2025年度 長崎県

数学 B問題

Km km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= \sqrt{3}^2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3}$

$= 3 + 3\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3}$

$= 5$

$\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$

(2) 与式 $= -12a^3b^3 \div 2a^2b^2$

$= -6ab$

(3) $2250 \times \underbrace{(1-0.1)}_{10\%引き} = 2025$円

(4) yはxに反比例するので、$y = \frac{a}{x}$とおくと、

$x=3$, $y=5$を代入して

$5 = \frac{a}{3} \quad \therefore a = 15$

よって $y = \frac{15}{x}$ で、x, yがともに整数となるのは、

xが15の約数のときである。

15の約数 $= 1, 3, 5, 15$ (4個)

であり、負の数も同じだけあるので、8個

(参考)

$(x, y) = (1, 15), (3, 5), (5, 3), (15, 1)$

$(-1, -15), (-3, -5), (-5, -3), (-15, -1)$

(5)
$$\begin{cases} 2x + y = 3 & \text{——①} \\ \frac{1}{2}x - \frac{y+2}{6} = -\frac{5}{3} & \text{——②} \end{cases}$$

②を6倍して

$$3x - y - 2 = -10$$

$$\Leftrightarrow 3x - y = -8 \quad \text{——} \quad ③$$

① + ③ より

$$\begin{array}{rrcr} & 2x + y & = & 3 \\ +) & 3x - y & = & -8 \\ \hline & 5x & = & -5 \end{array}$$

$$\therefore x = -1$$

$x = -1$ を①に代入して

$$2 \times (-1) + y = 3$$

$$\therefore y = 5$$

よって. $x = -1,\ y = 5$

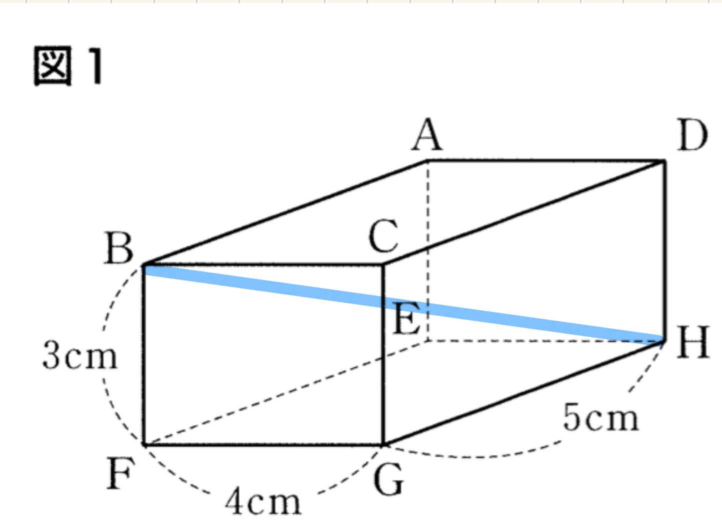
(6) 与式 $= (a+1)(a-6)$

(7) $(x+1)^2 = 3$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \pm\sqrt{3}$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}$$

(8)



立体の三平方の定理より

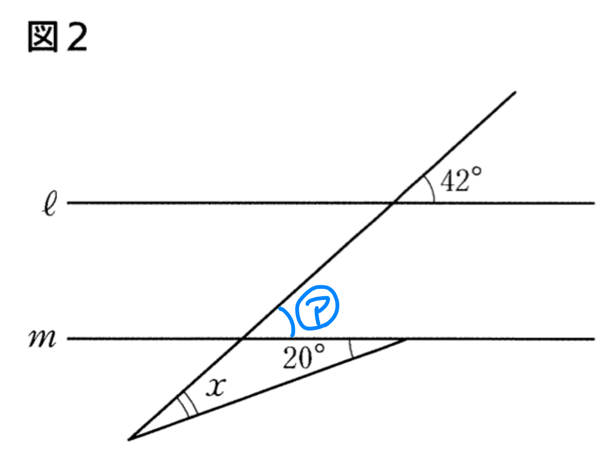
$$BH = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16 + 25}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2}\ \text{cm}$$

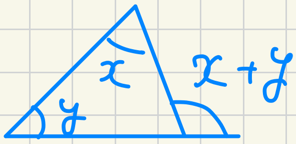
(9)



$\ell \parallel m$ より同位角が等しいので

ア $= 42°$

三角形の外角の定理より

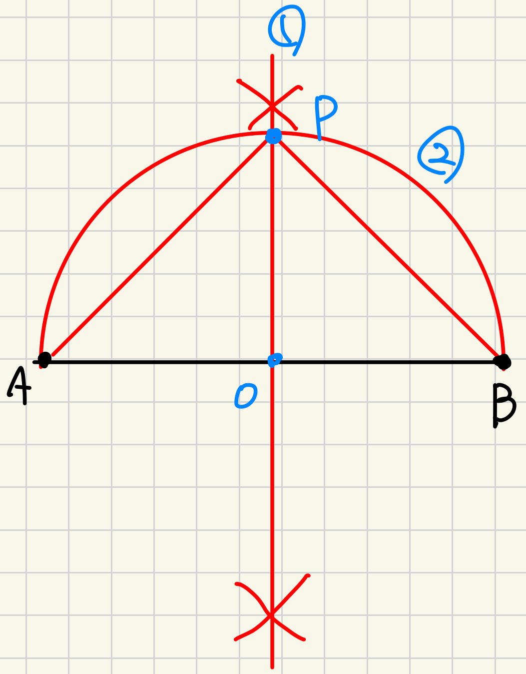


$x + 20 =$ ア

$\therefore x + 20 = 42$

$\therefore x = 22°$

(10)



① ABの垂直二等分線を描く

⇒ ABとの交点をOとする

② Oを中心として半径OAの円を描く

⇒ ①と②の交点をPとする

③ 線分PA, PBを描く

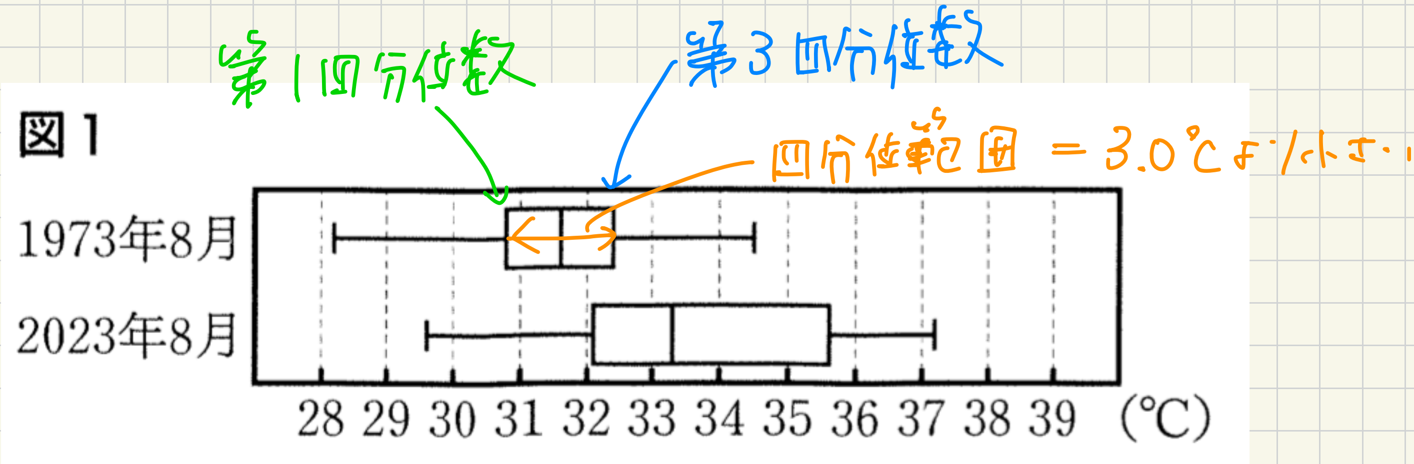
※ 二等辺三角形の頂角(P)からABに垂線を下ろした足OはABの中点

2 問1

(1)

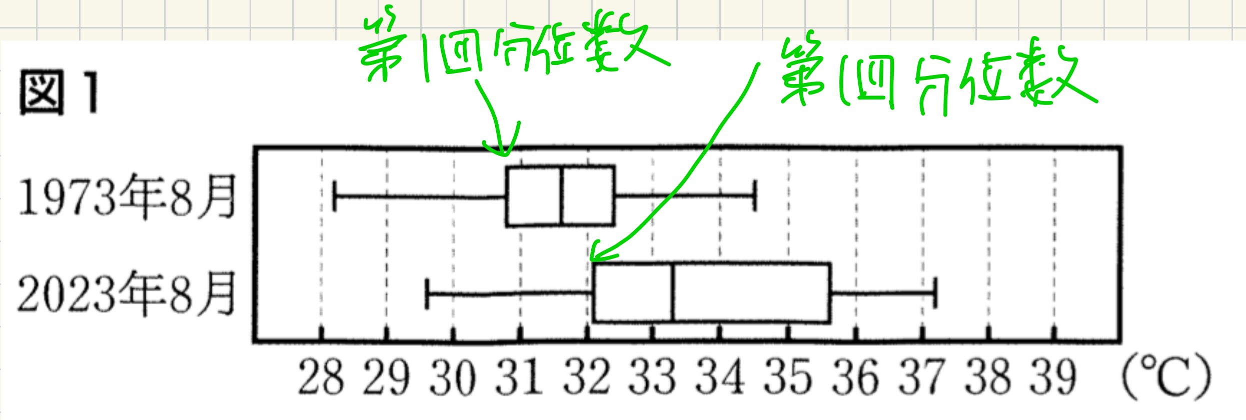
1. 箱ひげ図より、32.0°Cの日の有無は不明なので誤り

2. 四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数



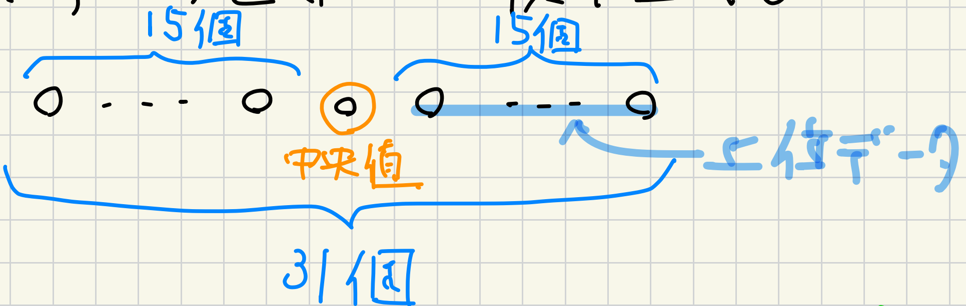
よって誤り

3.

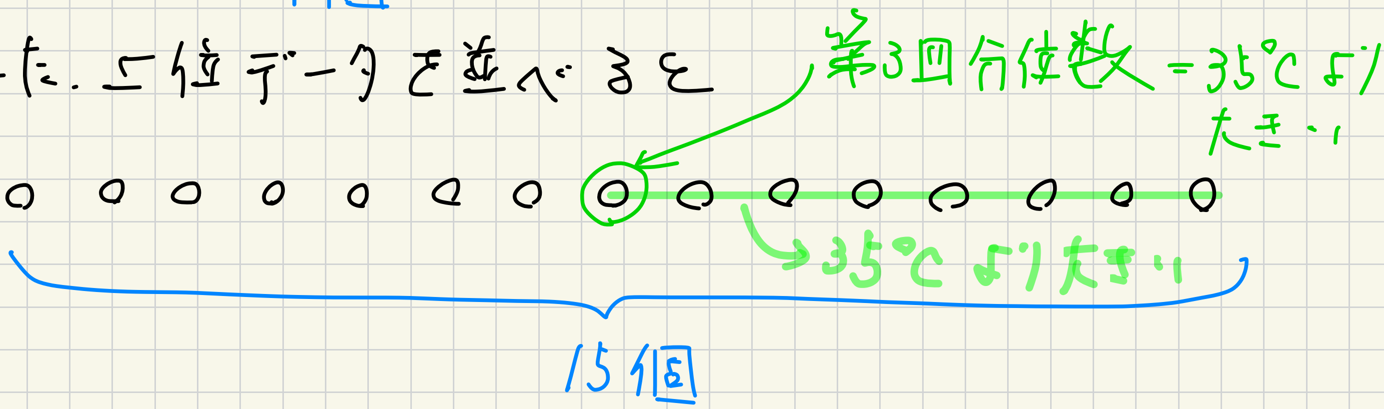


箱ひげ図より2023年8月の方が大きいので誤り

4. データを小さい順に並べると以下の通り



また、上位データを並べると



第3四分位数が35℃より大きいので、2023年8月は35℃より大きいデータが少なくとも8日ある。
よって、8日以上なので正しい

→8日含む

(2) 箱ひげ図より

　最小値：29～30℃

であり、アの最小値は28～29℃なので誤り。

⇒ イまたはウ

イ：データを小さい順に並べると、

$\underbrace{\circ\ \circ}_{29\sim30}\ \underbrace{\circ\ \circ}_{30\sim31}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{31\sim32}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{32\sim33}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \overset{\text{中央値}}{\circ}}_{33\sim34}$

$\underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{33\sim34}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{35\sim36}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{36\sim37}\ \underbrace{\circ}_{37\sim38}$

ウ：データを小さい順に並べると

$\underbrace{\circ}_{29\sim30}\ \underbrace{\circ\ \circ}_{30\sim31}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{31\sim32}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{32\sim33}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{33\sim34}\ \underbrace{\circ\ \overset{\text{中央値}}{\circ}}_{34\sim35}$

$\underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{34\sim35}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ}_{35\sim36}\ \underbrace{\circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ}_{36\sim37}\ \underbrace{\circ}_{37\sim38}$

以上より、

　イの中央値：33～34℃

　ウの中央値：34～35℃

であり、箱ひげ図の中央値は33～34℃なので、イ

問2

(1) 1回目の球の取り方は6通り．2回目の球の取り方も6通り．よって球の取り方は

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

和が5となるのは

(1回目, 2回目) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

の4通り　よって求める確率は

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 積が奇数 ⇒ 袋Aの球も袋Bの球もともに奇数

⇒ 積が奇数となるのは．奇数×奇数のみであるため．

また，袋Aから球を取り出すのは6通り．袋Bから球を取り出すのは6通りより．球の取り出し方は

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

積が奇数となる取り出し方を X 通りとすると．この確率は

$$\frac{X}{36}$$

であり．これが $\frac{5}{12}$ となるから

$$\frac{X}{36} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow \quad X = \frac{5}{12} \times 36$$

$$= 15$$

よって、積が奇数となる取り出し方は15通りとなれば良い。

袋Aから奇数の球を取り出す方法は、1, 3, 5の3通りだから、袋Bから奇数の球を取り出す方法をY通りとすると、

$$3 \times Y = 15$$
$$\therefore Y = 5$$

よって袋Bには奇数の球が5個

問3

b, c, d をそれぞれ a を用いて表すと、

$$b = a+1,\ c = a+2,\ d = a+3$$

このとき

$$\begin{aligned} bc - ad &= (a+1)(a+2) - a(a+3) \\ &= a^2 + 3a + 2 - a^2 - 3a \\ &= 2 \end{aligned}$$

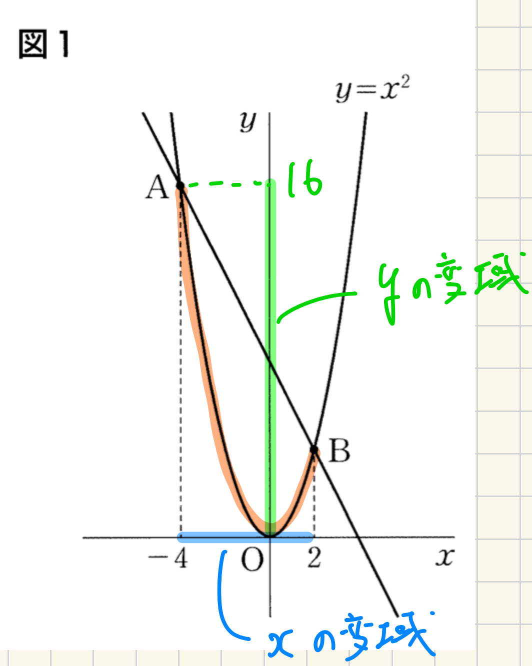
よって、連続する4つの整数を小さい方から順に a, b, c, d とするとき、bc − ad の値はいつでも2になる。

$\boxed{3}$

問1　Aは $y = x^2$ 上にあり $x = -4$ だから、

$$\begin{aligned} y &= (-4)^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

問2



グラフより
$0 \leqq y \leqq 16$

問3. Bは $y=x^2$ 上にあり $x=2$ だから
$y=2^2$
$=4$
$\therefore$ B$(2, 4)$

直線ABの式を $y=ax+b$ とおくと、A$(-4, 16)$、
B$(2, 4)$ を通るから

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 16 & = & -4a+b \quad \text{——①} \\
-) & 4 & = & 2a+b \quad \text{——②} \\
\hline
 & 12 & = & -6a
\end{array}
$$

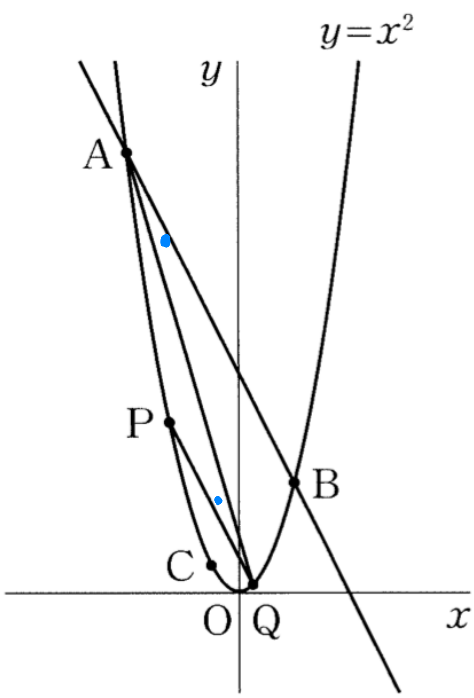
$\therefore a=-2$

$a=-2$ を②に代入して
$4=2\times(-2)+b$
$\therefore b=8$
よって $y=-2x+8$

問4

(1)

図2

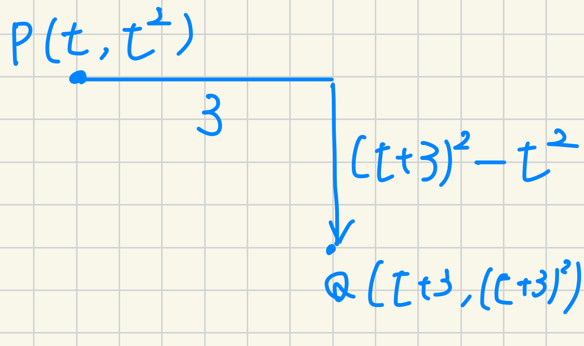


AB∥PQのとき、∠BAQと∠AQPは錯角で等しくなる。
よって、AB∥PQとなるPのx座標を求める

Pのx座標はtであり、P,Qのx座標の差は3だからQのx座標は$(t+3)$である
また、Pは$y=x^2$上にあるから
$y=t^2$　$\therefore P(t,t^2)$
また、Qも$y=x^2$上にあるから
$y=(t+3)^2$　$\therefore Q(t+3,(t+3)^2)$

AB∥PQより傾きが等しく、問3よりABの傾きは-2だから、PQの傾きも-2。1次関数は傾き＝変化の割合だから、PQの変化の割合は

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{(t+3)^2-t^2}{t+3-t} = \frac{t^2+6t+9-t^2}{3} = 2t+3$$



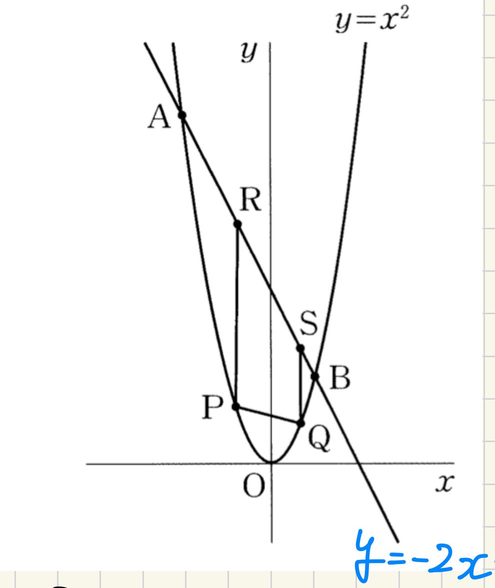
これが -2 となるから

$$-2 = 2t + 3$$

$$\iff 2t = -5 \qquad \therefore t = -\frac{5}{2}$$

(2)

図3



$P(t,\ t^2)$, $Q(t+3,\ (t+3)^2)$

R

P とx座標が等しく $y=-2x+8$ 上にあるから

$$y = -2t+8$$

$$\therefore R(t,\ -2t+8)$$

S

Q とx座標が等しく $y=-2x+8$ 上にあるから

$$\begin{aligned} y &= -2(t+3)+8 \\ &= -2t-6+8 \\ &= -2t+2 \end{aligned}$$

$$\therefore S(t+3,\ -2t+2)$$

□PQSR は PR // QS より台形である. PR を下底, QS を上底とすると高さは P, Q のx座標の差であり, 3 である. よって PR, QS の長さを求める.

PR = Rのy座標 − Pのy座標

$= -2t + 8 - t^2$

$= -t^2 - 2t + 8$

QS = Sのy座標 − Qのy座標

$= -2t + 2 - (t+3)^2$

$= -2t + 2 - (t^2 + 6t + 9)$

$= -2t + 2 - t^2 - 6t - 9$

$= -t^2 - 8t - 7$

よって□PQSRの面積は

$\{(-t^2 - 2t + 8) + (-t^2 - 8t - 7)\} \times 3 \times \frac{1}{2}$

$= (-2t^2 - 10t + 1) \times \frac{3}{2}$

これが18となるから

$(-2t^2 - 10t + 1) \times \frac{3}{2} = 18$　両辺 $\times \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow -2t^2 - 10t + 1 = 12$

$\Leftrightarrow 2t^2 + 10t + 11 = 0$

解の公式より

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 2 \times 11}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{12}}{4}$$　$\frac{-10 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{3}}{2}$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{3}}{2}$$

ここで、PはAから出発するので、Pのx座標＝tの最小値は−4，QはBに到着した後動かないので、Qのx座標＝t+3の最大値は2。よってtの範囲は、

$t+3 \leqq 2 \quad \therefore t \leqq -1$

$$-4 \leqq t \leqq 1$$

ここで、$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.73$ より

$$\frac{-5+\sqrt{3}}{2} \fallingdotseq \frac{-5+1.73}{2} = \frac{-3.27}{2} = -1.635$$

$$\frac{-5-\sqrt{3}}{2} \fallingdotseq \frac{-5-1.73}{2} = \frac{-6.73}{2} = -3.365$$

より $t=\frac{-5\pm\sqrt{3}}{2}$ はともに問題に適する。

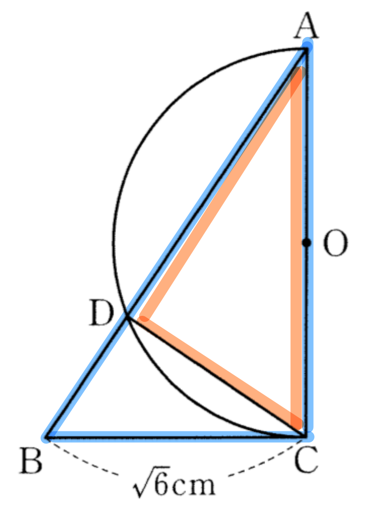
よって、$t=\frac{-5\pm\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{4}$

問1

(1)

図2



△ABCと△ACDにおいて、

共通な角であるから

$\angle BAC = \angle CAD$ —— ①

また、仮定より $\angle ACB = 90°$ であり、

直径に対する円周角は90°なので、

$\angle ADC = 90°$

ゆえに

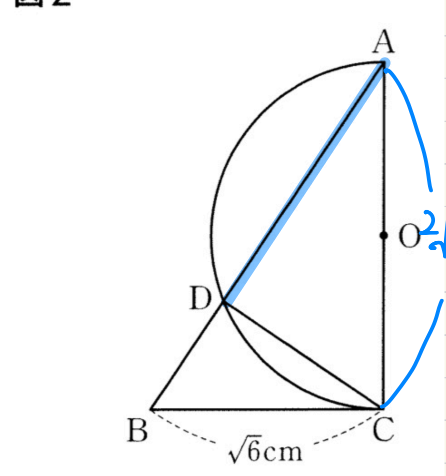
$\angle ACB = \angle ADC$ ―― ②

①, ② より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (証明終わり)

(2)

図2



$\triangle ABC$ で三平方の定理より

$AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + \sqrt{6}^2}$ $= \sqrt{12+6}$ $= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

(1) より対応する辺の比は等しいから

$\underbrace{AB}_{3\sqrt{2}} : \underbrace{AC}_{2\sqrt{3}} = \underbrace{AC}_{2\sqrt{3}} : AD$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{2}AD = (2\sqrt{3})^2$

$= 12$

$\therefore AD = \dfrac{12}{3\sqrt{2}}$

$= \dfrac{4}{\sqrt{2}}$

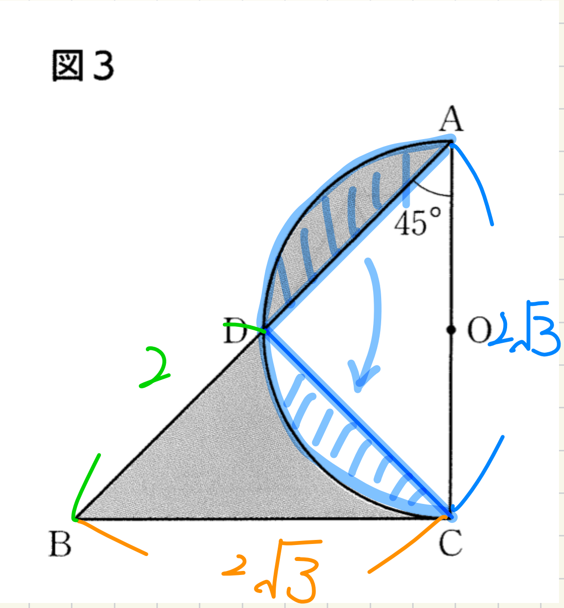
$= \dfrac{4}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{4\sqrt{2}}{2}$

$= 2\sqrt{2}$ cm

問2

(1)



左図のように $\overset{\frown}{AD}$ と線分ADに囲まれた部分を移動させると、2つの影の面積の和は△DBCの面積と等しい。

△ABCにおいて、∠BAC=45°、∠ACB=90°より∠ABC=45°

よって、△ABCはAC=BC, ∠ACB=90°の直角二等辺
より BC $= 2\sqrt{3}$

また、直径に対する円周角は90°だから、∠ADC=90°。
よって∠BDC=90°

∠ABC=∠DBC

△DBCにおいて、∠BDC=90°、∠DBC=45°より
DB=DC、∠BDC=90°の直角二等辺三角形。
よって、

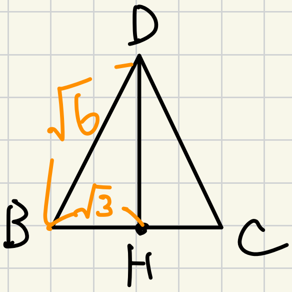
$$DB : DC : \underset{2\sqrt{3}}{BC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow DB : 2\sqrt{3} = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}DB = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore DB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$



DからBCに垂線を下ろした足をHとする。

△DBCは二等辺三角形よりHはBCの中点、
よって、$BH=\sqrt{3}$

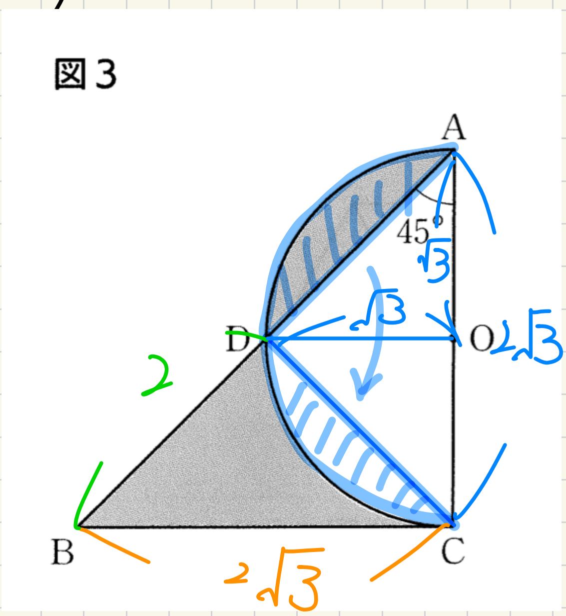
△DBHで三平方の定理より

$$DH=\sqrt{\sqrt{6}^2-\sqrt{3}^2} \quad =\sqrt{6-3}$$
$$=\sqrt{3}\text{ cm} \quad =\sqrt{3}$$

ゆえに、△DBCの面積は

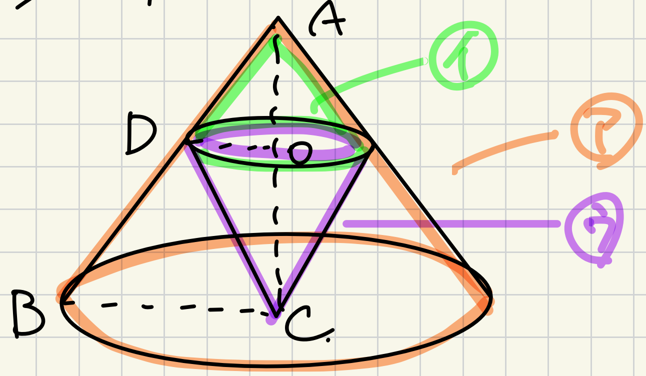
$$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3\text{ cm}^2$$

(2)



(1)よりACを軸として△DBCを回転させたときの立体の体積を求めれば良い！

⇒



求める体積＝円すい㋐－円すい㋑－円すい㋒

$$=\underbrace{(2\sqrt{3})^2\pi\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{3}}_{㋐}-\underbrace{\sqrt{3}^2\pi\times\sqrt{3}\times\frac{1}{3}}_{㋑}-\underbrace{\sqrt{3}^2\pi\times\sqrt{3}\times\frac{1}{3}}_{㋒}$$

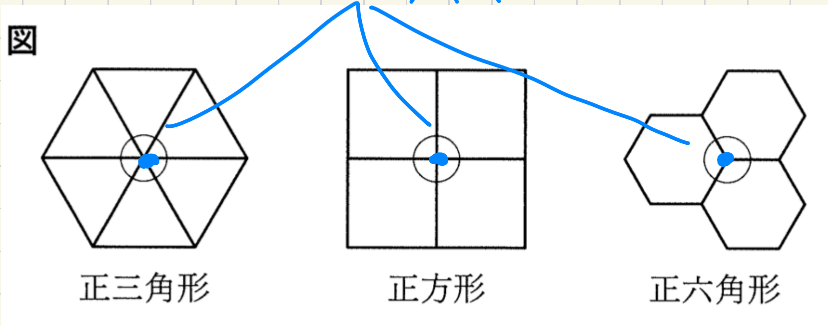
$$=8\sqrt{3}\pi-\sqrt{3}\pi-\sqrt{3}\pi$$

$$=6\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$$

5

問1

(ア)



1つの頂点に集まる内角の大きさの合計は、360°

また、n角形の内角の和は、180(n−2)だから

(イ) 正五角形の内角の和は

$180° \times (5-2) = 180° \times 3 = 540°$

よって、1つの内角の大きさは

$540° \div 5 = 108°$

(ウ) 正六角形の内角の和は、

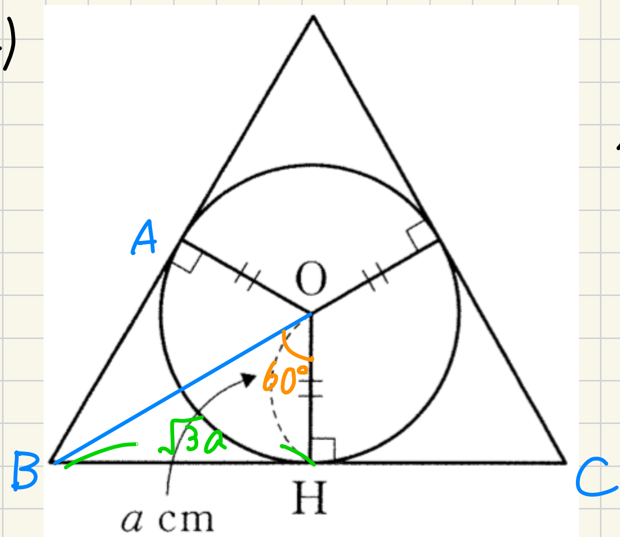
$180° \times (6-2) = 180° \times 4 = 720°$

よって1つの内角の大きさは

$720° \div 6 = 120°$

問2

(エ)



左図のように点A, B, Cと定める。

∠AOHは360°を3等分しているから

$\angle AOH = 360° \div 3$

$= 120°$

対称性から $\angle BOA = \angle BOH$ $\therefore \angle BOH = 60^\circ$
よって $\triangle BHO$ は $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ の直角三角形より

$$\underbrace{OH}_{a} : OB : BH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow a : BH = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore BH = \sqrt{3}a$$

H は BC の中点より

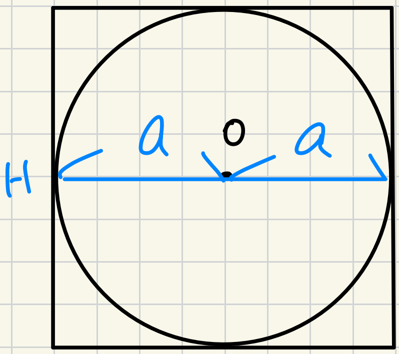
$$BC = 2 \times \sqrt{3}a = 2\sqrt{3}a$$

よって正三角形の1辺の長さは $2\sqrt{3}a$ cm

(オ) 1辺の長さが $2\sqrt{3}a$ cm より正三角形の周の長さは

$$2\sqrt{3}a \times 3 = 6\sqrt{3}a \text{ cm}$$

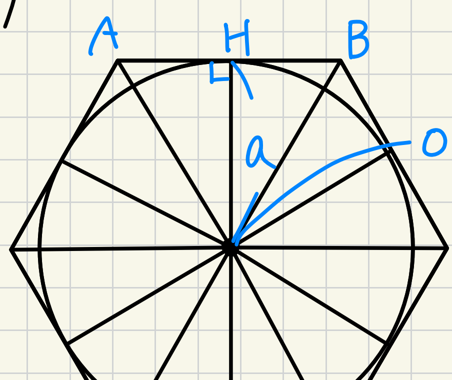
(カ)



左図より、正方形の1辺の長さは 2a cm だから、正方形の周の長さは

$$2a \times 4 = 8a \text{ cm}$$

(キ)



左図のように点を定める。
$\angle AOH$ は 360° を12等分しているから

$$\angle AOH = 360^\circ \div 12 = 30^\circ$$

また、円OとABは接するから、$\angle OHA = 90^\circ$

よって $\triangle OHA$ は $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ の直角三角形より

$$AH : AO : \underbrace{OH}_{a} = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow AH : a = 1 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}AH = a$$

$$\therefore AH = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

HはABの中点より正六角形の1辺の長さABは

$$AB = \frac{a}{\sqrt{3}} \times 2$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

よって正六角形の周の長さは

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} \times 6 = \frac{12a}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}a$$

(ク)、(ケ)、(コ)

$6\sqrt{3}$, 8, $4\sqrt{3}$ の大小関係を調べる。2乗すると、

$$(6\sqrt{3})^2 = 108,\ 8^2 = 64,\ (4\sqrt{3})^2 = 48$$

だから、$48 < 64 < 108$.

よって

$$\underbrace{4\sqrt{3}}_{ク}a < \underbrace{8}_{ケ}a < \underbrace{6\sqrt{3}}_{コ}a$$

(サ)

$4\sqrt{3}a$ が最も大きく、これは正六角形である

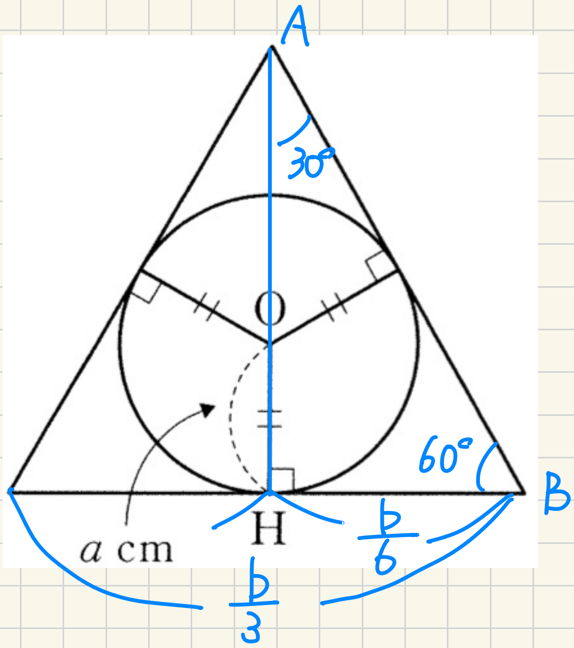
3

問4

(シ) 針金の長さを b cm とおく

(ス)

正三角形の面積



△AHBは30°-60°-90°の直角三角形より

$BH : AB : AH = 1 : 2 : \sqrt{3}$

正三角形の周の長さが b cm より

1辺の長さは $\frac{b}{3}$ cm.

よって $BH = \frac{b}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{b}{6}$ cm.

したがって

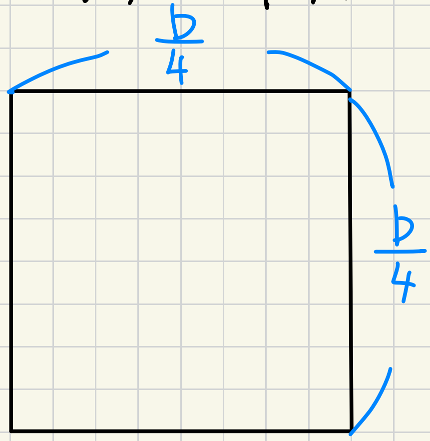
$$\frac{b}{6} : AH = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore AH = \frac{\sqrt{3}}{6}b$$

よって正三角形の面積は

$$\frac{b}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{6}b \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{36}b^2$$

正方形の面積



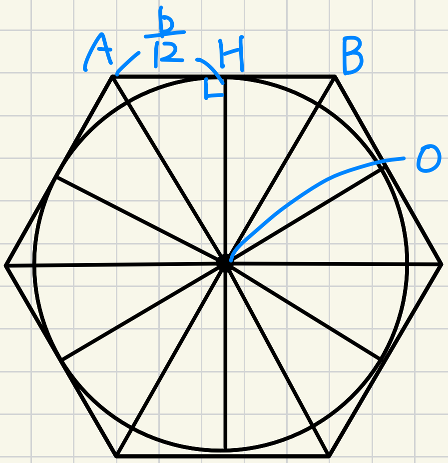
正方形の周の長さがb cmより

1辺の長さは $\frac{b}{4}$ cm

よって、正方形の面積は

$$\frac{b}{4} \times \frac{b}{4} = \frac{b^2}{16}$$

正六角形の面積



正六角形の周の長さがb cmより

1辺の長さは $\frac{b}{6}$ cm.

よって、

$$AH = \frac{b}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{b}{12} \text{ cm.}$$

△OAHは30°-60°-90°の直角三角形なので、

$$\underbrace{AH}_{\frac{b}{12}} : AO : OH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{b}{12} : OH = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore OH = \frac{\sqrt{3}}{12} b$$

よって、△OAHの面積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{b}{12} \times \frac{\sqrt{3}}{12} b$$

正六角形は△OAHが12個あるから正六角形の面積は

$$\underbrace{\frac{1}{2}\times\frac{b}{12}\times\frac{\sqrt{3}}{12}b}_{\triangle OAH}\times 12 = \frac{\sqrt{3}}{24}b^2$$

ここで、

$$\frac{\sqrt{3}}{36}=\frac{8\sqrt{3}}{288},\quad \frac{1}{16}=\frac{18}{288},\quad \frac{\sqrt{3}}{24}=\frac{12\sqrt{3}}{288}$$

であり

$$(8\sqrt{3})^2=192,\quad 18^2=324,\quad (12\sqrt{3})^2=432$$

$$\therefore 192<324<432$$

だから

$$\frac{\sqrt{3}}{36}b^2<\frac{b^2}{16}<\frac{\sqrt{3}}{24}b^2$$

$\frac{\sqrt{3}}{24}b^2$ は正六角形の面積より、面積が最大となるのは正六角形である。