2025年度　福島県

数学

Kmkm

1.

(1)

① 与式 $= \underline{28}$

② 与式 $= \dfrac{-1+2}{6}$

$= \underline{\dfrac{1}{6}}$

③ 与式 $= -8a^3 \times 2b$

$= \underline{-16a^3b}$

④ 与式 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$= \underline{3\sqrt{3}}$

(2) n角形の外角の和は360°より、正五角形の外角の和は、360°、よって、正五角形の1つの外角の大きさは

$360° \div 5 = \underline{72°}$

2.

(1) 80円のえんぴつをa本買ったときの代金は

$80a$ 円

より、500円玉1枚を出したときのおつりは

$\underline{500 - 80a}$ 円

(2) $y=ax+b$ とおく. 1次関数では. 傾きと変化の割合は等しいから. $a=2$. よって $y=2x+b$ で $x=-3$. $y=7$ を代入して

$$7=2\times(-3)+b \quad \therefore b=13$$

よって $y=2x+13$

(3) 与式 $=(x+2)(x-5)$

(4) 半径が r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ より. 半径が 3cm の球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi\times 3^3=36\pi\ \mathrm{cm}^3 \quad \text{—— ①}$$

円錐の高さを h cm とすると. 円錐の体積は

$$6\times 6\times\pi\times h\times\frac{1}{3}=12\pi\cdot h\ \mathrm{cm}^3 \quad \text{—— ②}$$

① = ② より

$$36\pi=12\pi\cdot h$$

$$\therefore h=3$$

よって高さは 3cm

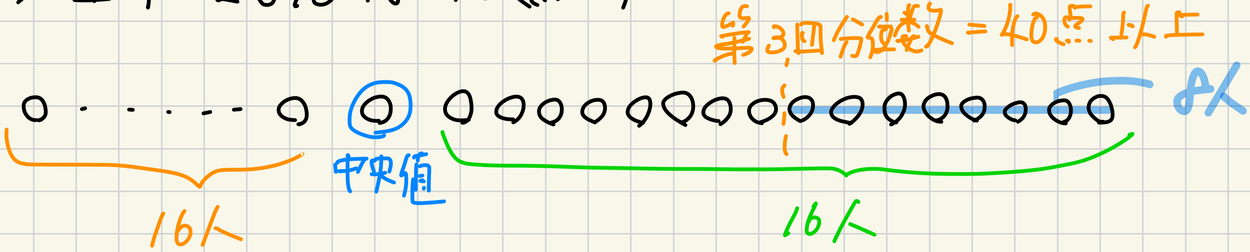
(5)

ア: 範囲 = 最大値 − 最小値.
箱ひげ図より. 範囲が最も大きいのは. 12月なので誤り

イ: 四分位範囲 = 第3四分位数 − 第1四分位数
⇒ 箱の大きさ
箱ひげ図より. 四分位範囲が大きいのは. 6月なので誤り

ウ：各月の生徒の具体的な点数は分からないので
箱ひげ図から読み取れない

エ：6月の第3四分位数は40点より大きい
⇒上位25%は40点以上



よって、6月のテストでは、40点以上が少なくとも8人いるから正しい

3.
(1) 1回目にカードを取る方法は5通り　2回目にカードを取る方法は4通りなので、カードを取る方法は、$5\times4=20$通り

① $ab+a=a(b+1)=3$ だから、
$(a, b+1)=(1, 3), (3, 1)$ の2通り
※ $(a, b)=(1, 2), (3, 0)$ の2通り

② $ab+a=a(b+1)$ が偶数となるのは、
(i) a が偶数のとき
$b+1$ はどのような値でも良い
(ii) a が奇数のとき
$b+1$ は偶数 ⇒ b は奇数
である。

(i) a が偶数のとき

$a=0 \Rightarrow b=1,2,3,4$ …… 4通り

$a=2 \Rightarrow b=1,2,3,4$ …… 4通り

$a=4 \Rightarrow b=1,2,3,4$ …… 4通り

より全部で 12通り

(ii) a が奇数のとき

$a=1 \Rightarrow b=3$ …… 1通り

$a=3 \Rightarrow b=1$ …… 1通り

より全部で 2通り

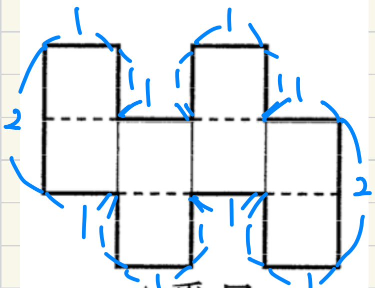
よって $ab+a$ が偶数となるのは $12+2=14$通り

だから、求める確率は

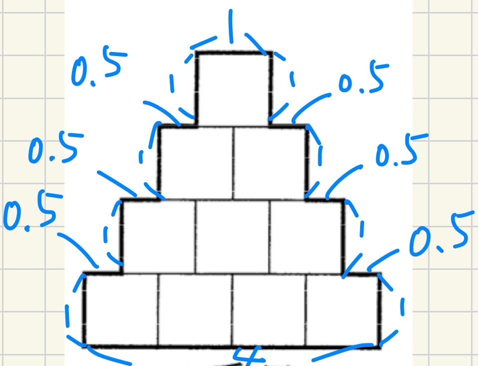
$$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

(2)

①



4番目



4番目

図1の4段目の周の長さは

$1\times14+2\times2=14+4=18$cm

図2の4段目の周の長さは

$0.5\times6+1\times9+4\times1=3+9+4$

$=16$cm

よって差は

$18-16=2$cm

②

図1において

1番目 : 6 cm ⇒ $4 \times 1 + 2$

2番目 : 10 cm ⇒ $4 \times 2 + 2$

3番目 : 14 cm ⇒ $4 \times 3 + 2$

4番目 : 18 cm ⇒ $4 \times 4 + 2$

+4 +4 +4

よってn番目の周の長さは

$$4 \times n + 2 = 4n + 2 \text{ cm}$$

図2において

1番目 : 4 cm ⇒ 4×1

2番目 : 8 cm ⇒ 4×2

3番目 : 12 cm ⇒ 4×3

4番目 : 16 cm ⇒ 4×4

+4 +4 +4

よってn番目の周の長さは

$$4 \times n = 4n \text{ cm}$$

$\therefore K = 4n + 2$, $L = 4n$ で、その差は

$$K - L = 4n + 2 - 4n$$
$$= 2$$

したがって、KからLをひいたときの差は一定である。

イ

4.

高速道路を走る時間をx時間，ふつうの道路を走る時間をy時間とすると，自宅から目的地に着くまでの時間は全体で3.5時間であることから

$$x+y=3.5 \quad \text{——} \; ①$$

高速道路を走る道のりは$90x$ km，ふつうの道路を走る道のりは$40y$ kmで，自宅から目的地までの道のりは全部で280kmであることから

$$90x+40y=280 \quad \text{——} \; ②$$

①，②を連立する．②÷10より

$$9x+4y=28 \quad \text{——} \; ②'$$

①×4 − ②′より

$$\begin{array}{rrl} & 4x+4y & =14 \\ -) & 9x+4y & =28 \\ \hline & -5x & =-14 \end{array}$$

$$\therefore x=2.8$$

$x=2.8$を①に代入して

$$2.8+y=3.5$$

$$\therefore y=0.7$$

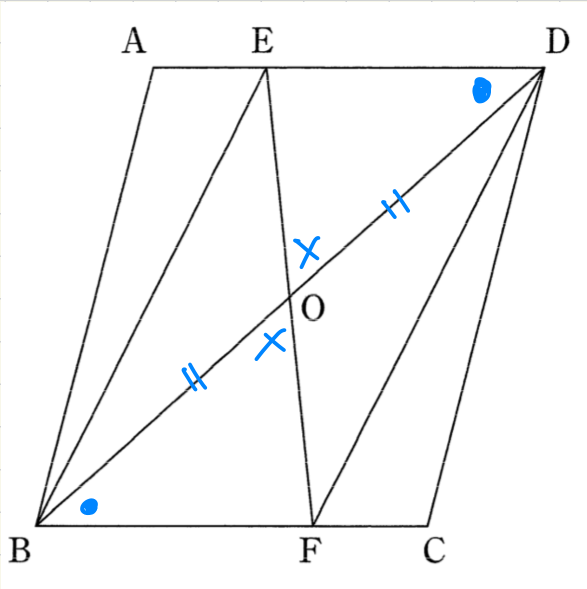
これらは問題に適している．よって

高速道路を走る時間：2.8時間

ふつう道路を走る時間：0.7時間

5

(1)

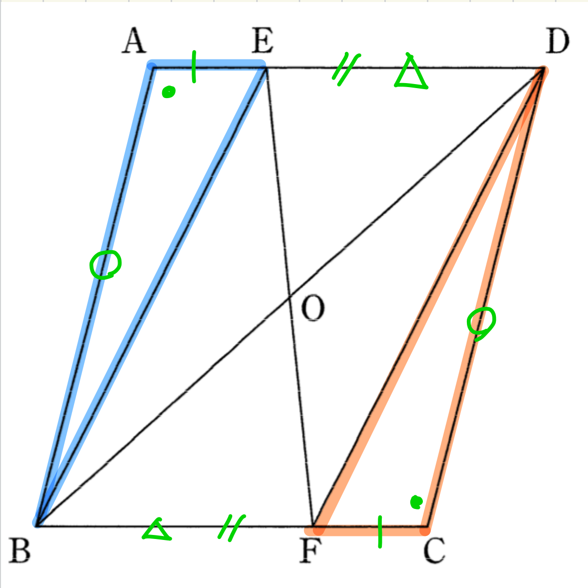


∠OBF と∠ODF は錯角 Ⅰ

①,②,③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい Ⅱ

よって ウ

(2)



△ABE と△CDF において、

平行四辺形の対辺は等しいから

AB = CD ―― ⑤

AD = BC ―― ⑥

また、

AE = AD − DE ―― ⑦

CF = BC − BF ―― ⑧

④,⑥,⑦,⑧から

AE = CF ―― ⑨

平行四辺形の対角は等しいから

∠BAE = ∠DCF ―― ⑩

⑤,⑨,⑩より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABE ≡ △CDF (証明終わり)

6

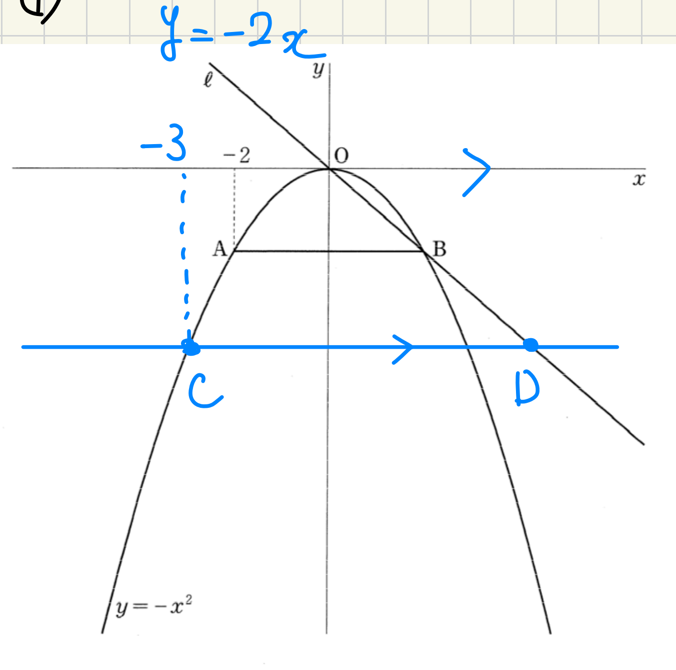
(1) Aは $y=-x^2$ 上にあり $x=-2$ だから

$y=-(-2)^2$

$=-4$

(2)

①



A, Bはy軸について対称で.

A$(-2, -4)$より

B$(2, -4)$

ℓの式を$y=ax$とおくと.

B$(2, -4)$を通るから

$-4=2a$

$\therefore a=-2$

よって. ℓ: $y=-2x$

Cは $y=-x^2$ 上にあり $x=-3$ だから

$y=-(-3)^2$

$=-9$ $\therefore$ C$(-3, -9)$

CとDのy座標は等しいから. Dのy座標は-9.

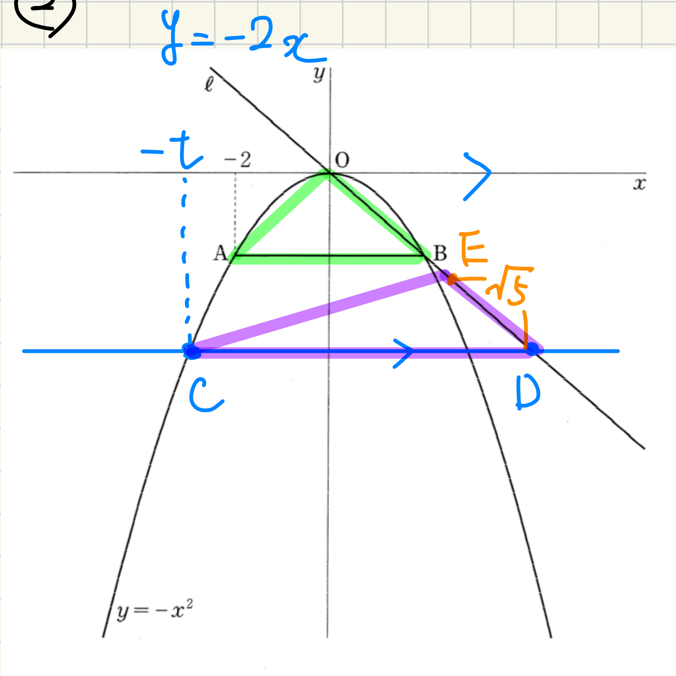
また. Dはℓ: $y=-2x$ 上にあるから

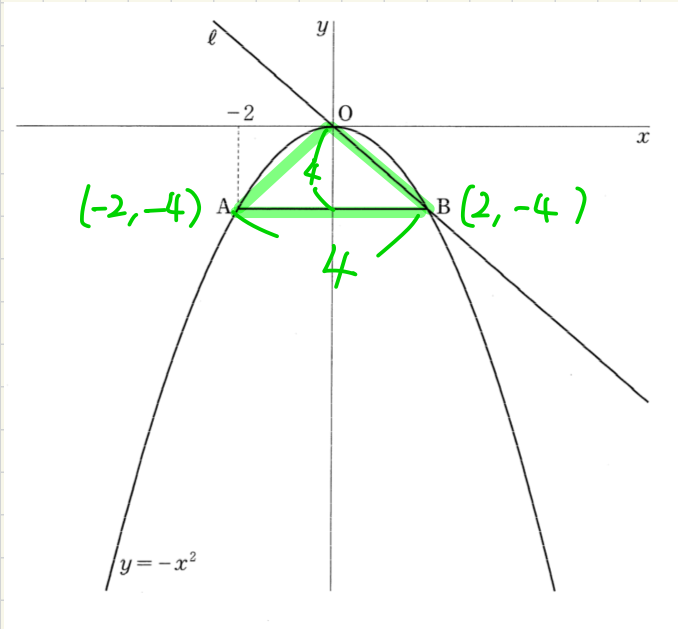
$-9=-2x$

$\therefore x=\frac{9}{2}$

よって. Dのx座標は $\frac{9}{2}$

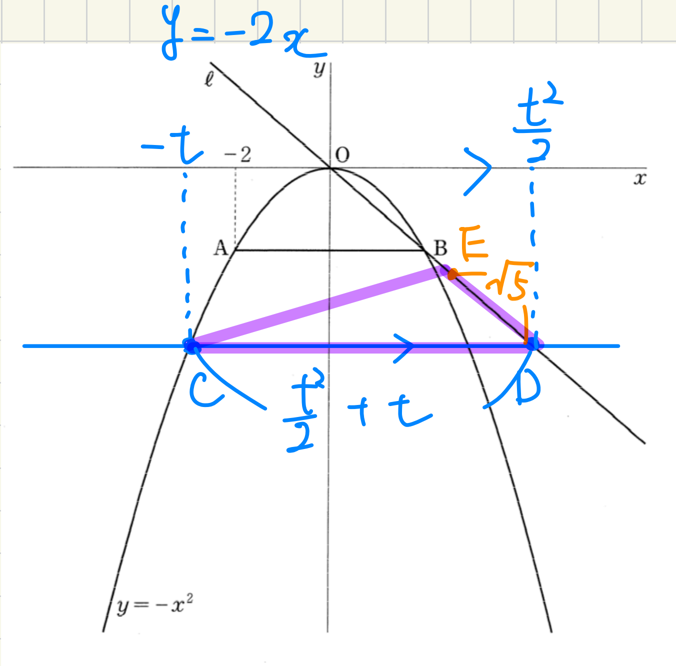
②





△OABの面積は、右上の図より

$$\frac{1}{2}\times4\times4=8$$



Cは $y=-x^2$ 上にあり、$x=-t$ だから

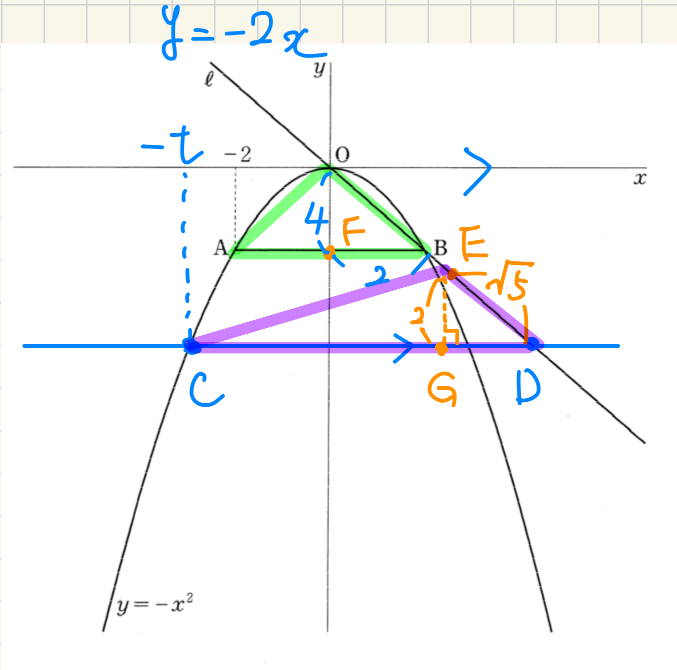
$$y=-(-t)^2$$
$$=-t^2 \qquad \therefore C(t,-t^2)$$

よって、Dの y 座標も $-t^2$ で、ℓ: $y=-2x$ 上にあるから

$$-t^2=-2x$$
$$\therefore x=\frac{t^2}{2} \qquad \therefore D\left(\frac{t^2}{2},-t^2\right)$$

よって、

$$DC=\frac{t^2}{2}-(-t)$$
$$=\frac{t^2}{2}+t$$



OからABに垂線を下ろした足をF
EからCDに垂線を下ろした足をG
とする。

△OFBと△BGDにおいて、
∠OFB = ∠EGD = 90° ── ①
AB∥CDより同位角が等しいので、
∠OBF = ∠BDG ── ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、

△OFB ∽ △EGD

対応する辺の比は等しいから

OF : EG = OB : ED ── ③

ここで、△OFBで三平方の定理より

$OB = \sqrt{2^2+4^2}$ $= \sqrt{4+16}$

$= \sqrt{20}$

$= 2\sqrt{5}$

より③は、

$4 : EG = 2\sqrt{5} : \sqrt{5}$

$= 2 : 1$

⇔ $2EG = 4$

$\therefore EG = 2$

したがって、△CDEの面積は

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{t^2}{2}+t\right) \times 2 = \frac{t^2}{2}+t$$

$\triangle CDE = \triangle OAB$ より

$$\frac{t^2}{2} + t = 8$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t - 16 = 0$$

解の公式より

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-16)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{68}}{2}$$

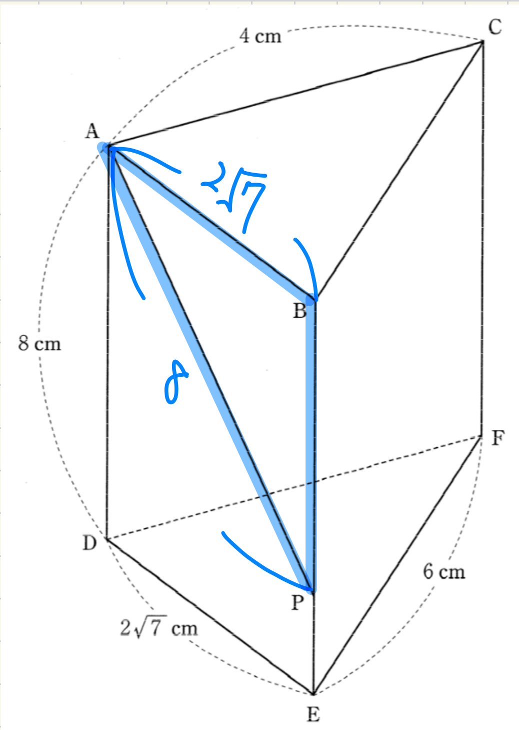
$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{17}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{17} \quad (= -1 + \sqrt{17},\ -1 - \sqrt{17})$$

C の x 座標は $-t$ より $1 - \sqrt{17}$, $1 + \sqrt{17}$ であるが、
-2 より小さいので、求める C の x 座標は $1 - \sqrt{17}$

7

(1)



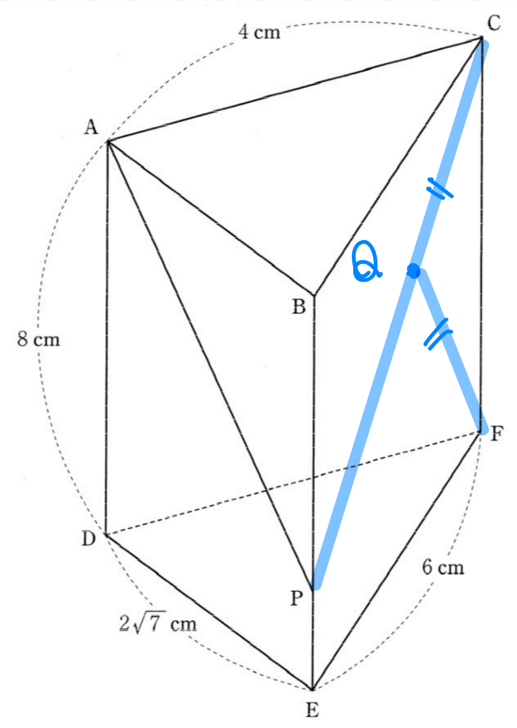
$\triangle ABP$ で三平方の定理より

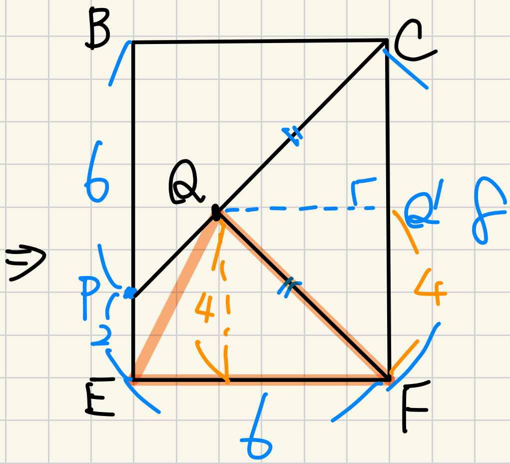
$$BP = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} \quad = \sqrt{64 - 28} = \sqrt{36} = 6$$

$$= 6 \text{ cm}$$

(2)

①





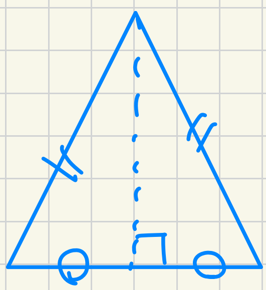
QからCFに垂線を下ろした点をQ'とする。
△CQFにおいて、QC=QFより、△CQFは二等辺三角形。よって、Q'はCFの中点だから、

$$Q'F = 4\text{cm}$$

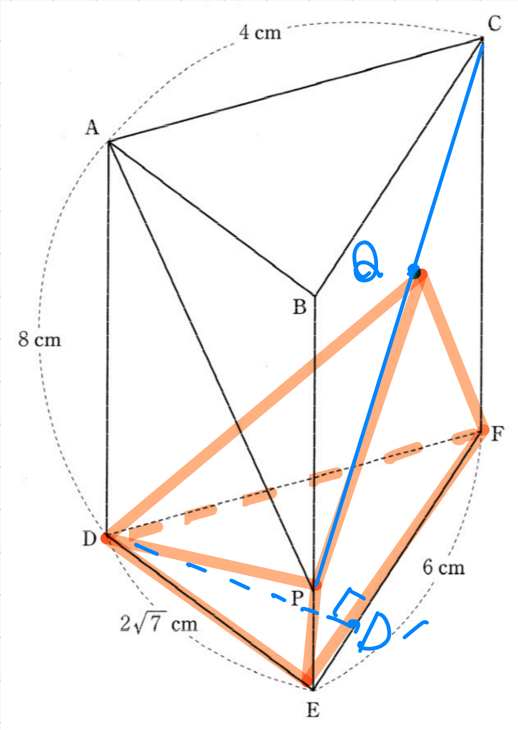
△QEFにおいて、底辺をEFとすると、高さはQ'Fに等しいから、求める面積は

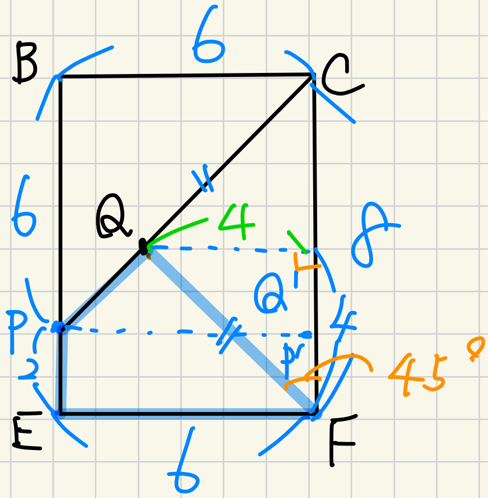
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12\text{cm}^2$$

(参考)



②



⇒ 

PからCFに垂線を下ろした足をP′とする.

BP = 6cm, BC = 6cm より □BPP′C は正方形で

CP は対角線であるから

$\angle PCF = 45°$

△QCF は二等辺三角形より底角が等しいので

$\angle QFC = 45°$

したがって, △QFQ′ は直角二等辺三角形

⇒ $QQ' = 4$

ここで

□EFQP = □EFCP − △QFC

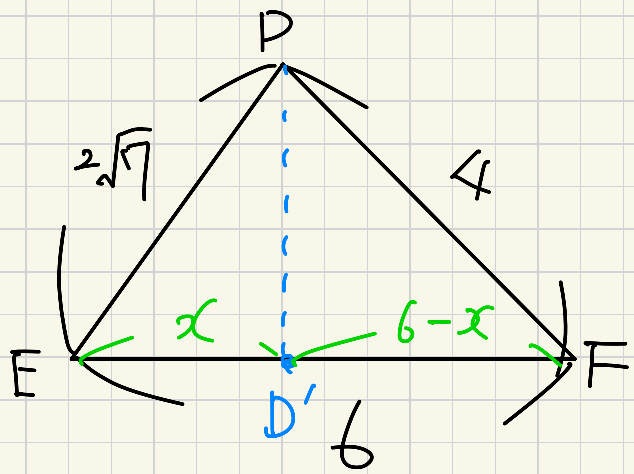
であり, □EFCP は台形より

$$□EFQP = \frac{(2+8)\times 6}{2} - \frac{1}{2}\times 8\times 4$$

$$= 30 - 16$$

$$= 14$$

次に、DからEFに垂線を下ろした足をD'とすると、求める体積の高さはDD'である。 DD'⊥EFより □EFQP⊥EF



ED' = x cm とおくと、
D'F = $6-x$.

DD'について、△DED'、△DD'Fで三平方の定理を用いると、

$$(DD')^2 = \underbrace{2\sqrt{7}^2 - x^2}_{\triangle DED'} = \underbrace{4^2 - (6-x)^2}_{\triangle DD'F}$$

$$\Leftrightarrow 28 - x^2 = 16 - (x^2 - 12x + 36)$$

$$\Leftrightarrow 28 - x^2 = 16 - x^2 + 12x - 36$$

$$\Leftrightarrow 12x = 48 \qquad \therefore x = 4$$

よって

$$DD' = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 - 4^2} = \sqrt{28-16} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}\ \text{cm}$$

したがって、求める体積は、

$$14 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{28\sqrt{3}}{3}\ \text{cm}^3$$