2025年度 山口県

数学

Km km

$\boxed{1}$

(1) 与式 $= 4$

(2) 与式 $= 5a + 1 - 2 + 3a$

$= 8a - 1$

(3) 与式 $= -\frac{4}{9}ab$

(4) 与式 $= 4x - 3y$

(5) 与式 $= \sqrt{7}^2 - 3^2$

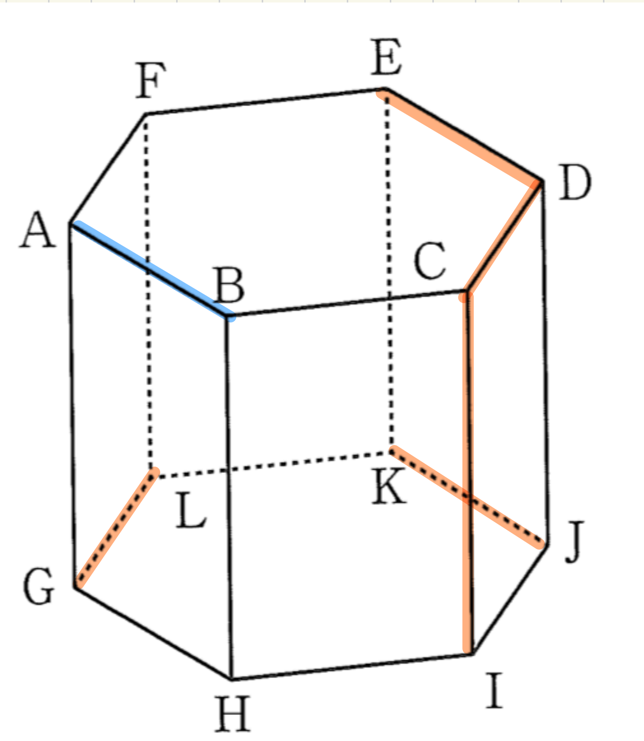
$= 7 - 9$

$= -2$

$\boxed{2}$

(1) 与式 $= (x+3)(x-8)$

(2)



ア：ABとCDを延長すると交わるので誤り

イ：ねじれの位置

ウ：AB∥DEなので誤り

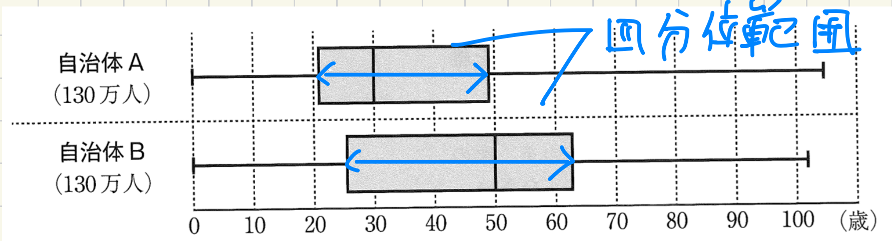
エ：ねじれの位置

オ：AB∥KJなので誤り

(3)

ア：平均値は箱ひげ図より読み取れないので誤り

イ：四分位範囲は、Bの方が大きいので誤り



ウ：Aは50歳以下が第3四分位数付近
　Bは50歳以下が中央値
よって、50歳以下が多いのはAなので正しい

エ：60歳以上も80歳以上も箱ひげ図から読み取れないので誤り

(4) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入して

$$y=\frac{1}{4}\times6^2$$
$$=\frac{1}{4}\times36$$
$$=9$$

よって 9m

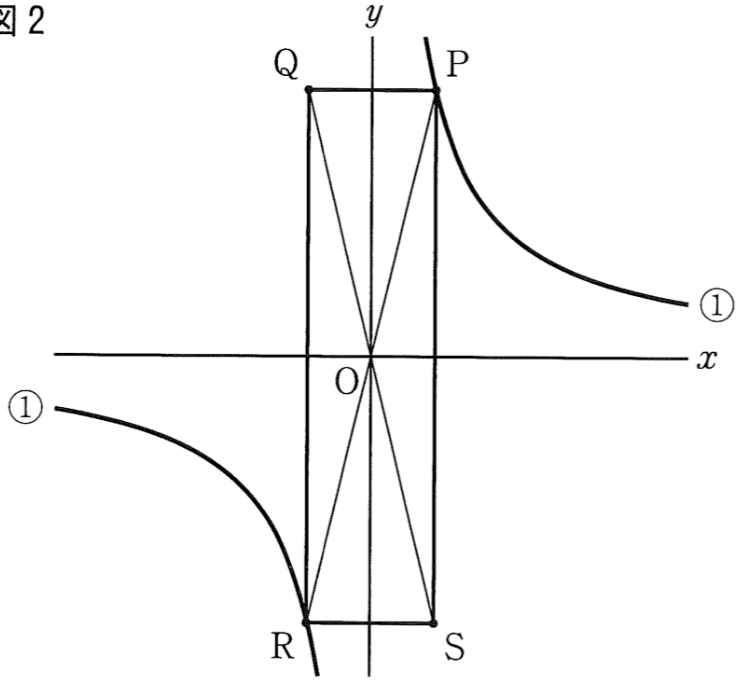
$\boxed{3}$

(1) グラフより $x>0$ で $y>0$、反比例だから、$y=\frac{a}{x}$ とおくと、$x=-2$、$y=-3$ だから

$$-3=\frac{a}{-2}\qquad\therefore a=6$$

(2) Pのx座標をsとする.

図 2



P

$y=\frac{6}{x}$上にあり$x=s$より

$y=\frac{6}{s}$　∴ $P\left(s, \frac{6}{s}\right)$

R

PとOに対して回転対称だから.

$R\left(-s, -\frac{6}{s}\right)$

Q

Pとy軸について対称だから. $Q\left(-s, \frac{6}{s}\right)$

よって

$PQ = s-(-s) = 2s$

$QR = \frac{6}{s}-\left(-\frac{6}{s}\right) = \frac{12}{s}$

よって□PQRSの面積は

$2s \times \frac{12}{s} = 24$

となり. sの値によらず一定となる.

よって. P, Q, R, Sが動いたとしても. □PQRSの面積は一定なので. 答えはウ

$\boxed{4}$

(1) 120人のうち イと回答したのは48人だから、
その割合は

$$\frac{48}{120} = \frac{2}{5} \quad \text{——①}$$

871人のうち、イと回答した人数をx人とおくと、
その割合は

$$\frac{x}{871} \quad \text{——②}$$

①=②と推定すると

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{871}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5} \times 871$$

$$= 348.4$$

小数第1位を四捨五入して、およそ348人

(2) 樹形図は以下の通り

表	表	表	C
		裏	C
	裏	表	B
		裏	A
裏	表	表	A
		裏	B
	裏	表	C
		裏	B

表と裏の出方は全部で8通り
Aさんがグラフ担当となるのは

$$\frac{2}{8}$$

Cさんがグラフ担当となるのは

$$\frac{3}{8}$$

よってCさんの方がなりやすい

$\boxed{5}$

(1) 長方形の縦の長さを x (m) とおくと、横の長さは縦の長さの4倍だから $4x$ (m)

周の長さは30mだから

$$x + x + 4x + 4x = 30$$

$$\Leftrightarrow \quad 10x = 30$$

$$\therefore x = 3$$

よって長方形の縦の長さは3m、横の長さは $4\times3 = 12$ m だから、面積は

$$3 \times 12 = 36 \ m^2$$

正方形の一辺の長さを y m とすると、正方形の面積は、長方形の面積と等しいので

$$y^2 = 36$$

$y > 0$ より $y = 6$ m

よって、正方形の一辺の長さは6m

(2)

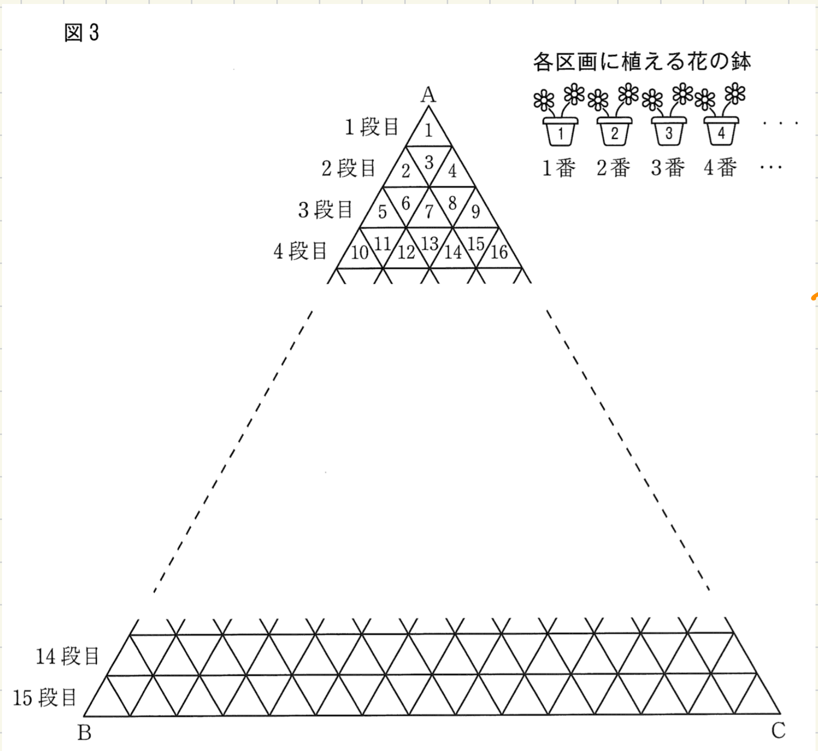


図3

$4-3+1$

1 1^2

1個 $= 2\times1-1$

2 3 4 2^2

$9-5+1$

3個 $= 2\times2-1$

5 6 7 8 9 3^2

5個 $= 2\times3-1$

10 11 12 13 14 15 16 4^2

7個 $= 2\times4-1$

$16-7+1$

規則性から、n段目の一番右の数はn^2、各段に並ぶ数字は$2n-1$個

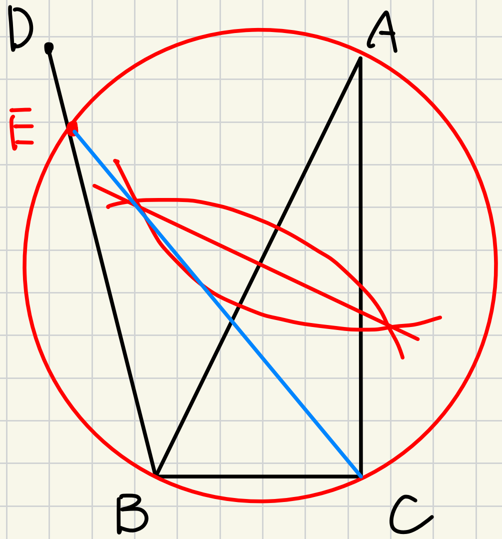
よって10段目の一番右の数は$10^2=100$、10段目に並ぶ数字は$2\times10-1=19$個だから、一番左の数は

$$100-19+1=82$$

よって、(ア) 82、(イ) 100

$\boxed{6}$

(1)



A, B, Cを通る円を描く

⇒ $\angle BAC=90^\circ$だから、ABはA, B, Cを通る円の直径

よって、この円の中心はABの中点だから、ABの垂直二等分線を描く。

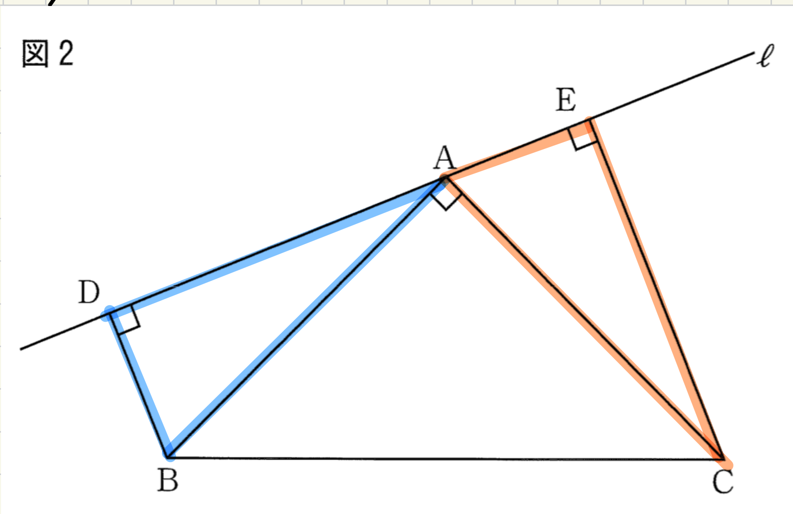
この円とBDとの交点をEとすると、

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいので

$$\angle EBA=\angle ECA$$

よって、この円とBCとの交点が作図すべき点E

(2)



△ABDと△CAEで
△ABCは直角二等辺三角形だから
$AB = CA$ ——①
BDとCEは垂線より
$\angle BDA = \angle AEC = 90°$ ——②

また、
$\angle DAB + \angle ABD = 90°$ ——③

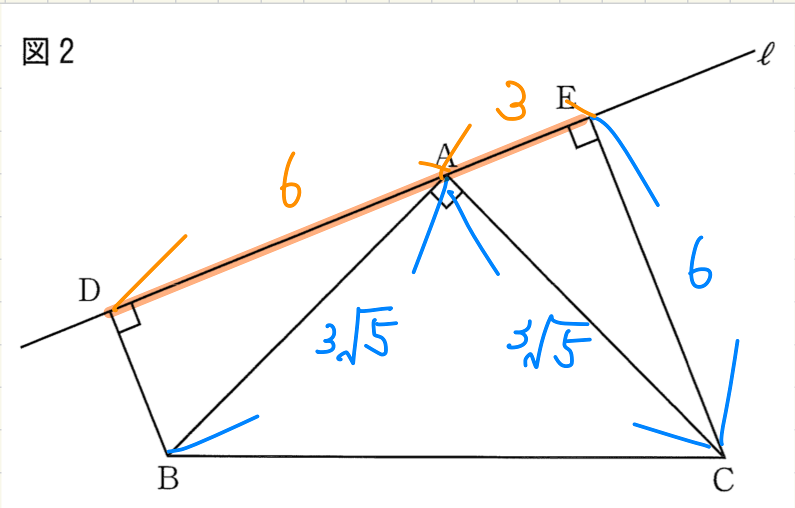
さらに
$\angle DAB + \angle CAE = 90°$ ——④

③、④より
$\angle ABD = \angle CAE$ ——⑤

①、②、⑤より直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (証明終わり)

(3)



△ABCは直角二等辺三角形より$AB = AC$

$\therefore AC = 3\sqrt{5}$

△CAEで三平方の定理より

$AE = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 6^2}$

$= \sqrt{45 - 36}$

$= \sqrt{9} = 3$

(2)より $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ で 対応する辺は等しいから

$AD = CE$ $\therefore AD = 6$

よって $DE = 6 + 3 = 9$ cm

$\boxed{7}$

(1) Bは $y = x^2$ 上にあり $x = -2$ だから

$$y = (-2)^2$$
$$= 4 \qquad \therefore B(-2, 4)$$

直線ℓの式を $y = ax + b$ とおくと A(1,1), B(-2,4) を通るから

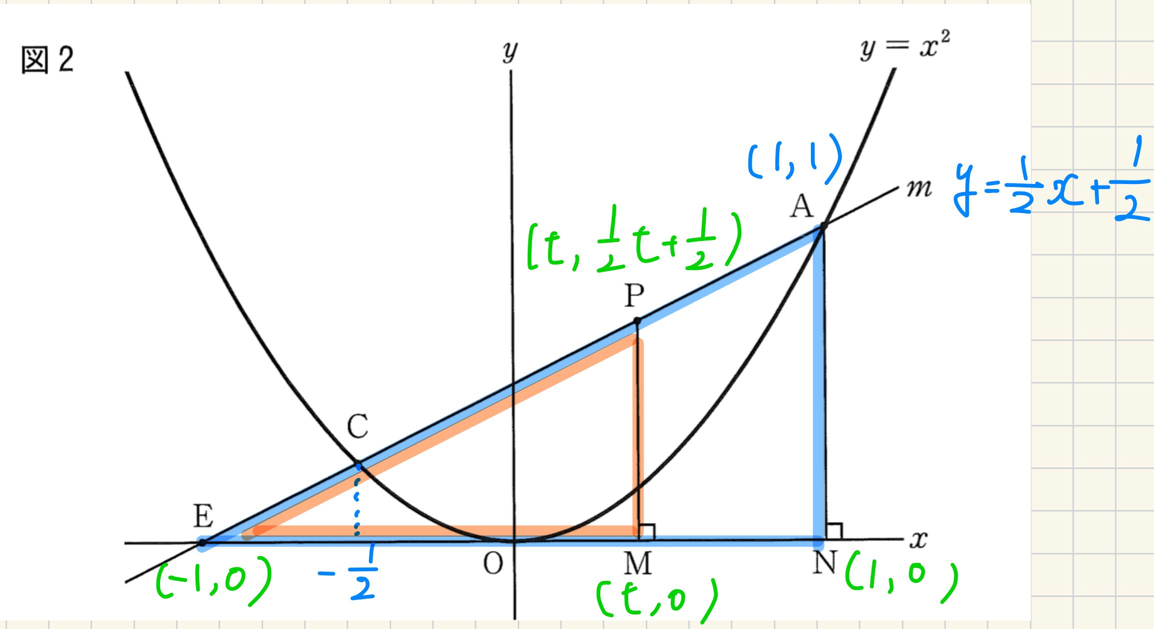
$$1 = a + b \quad \text{——①}$$
$$-)\ 4 = -2a + b \quad \text{——②}$$
$$-3 = 3a$$
$$a = -1$$

$a = -1$ を①に代入して

$$1 = -1 + b \qquad \therefore b = 2$$

よって $y = -x + 2$

(2)



Eは$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$上にあり$y=0$だから

$$0=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 0=x+1$$

$$\therefore x=-1 \qquad \therefore E(-1,0)$$

また、$N(1,0)$

よって

$$AN=1,\quad EN=2$$

だから、$\triangle EAN$の面積は

$$\frac{1}{2}\times1\times2=1$$

Pは$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$上にあり$x=t$だから

$$y=\frac{1}{2}t+\frac{1}{2} \qquad \therefore P\left(t,\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\right)$$

また、$M(t,0)$

よって

$$PN=\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(t+1)$$

$$EN=t-(-1)=t+1$$

だから、$\triangle EPM$の面積は

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(t+1)\times(t+1)$$

$$=\frac{1}{4}(t+1)^2$$

$\triangle EAN = 2 \times \triangle EPM$ より

$$1 = 2 \times \frac{1}{4}(t+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{2}(t+1)^2$$

$$\Leftrightarrow (t+1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow t+1 = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore t = -1 \pm \sqrt{2}$$

PはAC上の点だから、Pのx座標tは

$$\underbrace{-\frac{1}{2}}_{\text{Cのx座標}} \leqq t \leqq \underbrace{1}_{\text{Aのx座標}} \quad \text{——— ㋐}$$

$t = -1-\sqrt{2} \fallingdotseq -1-1.414\cdots = -2.414\cdots$

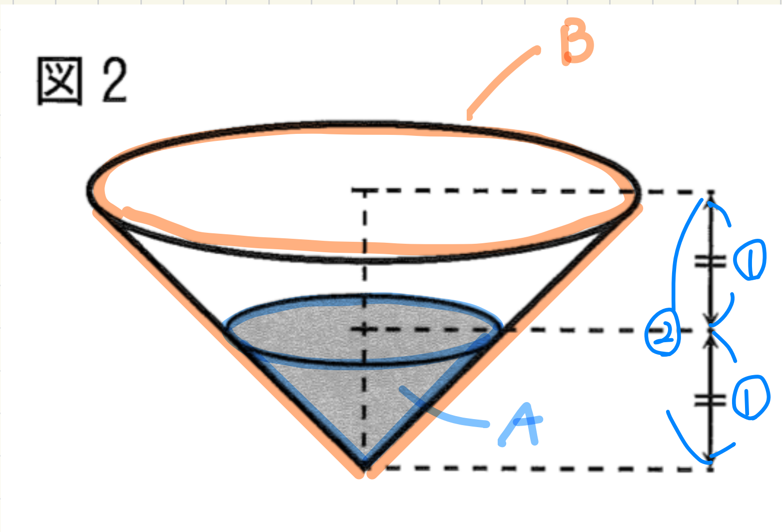
だから㋐を満たさない

$t = -1+\sqrt{2} \fallingdotseq -1+1.414\cdots = 0.414\cdots$

だから㋐を満たす。よって $t = -1+\sqrt{2}$

$\boxed{8}$

(1)



三角すいAと三角すいBは相似であり相似比は $1:2$

相似な立体の体積比は、相似比の3乗に等しいので、

$$\underbrace{A}_{15\text{mL}} : B = 1^3 : 2^3$$

$$= 1 : 8$$

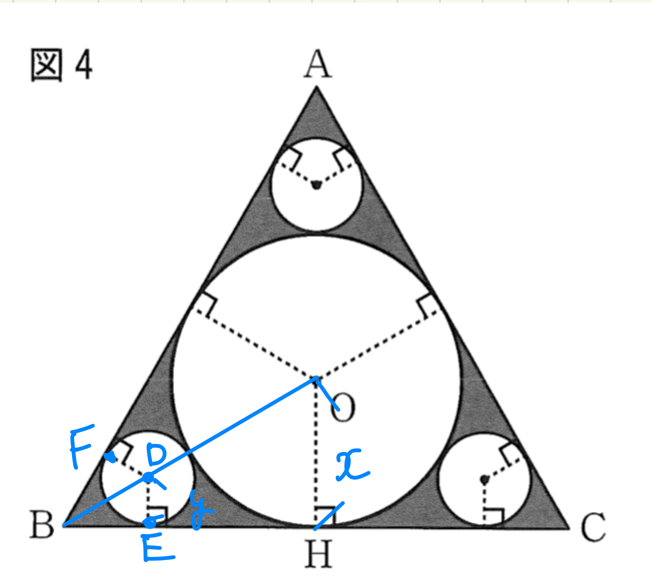
$$\Leftrightarrow 15 : B = 1 : 8$$

$$\therefore B = 15 \times 8$$

$$= 120$$

よって、グラスの容積は120mL

(2) やや難



大きい円の半径をx、
小さい円の半径をy
とおく
またOBを結ぶ。
大小4つの円の面積の和が
8πより

$$\underbrace{x^2\pi}_{\text{大きい円}} + 3 \times \underbrace{y^2\pi}_{\text{小さい円}} = 8\pi$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3y^2 = 8 \quad \text{——— ①}$$

また、D、E、Fを上図のように定める。
△DBEと△DBFにおいて、

DB = DB(共通) ——— ㋐

DE = DF(円の半径) ——— ㋑

∠BED = ∠BFD = 90° ——— ㋒

㋐、㋑、㋒より直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので、△DBE ≡ △DBF

よって、$\angle DBE = \angle DBF$

ここで、$\triangle ABC$ は正三角形より $\angle ABC = 60^\circ$ よって、

$$\angle DBE = 30^\circ$$

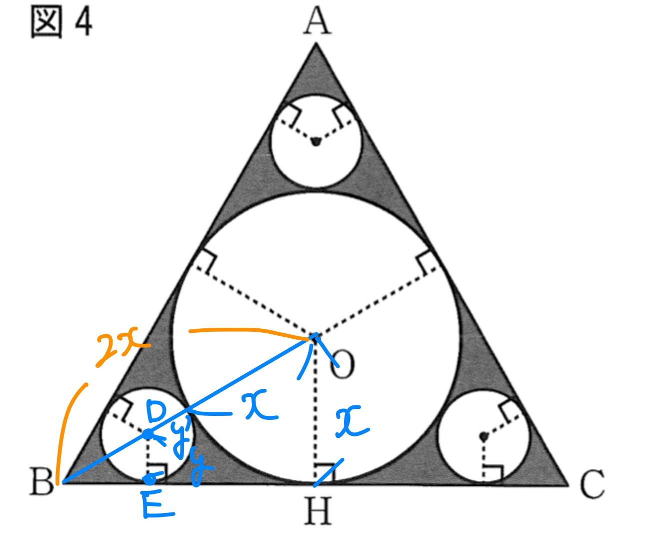
$\triangle OBH$ は $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ の直角三角形より

$$\underbrace{OH}_{x} : OB : BH = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x : OB = 1 : 2$$

$$\therefore OB = 2x.$$

図 4



$\triangle BED$ と $\triangle BHO$ において

共通な角より

$$\angle DBE = \angle OBH \text{ — ㋓}$$

また

$$\angle BED = \angle BHO = 90^\circ \text{ — ㋔}$$

㋓、㋔より2組の角がそれぞれ等しいので、$\triangle BED \sim \triangle BHO$.

よって、

$$BD : BO = DE : OH$$

ここで

$$BD = 2x - x - y$$
$$= x - y$$

より

$$x - y : 2x = y : x$$
$$\Leftrightarrow x(x - y) = 2xy$$
$$\Leftrightarrow x^2 - xy = 2xy$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3xy = 0$$

$\iff x(x-3y)=0$

$\therefore x = 0,\ 3y$

$x>0$, $y>0$ より $x=3y$ $\therefore y=\frac{1}{3}x$ —— ②

以上より

$$\begin{cases} x^2+3y^2=8 & \text{—— ①} \\ y=\frac{1}{3}x & \text{—— ②} \end{cases}$$

② を ① に代入して

$$x^2+3\times\left(\frac{1}{3}x\right)^2=8$$

$$\iff x^2+\frac{1}{3}x^2=8$$

$$\iff \frac{4}{3}x^2=8$$

$$\therefore x^2=8\times\frac{3}{4}$$

$$=6$$

$x>0$ より $x=\sqrt{6}$

よって. $OH=\sqrt{6}\,cm$