2025年度 佐賀県

数学

kmkm

$\boxed{1}$

(1)

(ア) 与式 $= 3 + 5$

$= 8$

(イ) 与式 $= 2x + 6y - 10x - 5y$

$= -8x + y$

(ウ) 与式 $= \dfrac{18x^2y}{-12xy}$

$= -\dfrac{3}{2}x$

(エ) 与式 $= \sqrt{5}^2 - \sqrt{2}^2$

$= 5 - 2$

$= 3$

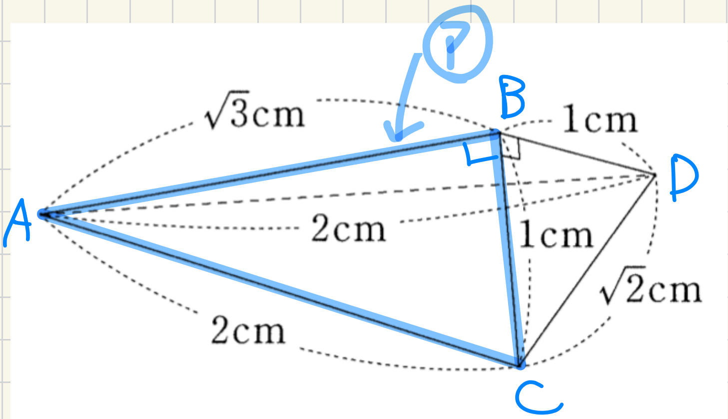
(2) 与式 $= xy(x-6)$

(3) 解の公式より

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(4)



左図のように頂点を定める

三角形㋐について.

$2^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$

より △ABCは∠ABC = 90°

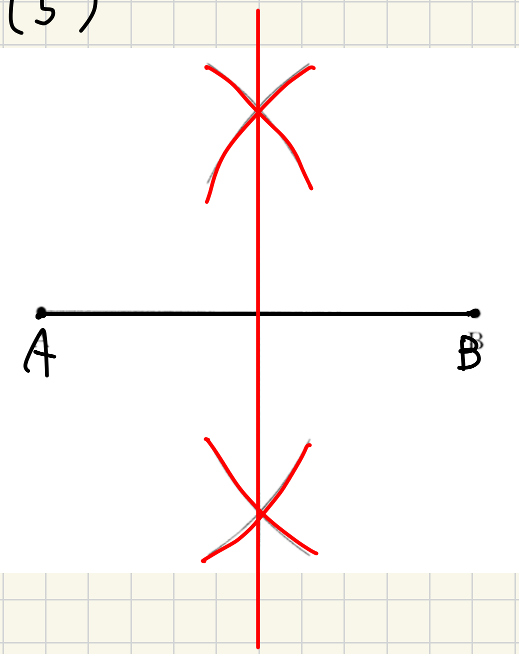
の直角三角形

よって.底面を△ABC, BC⊥BDより高さをBDとして

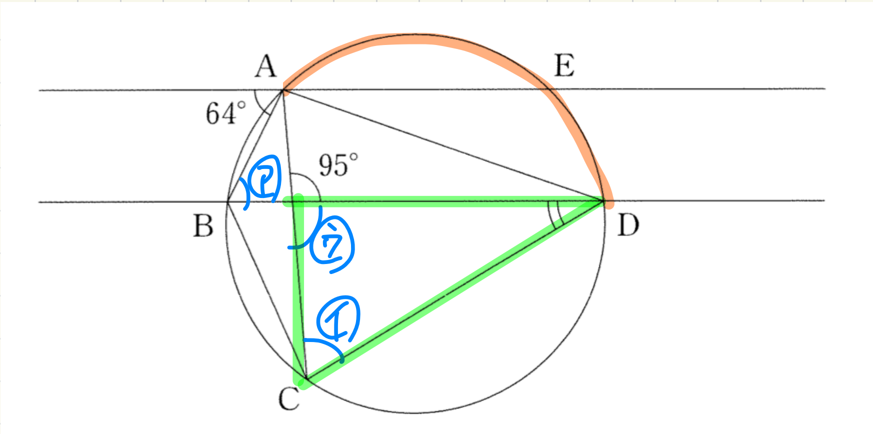
求める体積は

$$\underbrace{\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1}_{\text{三角形㋐}} \times \underbrace{1}_{BD} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}\ \text{cm}^3$$

(5)



(6)



AE // BD より錯角が等しいので

ア $= 64°$

$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいので、

イ $=$ ア $= 64°$

また、

ウ $= 180° - 95°$
$= 85°$

三角形の内角の和は $180°$ より

$\angle BDC = 180° - ($イ$+$ウ$)$
$= 180° - 64° - 85°$
$= 31°$

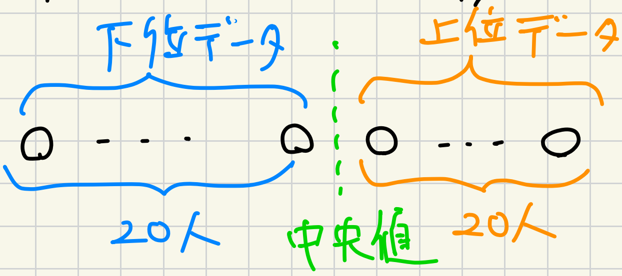
(7)

① 度数が最も高いのは10人で、そのときの階級は120～150分なので、最頻値は

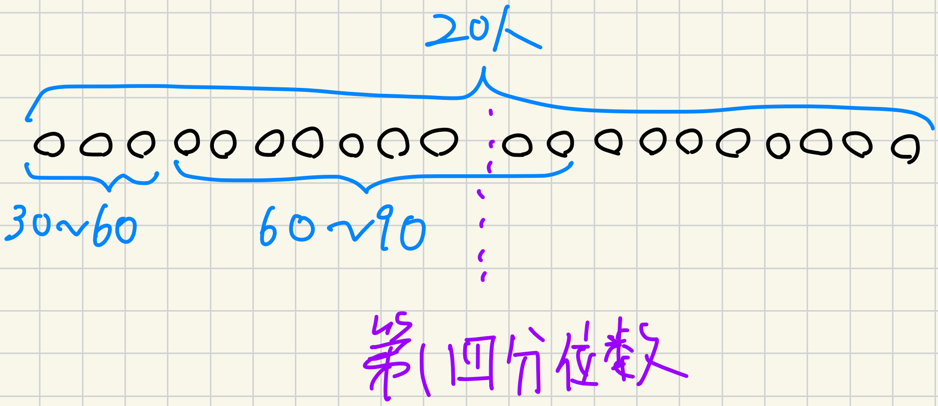
$$\frac{120+150}{2} = 135\text{分}$$

よって正しい

② データを小さい順に並べると



下位データを小さい順に並べると



よって第1四分位数は60分~90分の階級であり、
階級値は

$$\frac{60+90}{2} = 75分$$

なので誤り

③ 120分未満の累積度数は

$$\underbrace{3}_{30\sim60} + \underbrace{9}_{60\sim90} + \underbrace{7}_{90\sim120} = 19人$$

なので誤り

④ 範囲 = 最大値 − 最小値

最小値 = 30分以上 60分未満
⇒ 最小値で考えられるのは30分
最大値 = 180分以上210分未満
⇒ 最大値で考えられるのは210分より少ない
よって(210分より少ない − 30分) = 180分より少ない
だから範囲は180分未満で正しい

$\boxed{2}$

(1)

(ア)

A　B　C　D　E

中央値

中央値はCであり、5人の中央値は30歳なので、

Cの年齢は30歳

(イ) $y = 3x + 2$

(ウ) 平均値を求めると

$$\frac{A + B + C + D + E}{5} = 34\text{歳}$$

ここで、

$A = x,\ D = 3x + 2,\ C = 30,\ B + E = 78$

より

$$\frac{x + 30 + 3x + 2 + 78}{5} = 34$$

$\Leftrightarrow 4x + 110 = 34 \times 5$

$= 170$

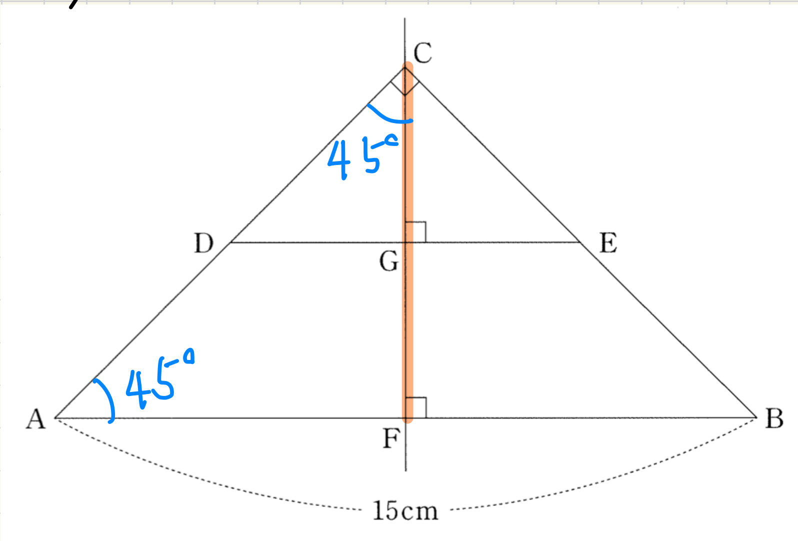
$\Leftrightarrow 4x = 60 \quad \therefore x = 15$ …Aの年齢

また、$D = 3x + 2$ より

$D = 3 \times 15 + 2 = 47$

よって A：15歳、D：47歳

(2)
(ア)



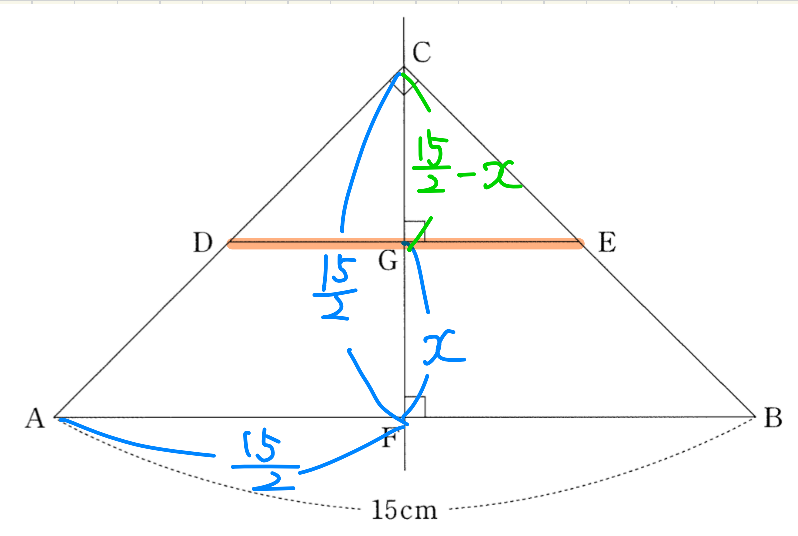
△ABCは二等辺三角形なので、
$\angle CAB = 45°$
△CAFで内角の和は180°だから
$\angle FCA = 180° - 45° - 90°$
$= 45°$

よって△CAFはAF＝CF，∠AFC＝90°の直角二等辺三角形
また、△ABCは二等辺三角形で、CF⊥ABより
FはABの中点。よって

$AF = \frac{15}{2}$

したがって、$CF = \frac{15}{2}$ cm

(イ)



△CDGと△CAFにおいて、
DE∥ABより同位角が等しいので、
∠CDG＝∠CAF ―①
∠CGD＝∠CFA ―②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので、△CDG∽△CAF

よって.

$$DG : AF = CG : CF$$

ここで. (1) より $CF = \frac{15}{2}$, また, $GF = x$ より

$CG = \frac{15}{2} - x$. よって.

$$DG : \underbrace{AF}_{\frac{15}{2}} = \frac{15}{2} - x : \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{2} DG = \left(\frac{15}{2} - x\right) \times \frac{15}{2}$$

両辺 $\times \frac{2}{15}$

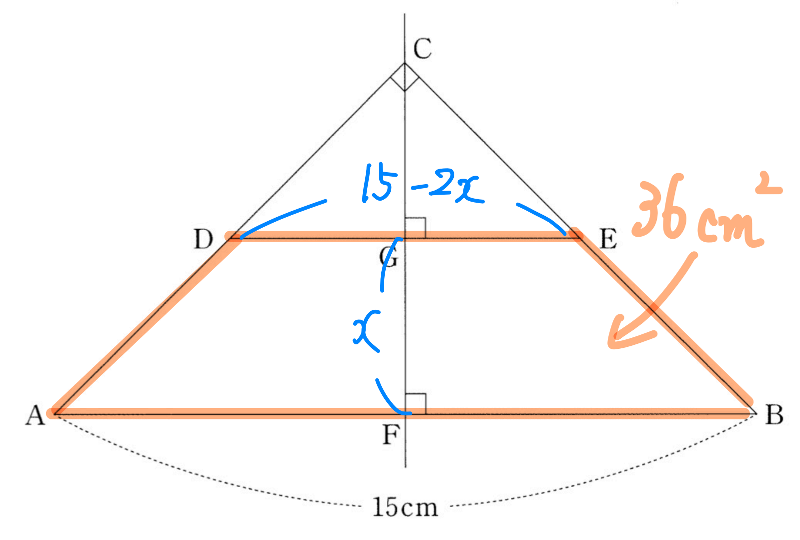
$$\Leftrightarrow DG = \frac{15}{2} - x$$

ここで. G は DE の中点 より. $DG = \frac{1}{2} DE$. したがって.

$$\frac{1}{2} DE = \frac{15}{2} - x$$

$$\therefore DE = 15 - 2x \text{ cm}$$

(う)



□ABEDは台形であり、面積が36cm²より

$$\frac{\{(15-2x)+15\}\times x}{2}=36$$

$$\Leftrightarrow (15-2x+15)x=72$$

$$\Leftrightarrow -2x^2+30x-72=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-15x+36=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-12)=0$$

$$\therefore x=3,12$$

$CF=\frac{15}{2}$ で、GFはCFより短いので $0\leqq x\leqq\frac{15}{2}$

よって、$x=3$　　$\therefore$ FG = 3cm

$\boxed{3}$

(1) Aは $y=x^2$ 上にあり、$x=-2$ なので、

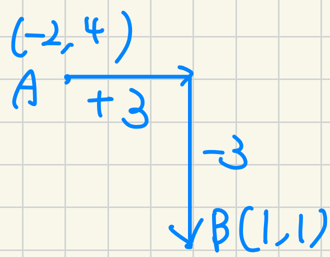
$$y=(-2)^2$$
$$=4$$

(2) Bは $y=x^2$ 上にあり $x=1$ なので、

$y=1^2=1$　　$\therefore$ B(1, 1)

一次関数において、傾き＝変化の割合だから

$$\text{傾き}=\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$



$$=\frac{1-4}{1-(-2)}$$

$$=\frac{-3}{3}=-1$$

(3) ℓ の傾きは -4 だから. $y=-4x+b$ とおくと.
A $(-2, 4)$ を通るから

$$4=-4\times(-2)+b \quad \therefore b=-4$$

よって $y=-4x-4$

(4) m の傾きは 2 だから. $y=2x+b$ とおくと.
B $(1, 1)$ を通るから

$$1=2\times 1+b \quad \therefore b=-1$$

よって $m: y=2x-1$

点Cは ℓ と m の交点より

$$\begin{cases} y=-4x-4 & \text{——— ①} \\ y=2x-1 & \text{——— ②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$-4x-4=2x-1$$

$$\Leftrightarrow \quad -6x=3$$

$$\therefore x=-\frac{1}{2}$$

$x=-\frac{1}{2}$ を②に代入して

$$y=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-1$$

$$=-1-1$$

$$=-2$$

よって $C\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

(5) n は. A, B を通る直線に平行だから. n と A, B を通る直線の傾きは等しく. (2) より -1

よって n の式を $y=-x+b$ とおくと. $C\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$ を通るから

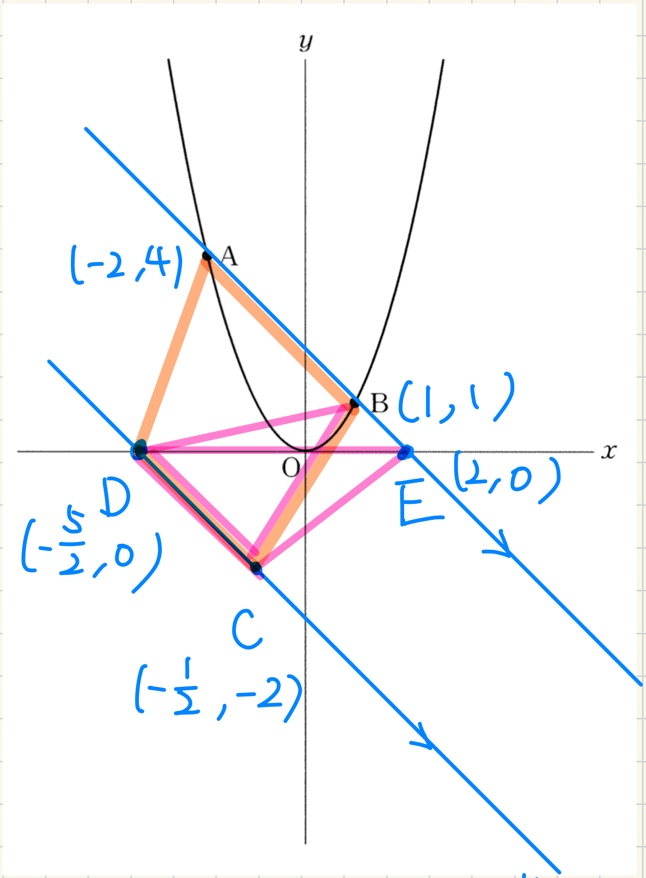
$$-2=-\left(-\frac{1}{2}\right)+b$$

$$\Leftrightarrow b=-2-\frac{1}{2}$$

$$=-\frac{5}{2}$$

よって. $y=-x-\frac{5}{2}$

(6)



$n: y=-x-\frac{5}{2}$

D は $y=-x-\frac{5}{2}$ 上にあり

$y=0$ だから

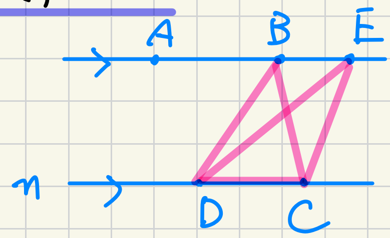
$$0=-x-\frac{5}{2}$$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$　　$\therefore D\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

直線 AB と x 軸の交点を E とする.

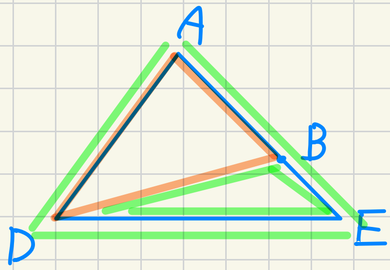
直線 AB // n より

△BDC と △EDC の面積は等しい



また、

$$\triangle ADB = \triangle ADE - \triangle BDE$$



以上より

$$\square ADCB = \triangle ADB + \triangle BDC$$

$$= \triangle ADE - \triangle BDE + \triangle EDC$$

直線ABの式を $y = -x + b$ とおくと、B(1,1)を通るから

$$1 = -1 + b \quad \therefore b = 2$$

よって、直線AB: $y = -x + 2$ で、Eは $y = -x + 2$ 上にあり $y = 0$ だから

$$0 = -x + 2 \quad \therefore x = 2 \quad \therefore E(2,0)$$

また

$$DE = 2 - \left(-\frac{5}{2}\right) = 2 + \frac{5}{2} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$$

$$= \frac{9}{2}$$

したがって、

$$\square ADCB = \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 4}_{\triangle ADE} - \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 1}_{\triangle BDE} + \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 2}_{\triangle EDC}$$

$$= 9 - \frac{9}{4} + \frac{9}{2}$$

$$= \frac{36 - 9 + 18}{4}$$

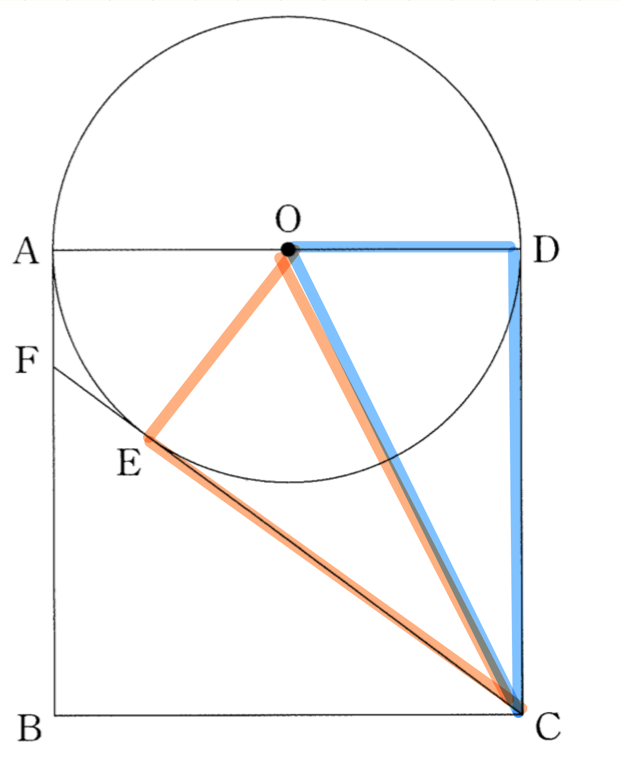
$$= \frac{45}{4}$$

$\boxed{4}$

(1) Eは接線で，接続と半径は垂直に交わるから

$OE \perp FC \quad \therefore \angle OEC = 90^\circ$

(2)



△OCDと△OCEにおいて.

□ABCDは正方形だから

$\angle ODC = 90^\circ$ ── ①

(1)より $\angle OEC = 90^\circ$ ── ②

よって

$\angle ODC = \angle OEC = 90^\circ$ ── ③

OCは共通だから

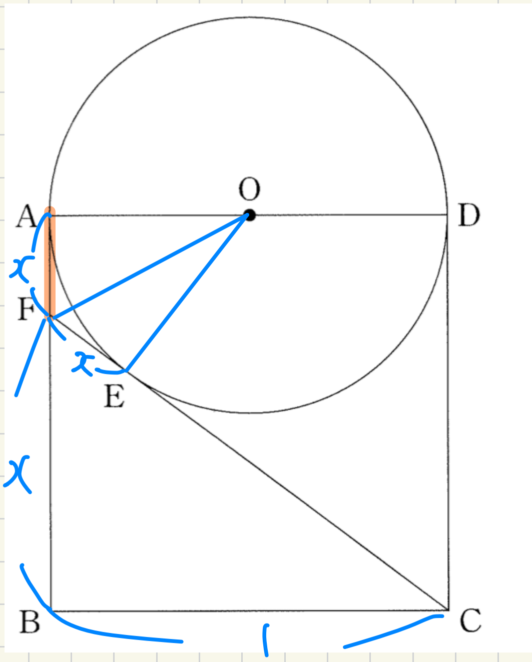
$OC = OC$ ── ④

線分OD, 線分OEは円Oの半径だから

$OD = OE$ ── ⑤

③, ④, ⑤より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので $\triangle OCD \equiv \triangle OCE$ (証明終わり)

(3)



△OAFと△OEFにおいて.

$\angle OAF = \angle OEF = 90^\circ$ ── ①

$OA = OE$ (円の半径) ── ②

$OF = OF$ (共通) ── ③

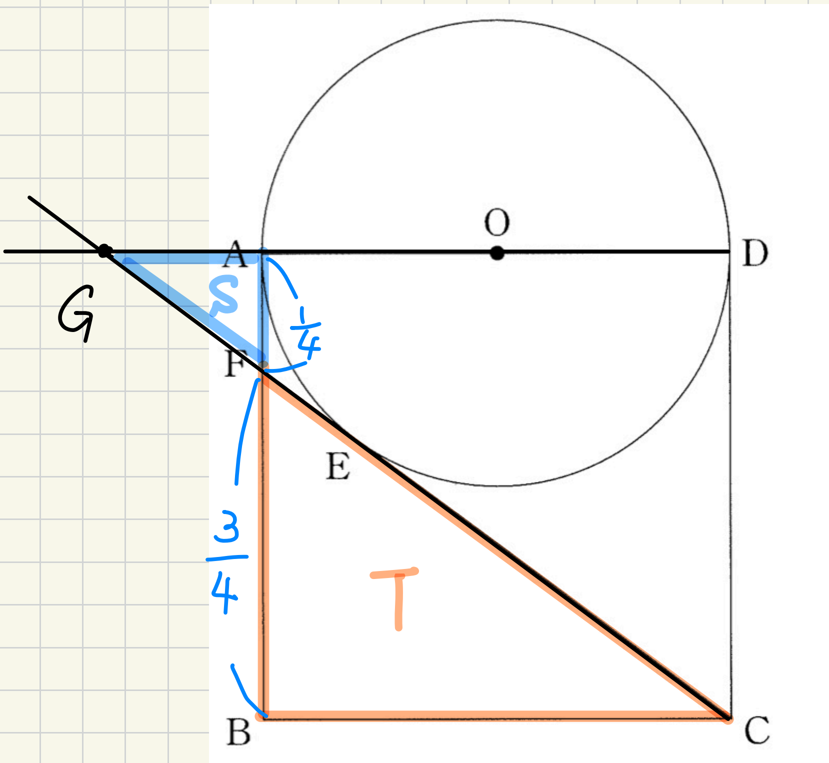
①, ②, ③より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので $\triangle OAF \equiv \triangle OEF$

$AF = x$ とおくと．$AF = EF$ より $EF = x$.
よって
$FB = 1 - x$，$CF = 1 + x$
$\triangle FBC$ で三平方の定理より

$$(1+x)^2 = (1-x)^2 + 1^2$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 + 1$$
$$\Leftrightarrow 4x = 1 \qquad \therefore x = \frac{1}{4}$$

よって $AF = \frac{1}{4}$ cm

(4)



$\triangle GFA$ と $\triangle CFB$ において．
$GD \parallel BC$ より錯角が等しいので．
$\angle FAG = \angle FBC$ —①
$\angle FGA = \angle FCB$ —②
①，②より2組の角がそれぞれ等しいので
$\triangle GFA \backsim \triangle CFB$

(1)より $AF = \frac{1}{4}$，$BF = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ だから．

$\triangle GFA$ と $\triangle CFB$ の相似比は
$$AF : BF = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 1 : 3$$

相似な三角形の面積比は、相似比の2乗に等しいので

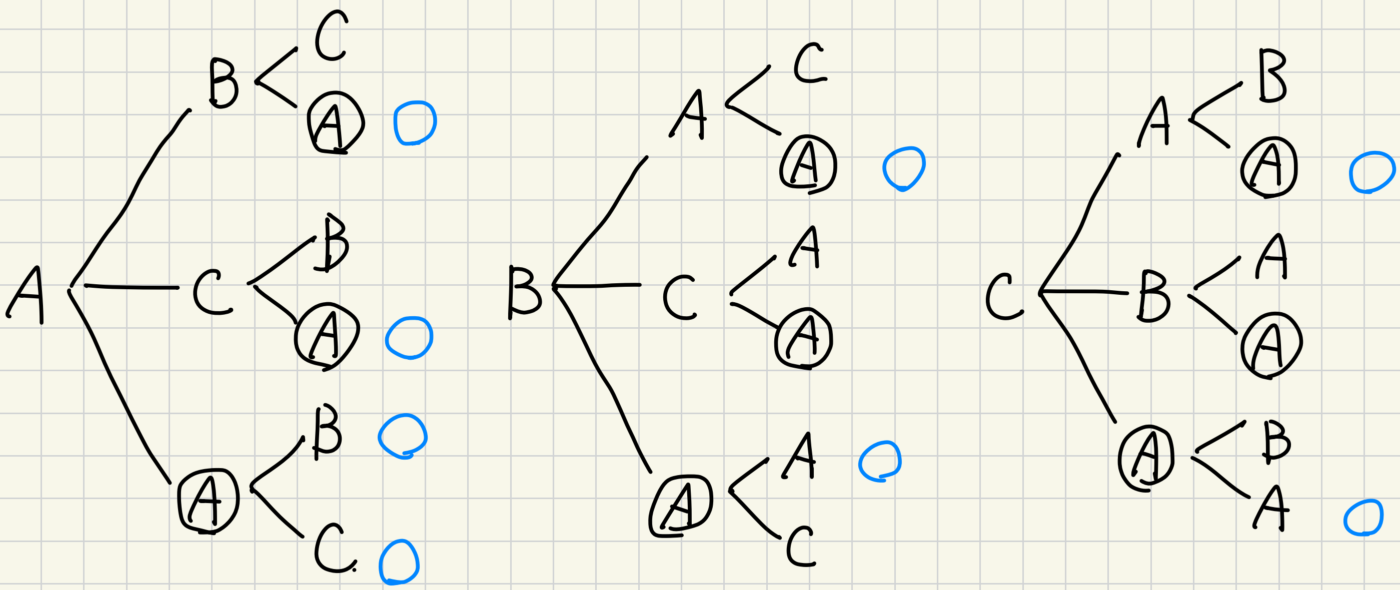
$$\triangle GFA : \triangle CFB = S : T$$
$$= 1^2 : 3^2$$
$$= 1 : 9$$

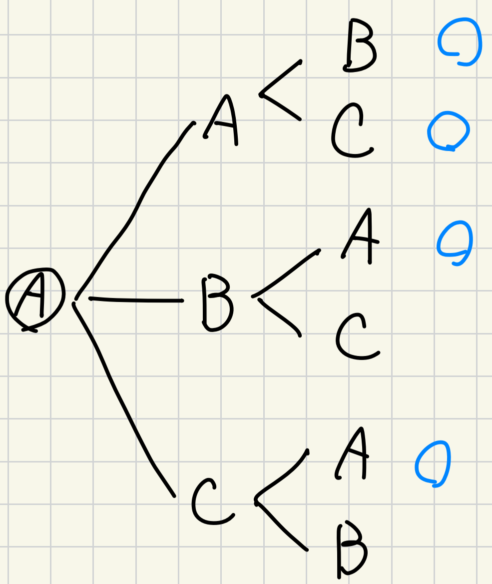
$\boxed{5}$ (1)

(ア) 1回目は4枚から取るので4通り、2回目は3枚から取るので3通り、3回目は2枚から取るので2通り。よってカードの取り方は

$4 \times 3 \times 2 = 24$ 通り

(イ) 赤いカードをA, B, C、白いカードをⒶとする。
樹形図は以下の通り





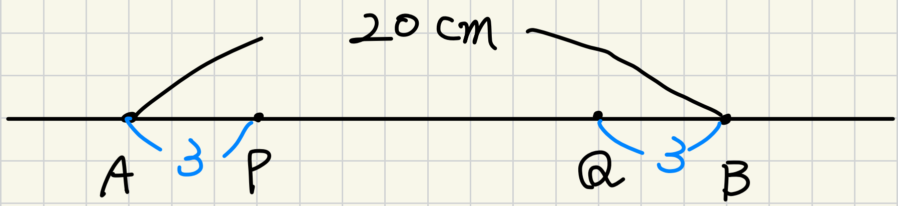
Aが2枚出るのは12通りだから

求める確率は $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

(ウ) 2回目にⒶがでれば、赤、白、赤となる。
(イ)の樹形図より6通りだから、求める確率は

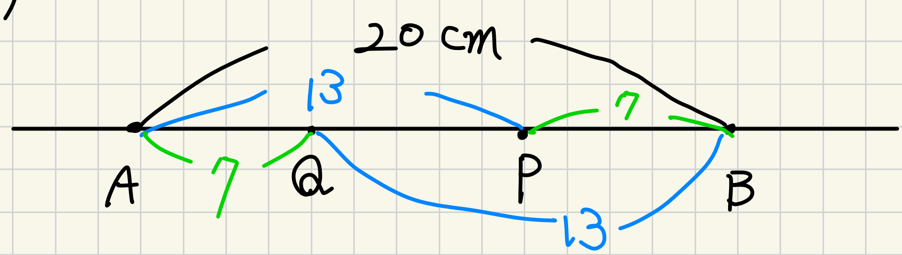
$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

(2)
(ア)



図より $PQ = 20 - (3+3)$
$= 14$ cm

(イ)



図より

$PB = AB - AP = 20 - 13 = 7$

$AQ = AB - BQ = 20 - 13 = 7$

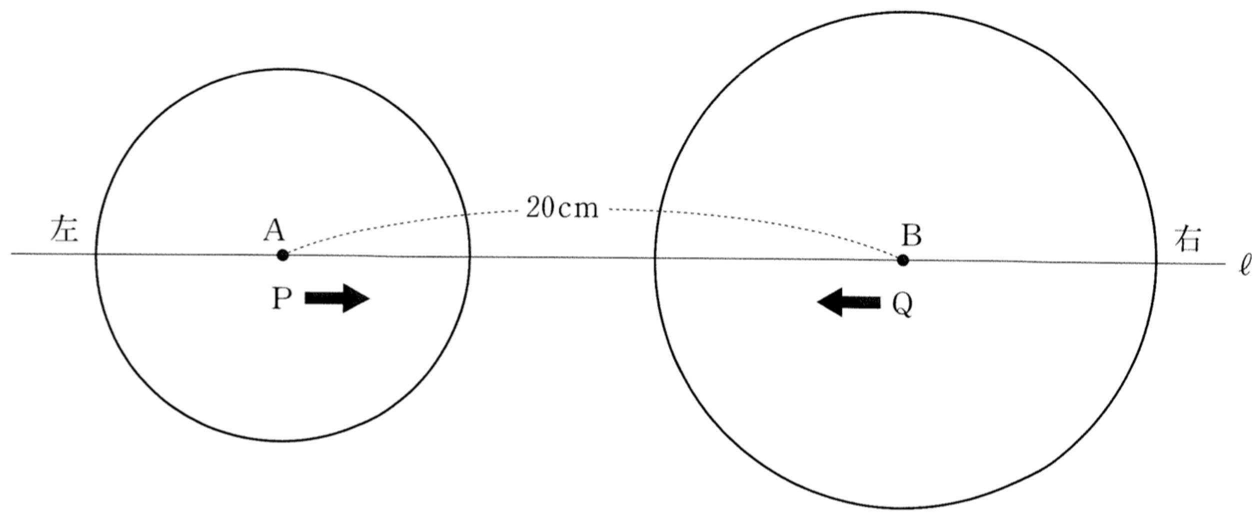
よって

$PQ = 20 - (7+7)$

$= 6\text{cm}$

(ウ)

【図3】

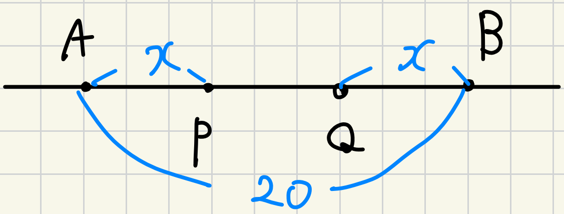


円Qの半径は最初8cmで、1秒ごとに1cm大きくなるから、x秒後の半径は$8+x$ cm

このとき、円P,Qの半径の差は

$\underbrace{8+x}_{\text{円Qの半径}} - \underbrace{6}_{\text{円Pの半径}} = 2+x$ cm ――①

(i) Pが左側、Qが右側にあるとき



$PQ = 20 - 2x$ —— ②

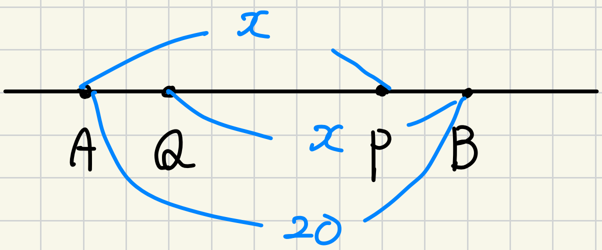
① = ② だから

$$2 + x = 20 - 2x$$

$$\Rightarrow \quad 3x = 18$$

$$\therefore x = 6$$

(ii) Pが右側、Qが左側にあるとき



$$PB = AB - AP = 20 - x$$

$$AQ = AB - BQ = 20 - x$$

より

$$\begin{aligned} PQ &= AB - PB - AQ \\ &= 20 - (20 - x) - (20 - x) \\ &= 20 - 20 + x - 20 + x \\ &= 2x - 20 \end{aligned}$$ —— ③

① = ③ より

$$2 + x = 2x - 20$$

$$\therefore x = 22$$

よって 6秒後, 22秒後