しい）



$\triangle ABP = \triangle ABP'$

問3より $y = x + 4$

ℓ は直線ABと平行なので傾きが等しい。よって

ℓ の式を $y = x + b$ とおくと、$P(t, 0)$ を通るから

$$0 = t + b \quad \therefore b = -t.$$

よって $P'(0, -t)$

また、問4(1)より $D(0, 4)$

したがって

$$DP' = 4 - (-t) = 4 + t$$

以上より

$$\begin{aligned}
\triangle ABP &= \triangle ABP' \\
&= \triangle AP'D + \triangle BP'D \\
&= \frac{1}{2} \times (4+t) \times 2 + \frac{1}{2} \times (4+t) \times 4 \\
&= 4 + t + 2(4+t) \\
&= 4 + t + 8 + 2t \\
&= 3t + 12
\end{aligned}$$

これが $\triangle ABC = 21$ と等しくなるから

$$3t + 12 = 21$$

$$\Leftrightarrow \quad 3t = 9$$

tはPのx座標

$$\therefore t = 3$$

よってPのx座標は3

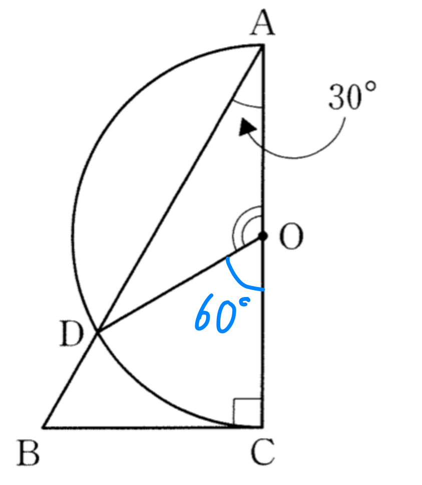
(i), (ii) より、Pのx座標は $-11, 3$

4

問1

(1)

図2



$\overset{\frown}{DC}$ に対して中心角と円周角より

$\angle DOC = 2 \times \angle DAC$

$= 2 \times 30°$

$= 60°$

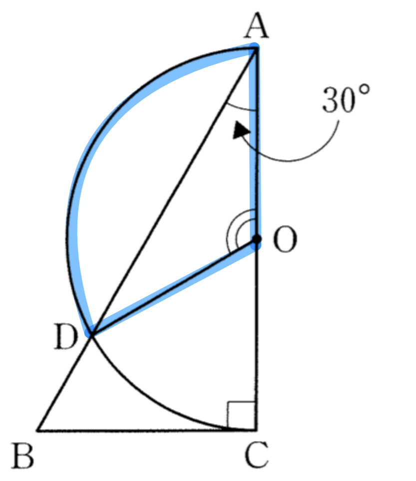
よって

$\angle AOD = 180° - 60°$

$= 120°$

(2)

図2



$AC = 2\sqrt{3}$ より $AO = \sqrt{3}$ cm

(1)より $\angle AOD = 120°$ だから

おうぎ形AODの面積

$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \pi \times \dfrac{120}{360}$

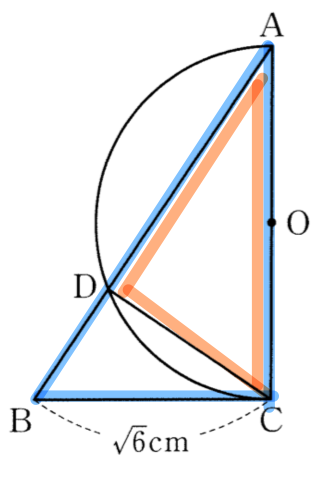
$= 3\pi \times \dfrac{1}{3}$

$= \pi$ cm²

問2

(1)

図3



△ABCと△ACDにおいて、

共通な角であるから

$\angle BAC = \angle CAD$ —— ①

また、仮定より $\angle ACB = 90°$ であり、

直径に対する円周角は90°なので、

$\angle ADC = 90°$

ゆえに

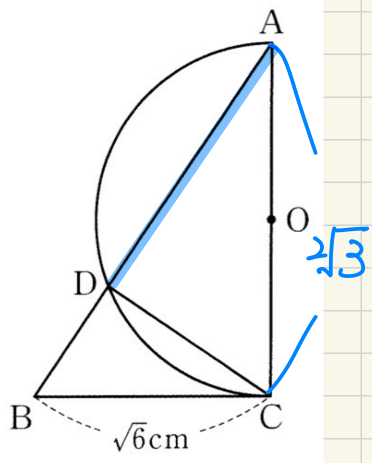
$\angle ACB = \angle ADC$ —— ②

①,②より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (証明終わり)

(2)

図3



△ABCで三平方の定理より

$$AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + \sqrt{6}^2} = \sqrt{12+6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

(1)より対応する辺の比は等しいから

$$\underbrace{AB}_{3\sqrt{2}} : \underbrace{AC}_{2\sqrt{3}} = \underbrace{AC}_{2\sqrt{3}} : AD$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{2}\,AD = (2\sqrt{3})^2$$

$$= 12$$

$$\therefore AD = \frac{12}{3\sqrt{2}}$$

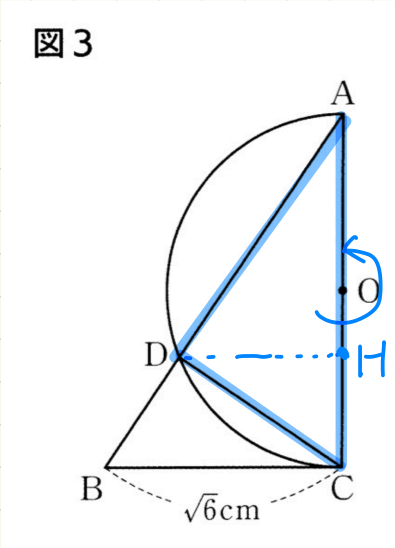
$$= \frac{4}{\sqrt{2}}$$

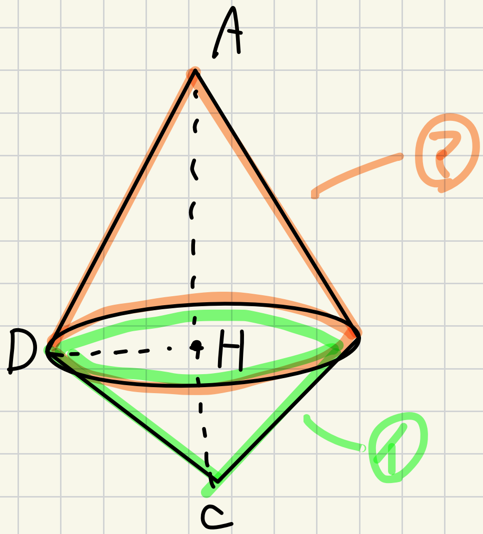
$$= \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

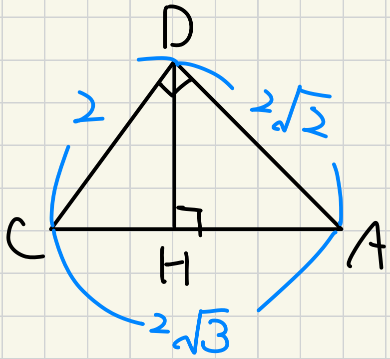
$$= 2\sqrt{2}\ \text{cm}$$

(3) DからACに垂線を下ろした足をHとする





求める体積 = 円すい㋐ + 円すい㋑



ここで、△ADCで三平方の定理より

$$CD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{12-8} = \sqrt{4} = 2$$

$$= 2 \text{ cm}$$

であるから、CDを底辺、ADを高さとしたときの△ADCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}^2 \text{ —— ①}$$

また、ACを底辺、DHを高さとしたときの△ADCの面積は

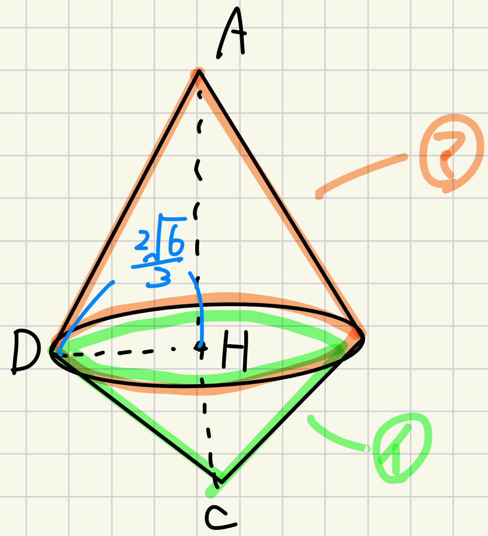
$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times DH = \sqrt{3}\, DH \text{ —— ②}$$

① = ② より

$$2\sqrt{2} = \sqrt{3}\, DH$$

$$\therefore DH = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$=\frac{2\sqrt{6}}{3}\ \mathrm{cm}$$



よって、求める体積は

$$DH^2\times\pi\times AH\times\frac{1}{3}$$

$$+\ DH^2\times\pi\times CH\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{1}{3}DH^2\times\pi\times(AH+CH)$$

$$=\frac{1}{3}DH^2\times\pi\times AC$$

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2\times\pi\times2\sqrt{3}$$

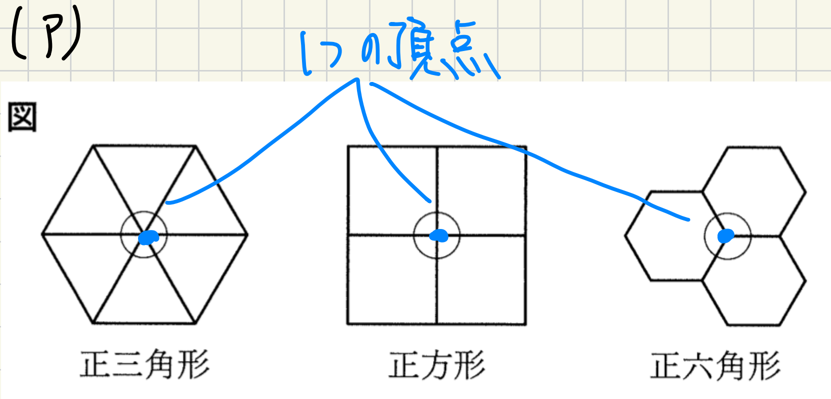
$$=\frac{1}{3}\times\frac{24}{9}\times\pi\times2\sqrt{3}$$

$$=\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi\ \mathrm{cm}^3$$

$\boxed{5}$

問1

(ア)



正三角形　正方形　正六角形

1つの頂点に集まる内角の大きさの合計は、360°

また、n角形の内角の和は、$180(n-2)$ だから

(イ) 正五角形の内角の和は

$$180^\circ \times (5-2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

よって1つの内角の大きさは

$$540^\circ \div 5 = 108^\circ$$

(ウ) 正六角形の内角の和は

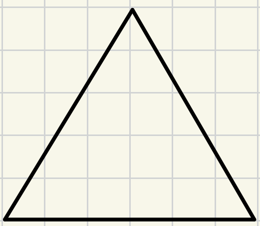
$$180^\circ \times (6-2) = 180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

よって1つの内角の大きさは

$$720^\circ \div 6 = 120^\circ$$

問2

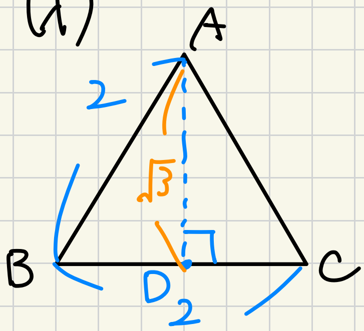
(エ)



正三角形の周の長さが6cmなので
1辺の長さは

$$6 \div 3 = 2\text{cm}$$

(オ)



左図のような正三角形ABCにおいて、AからBCに垂線を下ろした足をDとする。DはBCの中点であるから

$BD = 1\text{cm}$

△ABDで三平方の定理より

$$AD = \sqrt{2^2 - 1^2} \quad = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}$$

よって正三角形の面積は

$$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$$

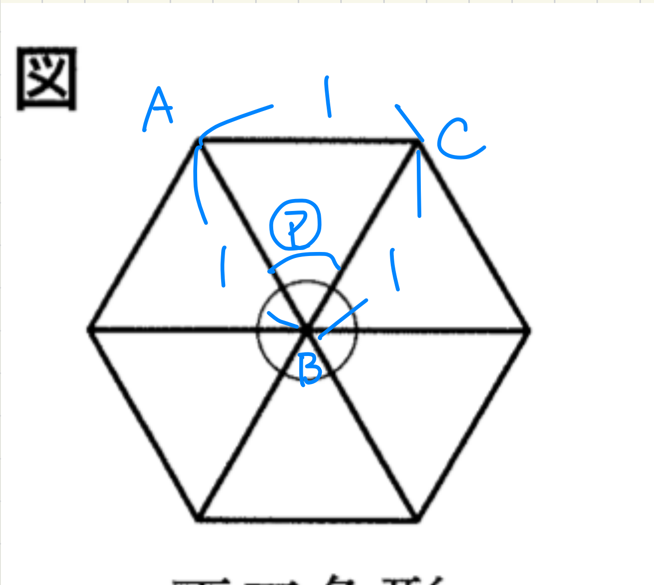
(カ) 正方形の周の長さが6cmなので、1辺の長さは

$$6\div 4=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\ \mathrm{cm}$$

よって1辺が$\frac{3}{2}$cmの正方形の面積は

$$\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\ \mathrm{cm}^2$$

(キ)



正三角形

正六角形の周の長さが6cm
なので、1辺の長さは

$$6\div 6=1\ \mathrm{cm}$$

左図のように対角線をひくと、
1辺が1cmの正三角形が
6個できる

ア $=360°\div 6=60°$

対称性から AB=BC より

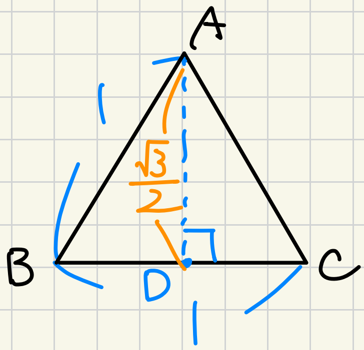
△ABCは二等辺三角形

⇒ ∠BAC=∠BCA

∴ ∠BAC=∠BCA

$=(180°-60°)\div 2=60°$

⇒全ての内角が60°なので正三角形



(オ)と同様に、1辺が1cmの正三角形の面積は、

$$AD=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$$

よって

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2$$

正六角形は、これが6個あるから、その面積は

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$$

(ク)〜(コ)

$\sqrt{3}$、$\frac{9}{4}$、$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ の大小関係を調べる。2乗すると

$$\sqrt{3}^2=3$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{81}{16}=5.0625$$

$$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{27}{2}=13.5$$

より $3<5.0625<13.5$ だから

$$\underbrace{\sqrt{3}}_{ク}<\underbrace{\frac{9}{4}}_{ケ}<\underbrace{\frac{3\sqrt{3}}{2}}_{コ}$$

問3 (サ)

問2 (ア)〜(コ) より最大は $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ であり、これは

正六角形の面積である

3

問4

(シ) 正三角形の辺の数 $=3$

正方形の辺の数 $=4$

正六角形の辺の数 $=6$

より、針金の長さは、(3, 4, 6 の最小公倍数) $\times a$ cm

とすれば、良い。

3. 4. 6 の最小公倍数は 12 より針金の長さは $12a$ cm

(ス) 相似な図形の面積比は、相似比の2乗と等しい。

針金が 6 cm のときの図形をⒶ、$12a$ cm のときの図形をⒷとする。

(i) 正三角形

針金が $12a$ cm より 1辺の長さは $12a \div 3 = 4a$.

よって正三角形Ⓐと正三角形Ⓑの相似比は

$2 : 4a = 1 : 2a$

だから、面積比は $1^2 : (2a)^2 = 1 : 4a^2$

よって、

正三角形Ⓐ : 正三角形Ⓑ $= 1 : 4a^2$

(オ) より $\sqrt{3}$ cm^2

∴ 正三角形Ⓑ $= 4\sqrt{3}a^2$ cm^2

(ii) 正方形

針金が $12a$ cm より 1辺の長さは $12a \div 4 = 3a$

よって 正方形Ⓐ と 正方形Ⓑ の相似比は

$$\frac{3}{2} : 3a = 3 : 6a = 1 : 2a$$

だから 面積比は $1^2 : (2a)^2 = 1 : 4a^2$

よって

$$\underbrace{\text{正三角形Ⓐ}}_{\text{(カ)より } \frac{9}{4}} : \text{正三角形Ⓑ} = 1 : 4a^2$$

$\therefore$ 正三角形Ⓑ $= 9a^2$ cm^2

(iii) 正六角形

針金が $12a$ cm より 1辺の長さは $12a \div 6 = 2a$

よって 正六角形Ⓐ と 正六角形Ⓑ の相似比は

$$1 : 2a$$

だから 面積比は $1^2 : (2a)^2 = 1 : 4a^2$

よって

$$\underbrace{\text{正三角形Ⓐ}}_{\text{(キ)より } \frac{3\sqrt{3}}{2}} : \text{正三角形Ⓑ} = 1 : 4a^2$$

$\therefore$ 正三角形Ⓑ $= 6\sqrt{3}\, a^2$ cm^2

$4\sqrt{3}$, 9, $6\sqrt{3}$ の大小関係を調べる. 2乗すると.

$$(4\sqrt{3})^2 = 48$$

$$9^2 = 81$$

$(6\sqrt{3})^2 = 108$

で $48 < 81 < 108$ だから、$4\sqrt{3} < 9 < 6\sqrt{3}$.

よって、

$4\sqrt{3}a^2 < 9a^2 < 6\sqrt{3}a^2$

であり、$6\sqrt{3}a^2$ は正六角形の面積だから、

面積が最大となるのは、正六角形である。