2025年度 岡山県

数学

Km Km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= -3+4$

$= 1$

(2) 与式 $= \dfrac{-6ab \times 2b}{3}$

$= -4ab^2$

(3) 与式 $= 5a - 10b + 8a + 4b$

$= 13a - 6b$

(4) 与式 $= 3^2 - \sqrt{2}^2$

$= 9 - 2$

$= 7$

(5) 式を整理して

$x^2 + 6x + 9 = 7x + 15$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-3) = 0$

$\therefore x = -2, 3$

(6) $\sqrt{3(2n+1)} = \sqrt{3} \times \sqrt{2n+1}$

ここで $\sqrt{3} \times \sqrt{A}$ = 自然数 となるのは

$\sqrt{A} = \sqrt{3}, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^5, \cdots$

よって

$2n+1 = 3, 27, 243, \cdots$

である.

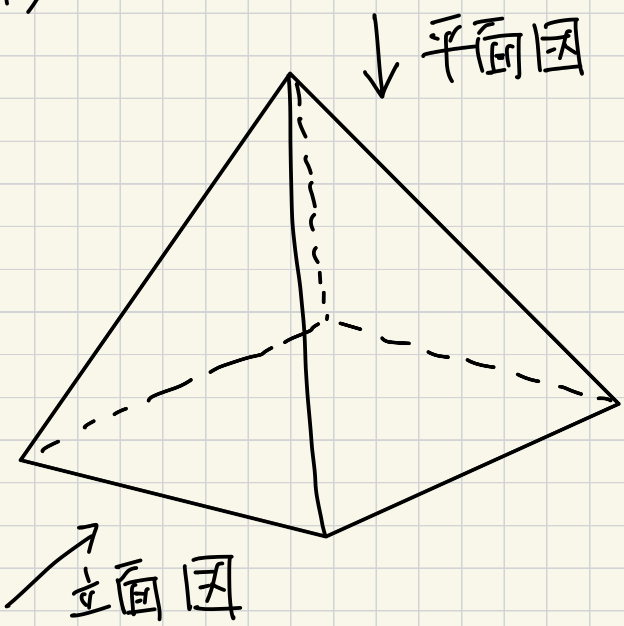
(i) $2n+1=3$, つまり $n=1$ のとき
$2 \leqq n \leqq 20$ より不適

(ii) $2n+1=27$ つまり $n=13$ のとき
$2 \leqq n \leqq 20$ を満たす自然数なので適する

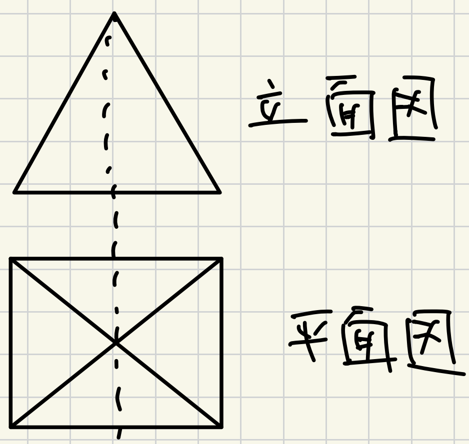
(iii) $2n+1=243$ つまり $n=121$ のとき
$2 \leqq n \leqq 20$ より不適

よって、$n=13$

(7)



$\Rightarrow$



よって ウ

(8)

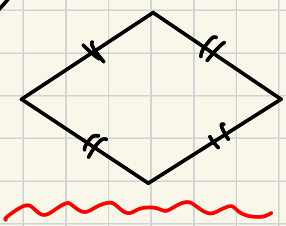
ア：$y=30x$ より比例

イ：$\frac{1}{2}xy=20 \Leftrightarrow xy=40 \quad \therefore y=\frac{40}{x}$ より反比例

ウ：$y=\frac{100}{x}$ より反比例

エ：$y=2x \times \pi = 2\pi x$ より比例

(9)



四つの辺がすべて等しい四角形は、ひし形もあるので誤

(10) 12の約数 = 1, 2, 3, 4, 6, 12

2つのさいころを投げたときの出る目は 6×6 = 36通り

また、2つのさいころの目の和について

最小値 = 1+1 = 2

最大値 = 6+6 = 12

よって、和が12の約数となるのは、2, 3, 4, 6, 12

(i) 和が2のとき

(大, 小) = (1, 1) の 1通り

(ii) 和が3のとき

(大, 小) = (1, 2), (2, 1) の 2通り

(iii) 和が4のとき

(大, 小) = (1, 3), (2, 2), (3, 1) の 3通り

(iv) 和が6のとき

(大, 小) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 1) の 5通り

(v) 和が12のとき

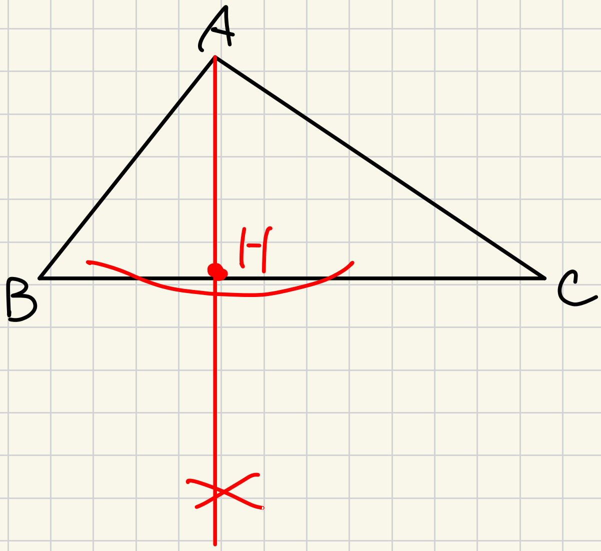
(大, 小) = (6, 6) の 1通り

よって、和が12の約数となるのは

1 + 2 + 3 + 5 + 1 = 12通り

だから、求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

(11)



Aを通り、BCに垂直な線を描く。
⇒ BCとの交点がH.

$\boxed{2}$

(1)

① $\begin{cases} x + y = 160 & —— ㋐ \\ 3x + 5y = 700 & —— ㋑ \end{cases}$

② ㋐×3 − ㋑ より

$$\begin{array}{rl} & 3x + 3y = 480 \\ -) & 3x + 5y = 700 \\ \hline & -2y = -220 \end{array}$$

$\therefore y = 110$

$y = 110$ を㋐に代入して

$x + 110 = 160 \quad \therefore x = 50$

よって商品Aは50個、商品Bは110個

(2)

① $3a+5b=62$

$\Leftrightarrow 3a=62-5b$

$3a$ は3の倍数なので、等式が成り立つためには、

$62-5b$ が3の倍数である

(i) $b=1$ のとき

$3a=62-5$

$=57$　　$\therefore a=19$

$+3$

-5

(ii) $b=4$ のとき

$3a=62-20$

$=42$.　　$\therefore a=14$

規則性より

$b=1, 4, 7, \cdots$

$+3$　$+3$　$+3$ …

のとき

$a=19, 14, \cdots$

-5　-5

である。a は1以上の自然数だから

$a=19, 14, 9, 4$

の4個　$\Rightarrow (a,b)=(19,1), (14,4), (9,7), (4,10)$

② $(a,b)=(19,1), (14,4), (9,7), (4,10)$ より

$a+b=20, 18, 16, 14$

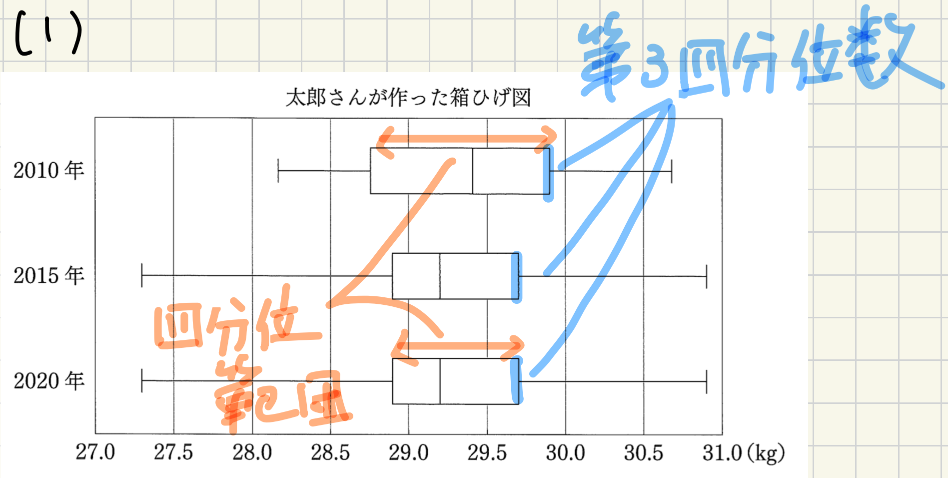
よって、$a+b$ が最小となるのは14で、このときの

(a,b) は $(4,10)$ より

商品Aは4個、商品Bは10個

3

(1)



第3四分位数が最も大きいのは、2010年なので、正しい

ア

(2) 2010年の方が散らばりの度合が大きい

[理由]

四分位範囲は、箱ひげ図の箱の横の長さを表しており、2010年と2015年の箱の横の長さを比較したとき、2010年の方が長く、四分位範囲が大きいといえるから

(3)

ア：2015年には 30.0〜30.5 が含まれないので誤り

イ：2015年の度数が最も大きいのは 13人で、そのときの階級は29.0〜29.5だから、階級値は

$$\frac{29.0+29.5}{2}=29.25$$

2020年の度数が最も大きいのは 17人で、そのときの階級は 29.5〜30.0だから、階級値は

$$\frac{29.5+30.0}{2}=29.75$$

よって、2020年の方が大きいので正しい

ウ：

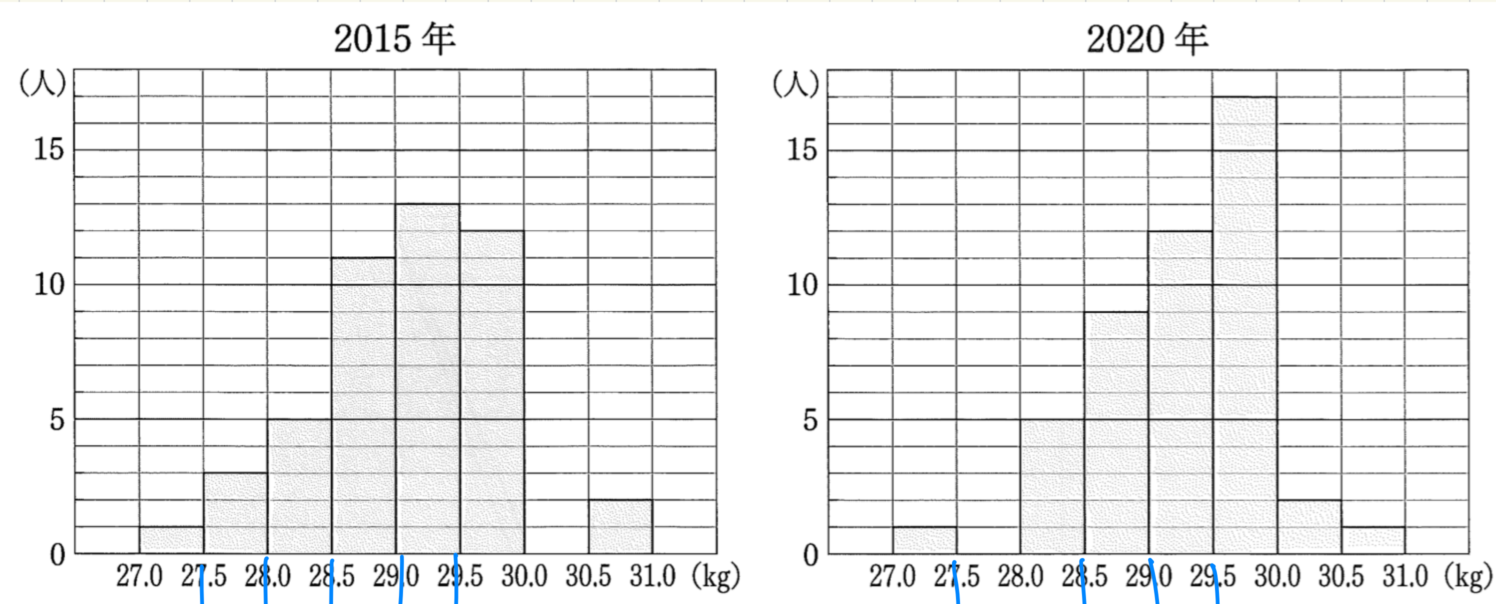
47個

○ ○ …… ○ ◯ ○ …… ○ ○

23個　　23個

中央値

データを小さい順に並べたとき、中央値は24番目



1
4
9
20
33

⇓

29.0〜29.5は
20番目〜33番目

24番目が含まれる

1
6
15
27

⇓

29.0〜29.5は
15番目〜27番目

24番目が含まれる

2015年の29.0〜29.5の度数は13人、2020年の29.0〜29.5の度数は12人で度数が異なるので誤り

エ：2015年の28.0〜28.5の累積度数は
$1+3+5=9$
より累積相対度数は $\frac{9}{47}=0.191\cdots$

2020年の28.0〜28.5の累積度数は
$1+6=7$
より累積相対度数は $\frac{7}{47}=0.148\cdots$

よって、累積相対度数は、2015年の方が大きいので正しい

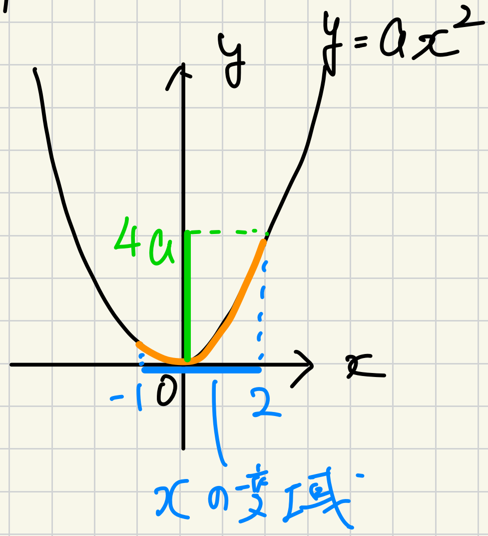
(4)
箱ひげ図は、複数のデータの分布を一度に比較しやすいという特徴がある。また、四分位数や四分位範囲などを読み取りやすく、最頻値などを読み取りにくいという特徴がある。
一方、ヒストグラムは最頻値や分布の形などを読み取りやすいという特徴があるため、目的に応じて二つを合わせて用いることが必要な場面もある。

よって、オ

$\boxed{4}$

(1)

I



グラフより、$x=2$のとき

$$y=a\times 2^2$$
$$=4a$$

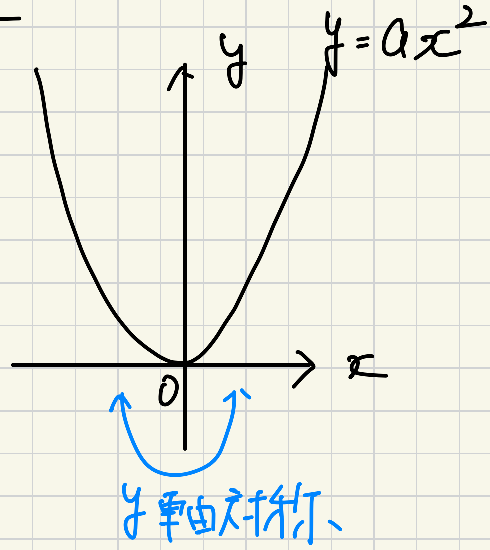
だから、yの変域は

$$0 \leqq y \leqq 4a$$

よって誤り

II　$y=ax^2$において、xがpからqまで変化するときの変化の割合は、$a(p+q)$であり、p、qによって変化の割合が異なるので、一定ではない。よって誤り

III



$y=ax^2$はy軸について対称である。よって正しい

よって、IIIのみ正しいから、ウ

(2)　AとBのx座標は等しいので、Bのx座標はt。

Bは$y=\frac{1}{2}x^2$上にあり、$x=t$だから

$$y=\frac{1}{2}t^2$$

$$\therefore B\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$$

BとCのy座標は等しいので、Cのy座標は$\frac{1}{2}t^2$

(3) Aのx座標をtとすると、Aは$y=\frac{1}{6}x^2$上にあるから

$y=\frac{1}{6}t^2$ $\therefore A(t, \frac{1}{6}t^2)$

Aのy座標は$\frac{1}{6}t^2$、Bのy座標は(2)より$\frac{1}{2}t^2$だから

$$\underbrace{\frac{1}{2}t^2}_{\text{Bのy座標}} = \bigcirc \times \underbrace{\frac{1}{6}t^2}_{\text{Aのy座標}} \qquad \therefore \bigcirc = 3$$

よって、3倍 (あ)

BとCのy座標は等しいから、Cのy座標もAのy座標の3倍である。

Cは$y=\frac{1}{6}x^2$上にあり、$y=\frac{1}{2}t^2$だから

$$\frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{6}x^2 \Leftrightarrow x^2 = 3t^2 \quad \therefore x = \pm\sqrt{3}t$$

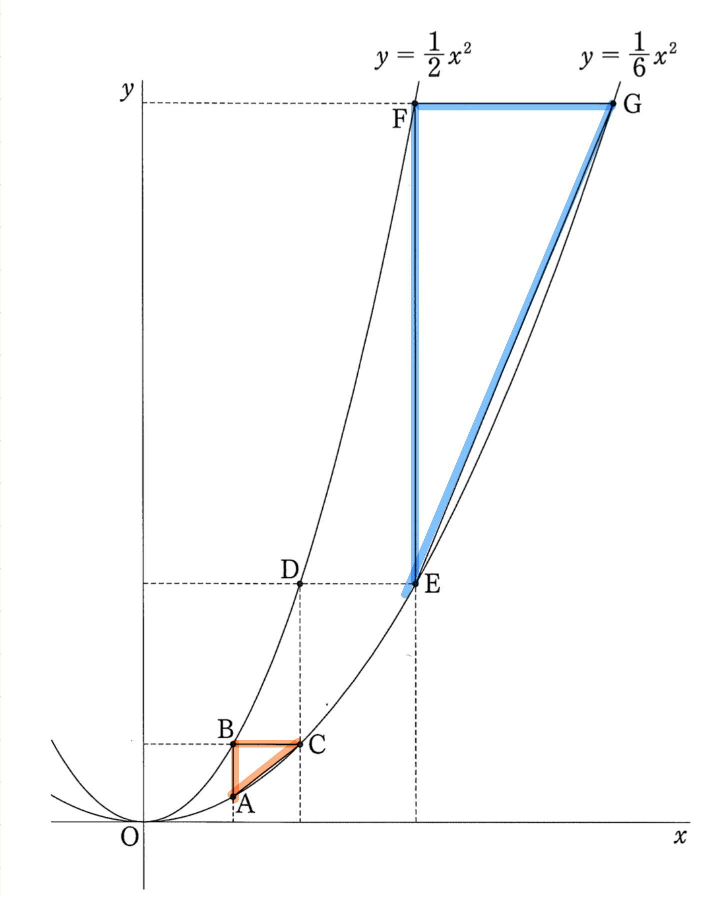
Cのx座標は正だから、$x=\sqrt{3}t$

Aのx座標はt、Cのx座標は$\sqrt{3}t$だから

$$\underbrace{\sqrt{3}t}_{\text{Cのx座標}} = \bigcirc \times \underbrace{t}_{\text{Aのx座標}} \qquad \therefore \bigcirc = \sqrt{3}$$

よって$\sqrt{3}$倍 (い)

(4) Aのx座標をtとする



(2).(3)より

$A\left(t, \frac{1}{6}t^2\right)$

$B\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$

$C\left(\sqrt{3}t, \frac{1}{2}t^2\right)$

よって、 Cのx座標−Bのx座標、

$CB = \sqrt{3}t - t$

$BA = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^2$

$= \frac{1}{3}t^2$

Bのy座標−Aのy座標、

よって

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}t - t) \times \frac{1}{3}t^2$

$= \frac{1}{6}t^2 \times t(\sqrt{3}-1)$

$= \frac{t^3}{6}(\sqrt{3}-1)$

次に、D, E, Fの座標を求める

Dのx座標 = Cのx座標 $= \sqrt{3}t$

Dは $y = \frac{1}{2}t^2$ 上にあり $x = \sqrt{3}t$ より

$y = \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}t)^2 = \frac{3}{2}t^2 \quad \therefore D\left(\sqrt{3}t, \frac{3}{2}t^2\right)$

Eのy座標 = Dのy座標 $= \frac{3}{2}t^2$

Eは $y=\frac{1}{6}x^2$ 上にあり $y=\frac{3}{2}t^2$ だから.

$$\frac{3}{2}t^2 = \frac{1}{6}x^2$$

$$\Leftrightarrow 9t^2 = x^2$$

$$\therefore x = \pm 3t$$

Eのx座標は正より $x=3t$. $\therefore$ E$\left(3t, \frac{3}{2}t^2\right)$

Fのx座標 = Eのx座標 $= 3t$

Fは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり $x=3t$ だから

$$y=\frac{1}{2}\times(3t)^2$$

$$=\frac{9}{2}t^2$$

$\therefore$ F$\left(3t, \frac{9}{2}t^2\right)$

Gのy座標 = Fのy座標 $= \frac{9}{2}t^2$

Gは $y=\frac{1}{6}x^2$ 上にあり $y=\frac{9}{2}t^2$ だから

$$\frac{9}{2}t^2 = \frac{1}{6}x^2$$

$$\Leftrightarrow 27t^2 = x^2$$

$(\sqrt{27} = 3\sqrt{3})$

$$\therefore x = \pm 3\sqrt{3}t$$

Gのx座標は正だから、$x = 3\sqrt{3}t$

$\therefore G\left(3\sqrt{3}t, \frac{9}{2}t^2\right)$

よって、

$GF = G$のx座標 $- F$のx座標

$= 3\sqrt{3}t - 3t = 3t(\sqrt{3}-1)$

$FE = F$のy座標 $- E$のy座標

$= \frac{9}{2}t^2 - \frac{3}{2}t^2$

$= 3t^2$

したがって

$\triangle EFG = \frac{1}{2} \times 3t(\sqrt{3}-1) \times 3t^2$

$= \frac{9}{2}t^3(\sqrt{3}-1)$

$\triangle EFG$は$\triangle ABC$のY倍とすると、

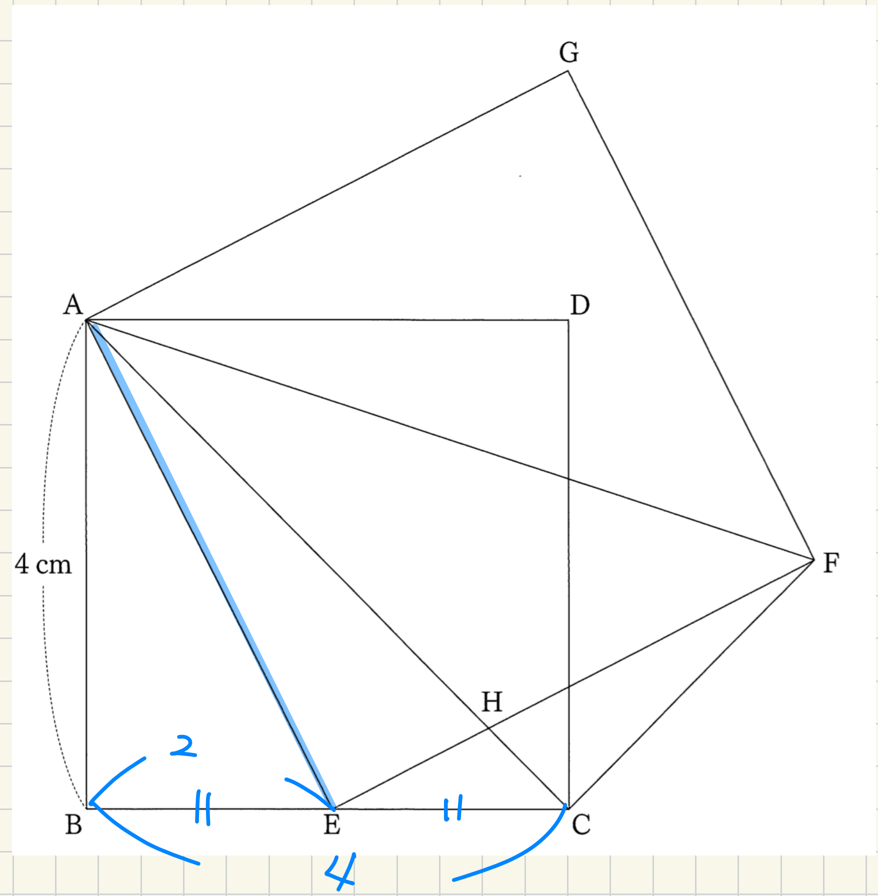
$\frac{9}{2}t^3(\sqrt{3}-1) = Y \times \frac{1}{6}t^3(\sqrt{3}-1)$

$\Leftrightarrow \frac{9}{2} = \frac{1}{6}Y \qquad \therefore Y = \frac{9}{2} \times 6 = 27$

よって 27倍

$\boxed{5}$

(1)



EはBCの中点より

$BE = 2$

△ABEで三平方の定理より

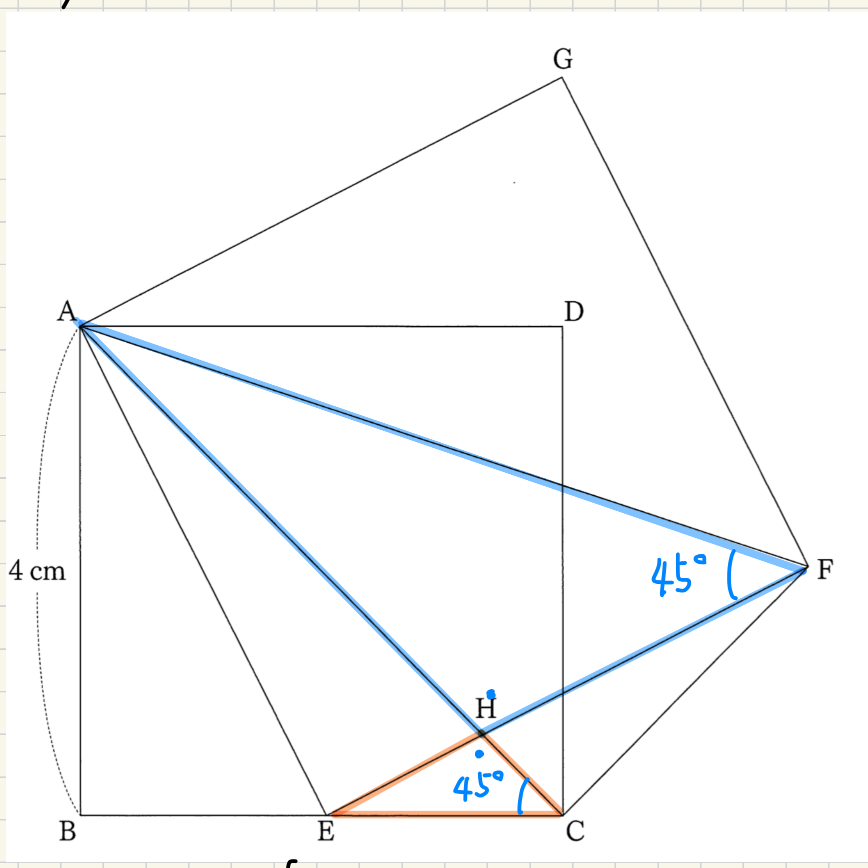
$AE = \sqrt{2^2+4^2}$

$= \sqrt{4+16}$

$= \sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$ cm

(2)



△AHFと△EHCにおいて、

対頂角は等しいから

∠AHF = ∠EHC ― ①

△AEF、△ABCは

直角二等辺三角形だから

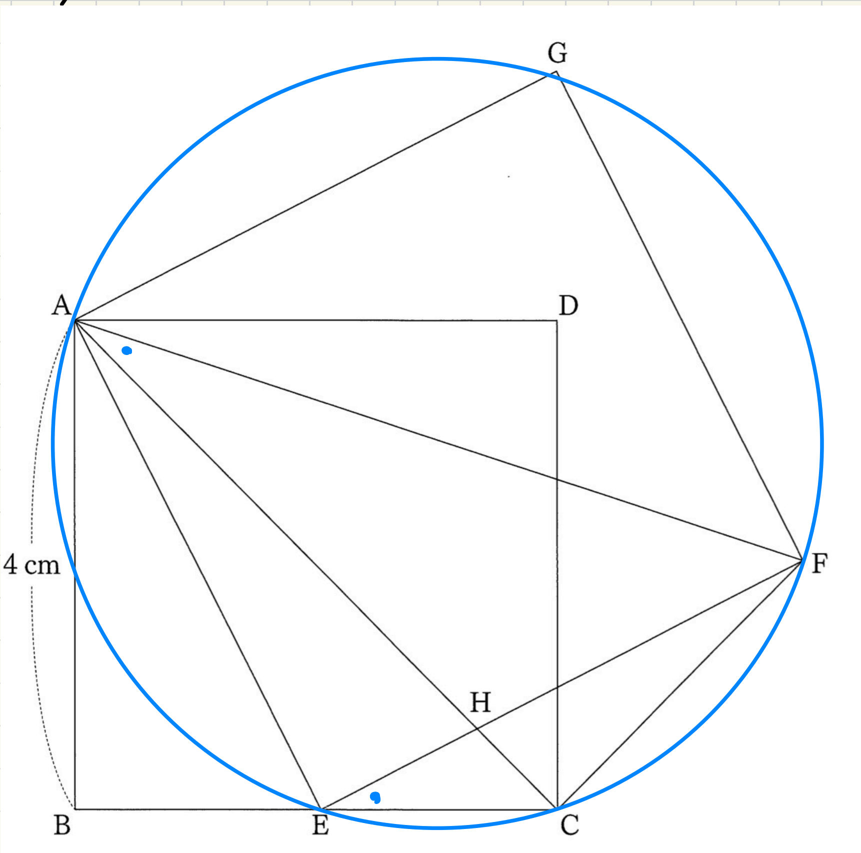
→ AB = AC、∠ABC = 90°

AE = EF、∠AEF = 90°

∠AFH = ∠ECH = 45° ― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、△AHF ∽ △EHC（証明終わり）

(3)



(2)より対応する角は等しいので

$\angle HAF = \angle HEC$

$\Leftrightarrow \angle CAF = \angle FEC$

$\angle CAF$, $\angle FEC$ は CF に対して同じ側にあるから

円周角の定理の逆より

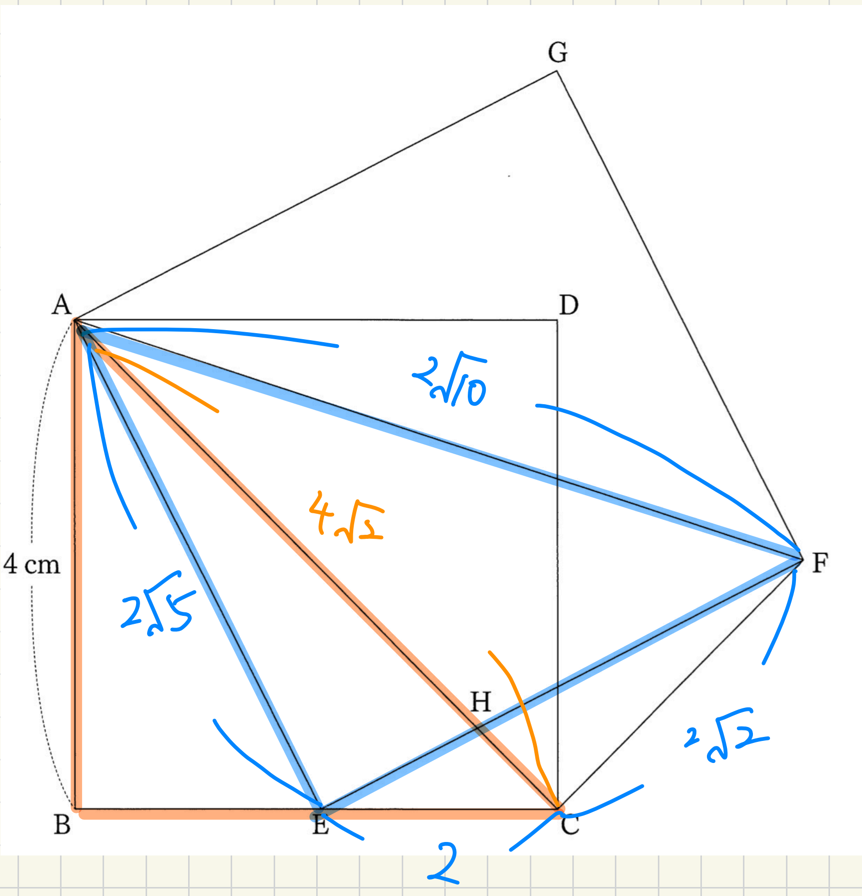
A, E, C, F は同一円周上にある。

$\angle AEF = 90°$ より

直径に対する円周角は 90° だから AF は直径。

$\angle ACF$ は直径 AF に対する円周角より $\angle ACF = 90°$

(4) やや難



$\triangle AEF$ は直角二等辺三角形なので

$AE : EF : AF = 1 : 1 : \sqrt{2}$

$\underset{2\sqrt{5}}{AE}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{5} : AF = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore AF = 2\sqrt{10}$

$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形なので

$AB : BC : AC = 1 : 1 : \sqrt{2}$

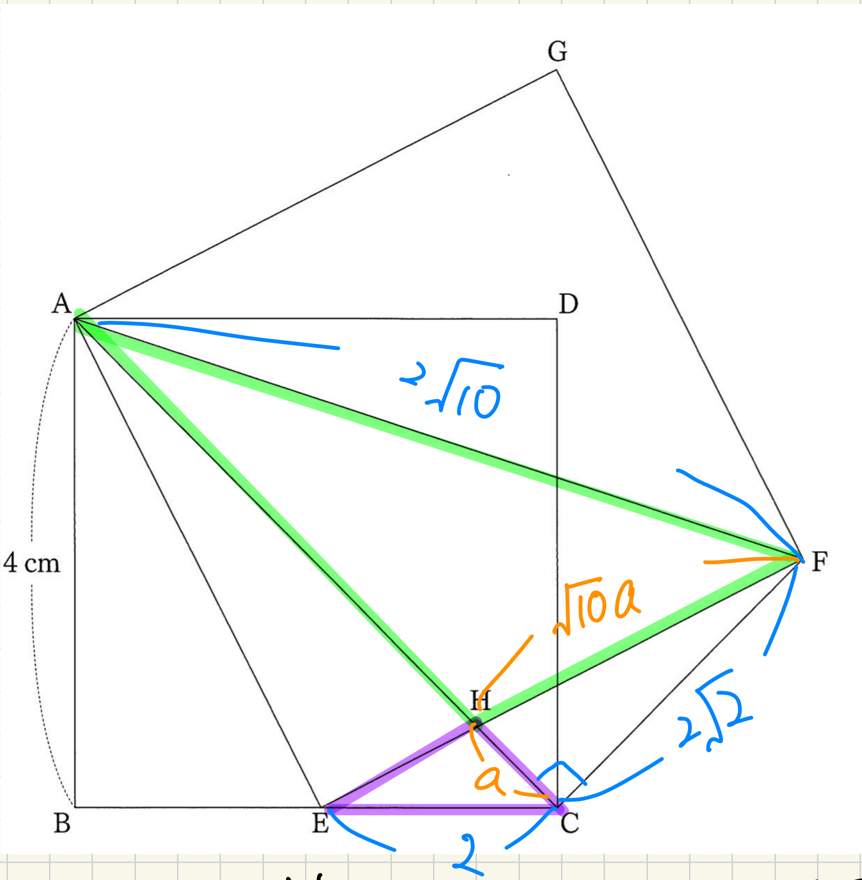
$\underset{4}{AB}$

$\Leftrightarrow 4 : AC = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore AC = 4\sqrt{2}$

(3)より∠ACFは直角だから、△ACFは直角三角形。
よって三平方の定理より

$$CF = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (4\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{40 - 32} \quad = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$
$$= 2\sqrt{2}$$



(2)より△AHF∽△EHCだから、対応する辺の比は等しいので、

$$HF : HC = AF : EC$$
$$= 2\sqrt{10} : 2$$
$$= \sqrt{10} : 1$$

よって

$$HF = \sqrt{10}\,HC$$

ここで、CH = a とおくと $HF = \sqrt{10}a$。よって
△FHCで三平方の定理より

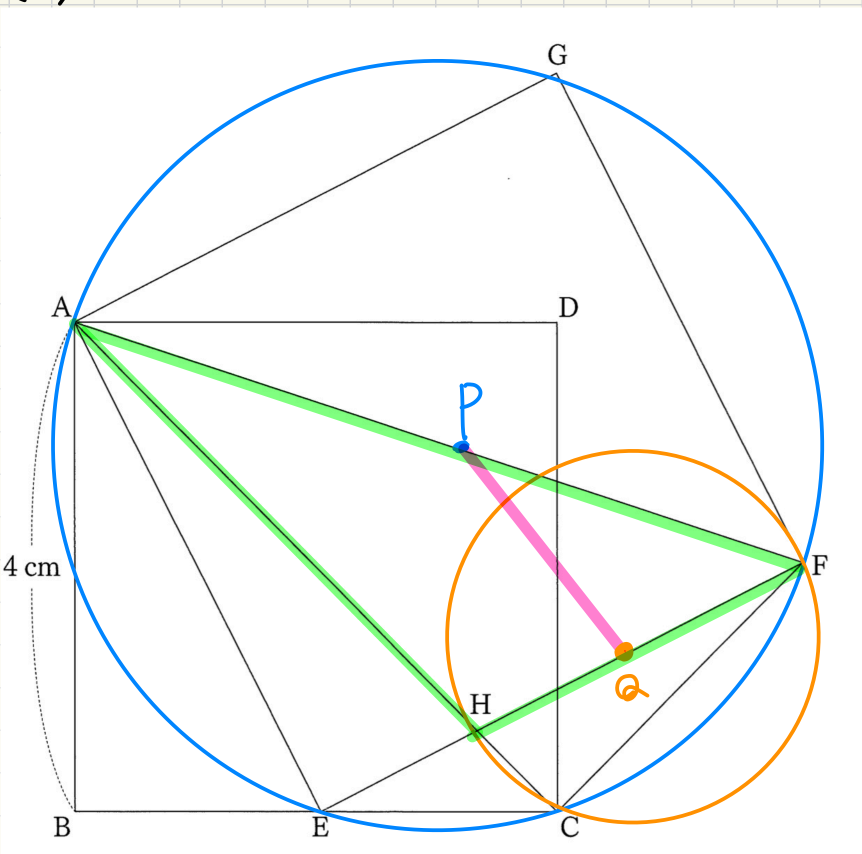
$$(\sqrt{10}a)^2 = a^2 + (2\sqrt{2})^2$$
$$\Leftrightarrow 10a^2 = a^2 + 8$$
$$\Leftrightarrow 9a^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow \quad a^2 = \frac{8}{9}$$

$$a = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$a > 0$ より $a = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. よって $CH = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

(5)



$\angle AEF = 90°$ で. 直径に対する円周角は $90°$ より. AF は円 P の直径
$\Rightarrow$ AF の中点が円 P の中心

$\angle HCF = 90°$ で. 直径に対する円周角は $90°$ より. HF は円 Q の直径
$\Rightarrow$ HF の中点が円 Q の中心.

$\triangle AHF$ で. 中点連結定理より

$$PQ = \frac{1}{2}AH$$

ここで. $AC = 4\sqrt{2}$. $CH = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ より

$$AH = 4\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{12\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

よって

$$PQ = \frac{1}{2} AH$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{3} \text{ cm}$$