2025年度 茨城県
数学

Km Km

1.

(1)

① 与式 $= -3$

② 与式 $= 12x - 4y - 6x + 5y$

$= 6x + y$

③ 与式 $= \dfrac{-10a^2b \times 2}{5ab}$

$= -4a$

(2) 与式 $= \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{3\sqrt{6}}{3}$

$= \sqrt{6}$

(3) 与式 $= (x+3)(x-4)$ う

2.

(1) $x^2 = 5x + 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 1 = 0$

解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$ カ

(2)

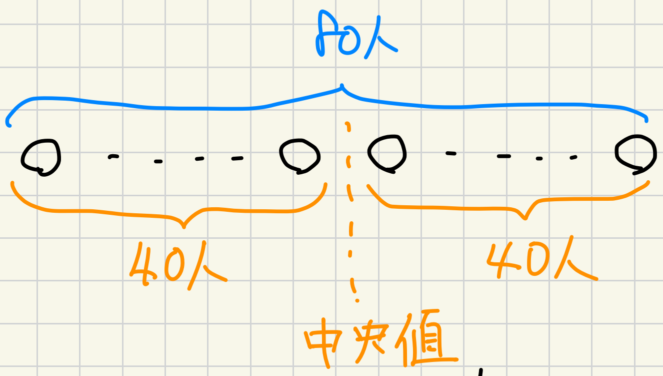
ア：階級の幅は5mなので正しい

イ：A中学校の最も高い度数は12人で、その階級は15～20なので、最頻値は

$$\frac{15+20}{2} = 17.5\,m$$

よって正しい

ウ：B中学校のデータを小さい順に並べると



よって中央値が含まれるのはデータを小さい順に並べたときの40番目と41番目である。

10～15 … 8人

15～20 … 20人 ↑28人 (8+20)

20～25 … 30人 ↑58人 (8+20+30)

よって、20～25の階級は29番目～58番目であり、20～25に中央値が含まれるので正しい

エ：

A中学校の25～30の相対度数は、

$$\frac{10}{40} = 0.25$$

B中学校の25～30の相対度数は

$$\frac{30}{80} = 0.375$$

よって誤なるので誤り

オ：

A中学校の15～20までの累積度数は

$$2+12=14人$$

より累積相対度数は

$$\frac{14}{40} = 0.35$$

B中学校の15～20までの累積度数は

$$8+20=28人$$

より累積相対度数は

$$\frac{28}{80} = 0.35$$

よって累積相対度数は等しいので正しい

(3)

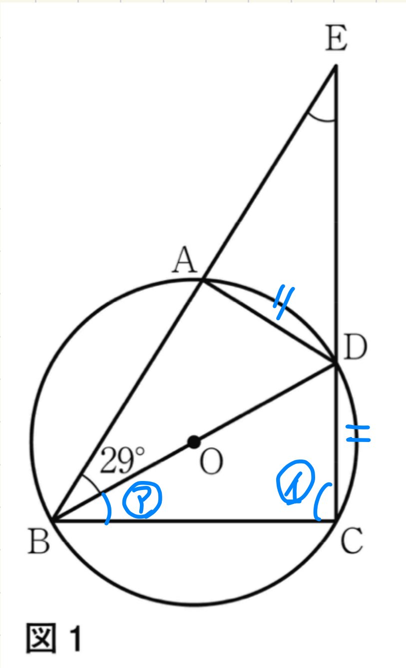


図1

$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$ より

$ア = \angle ABD = 29°$

$\therefore \angle EBC = 58°$

イは直径に対する円周角より

$イ = 90°$

$\triangle EBC$ の内角の和は180°より

$58 + 90 + \angle BEC = 180$

$\therefore \angle BEC = \angle AED = 32°$ ウ

(4)

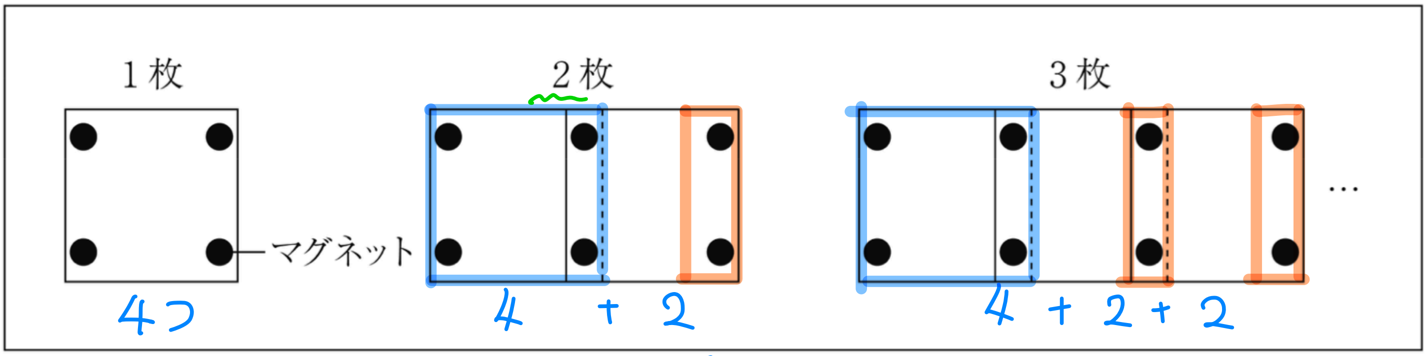


図2

$= 4 + 2 \times (2-1)$　　$= 4 + 2 \times (3-1)$

よって、36枚のときは

$$4 + 2 \times (36-1) = 4 + 2 \times 35$$
$$= 4 + 70$$
$$= 74\text{個}$$

イ

3.

(1)

① Aの机からカードを取る方法は4通り、Bの机からカードを取る方法は4通りだから、全部で

$$4 \times 4 = 16\text{通り}$$

Aの机のカードの方が大きくなるのは、

(Aの机, Bの机) = (6, 3), (6, 4), (6, 5)
(8, 3), (8, 4), (8, 5), (8, 7)

の7通り

よって求める確率は

$$\frac{7}{16}$$

② 2けたの整数が3の倍数となるのは

(Aの札, Bの札) = (1, 5), (2, 4), (2, 7)

15　24　27

(6, 3), (8, 4), (8, 7)

63　84　87

の6通り。よって求める確率は

$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(2) Aの札からカードを取る方法は3通り、Bの札からカードを取る方法は2通り、Cの札からカードを取る方法は2通りだから、全部で

$$3 \times 2 \times 2 = 12\text{通り}$$

$\boxed{?}$ 以外で計算が素数となるのは

(Aの札, Bの札, Cの札)

= (7, −, 2), (8, −, 1)

5　7

の2通りで、$\boxed{?}$ による計算が素数となるのが3通りであれば、確率は

$$\frac{5}{12}$$

となる。

ア：3のとき

(Aの札, Bの札, Cの札)

= (3, +, 2), (3, −, 1)　の2通りで不適

5　2

注 (3, −, 2) は計算結果が1となるが、1は素数でない

イ：4のとき

(Aの机, Bの机, Cの机)

$= \underbrace{(4, +, 1)}_{5},\ \underbrace{(4, -, 1)}_{3},\ \underbrace{(4, -, 2)}_{2}$

の3通りで適する

ウ：5のとき

(Aの机, Bの机, Cの机)

$= \underbrace{(5, +, 2)}_{7},\ \underbrace{(5, -, 2)}_{3}$ の2通りで不適

エ：6のとき

(Aの机, Bの机, Cの机)

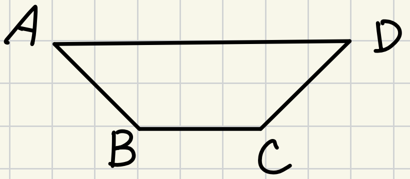
$= \underbrace{(6, +, 1)}_{7},\ \underbrace{(6, -, 1)}_{5}$ の2通りで不適

4.

(1)

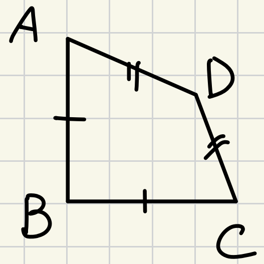
ア：対辺の長さが等しく平行なので、いつでも平行四辺形となる

イ：上下の図形が考えられるので不適



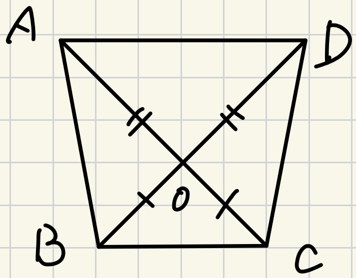
$\left.\begin{array}{l} AB = DC \\ AD \parallel BC \end{array}\right)$ であるが平行四辺形でない。

ウ：以下の図形が考えられるので不適



$AB = BC$
$AD = DC$
であるが平行四辺形でない

エ：以下の図形が考えられるので不適



$OA = OD$
$OB = OC$
であるが平行四辺形でない

(2)

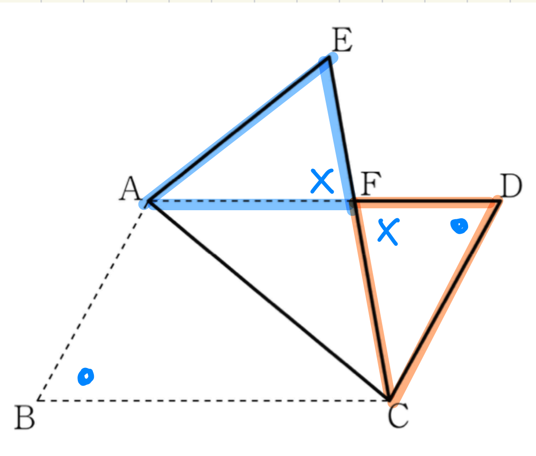


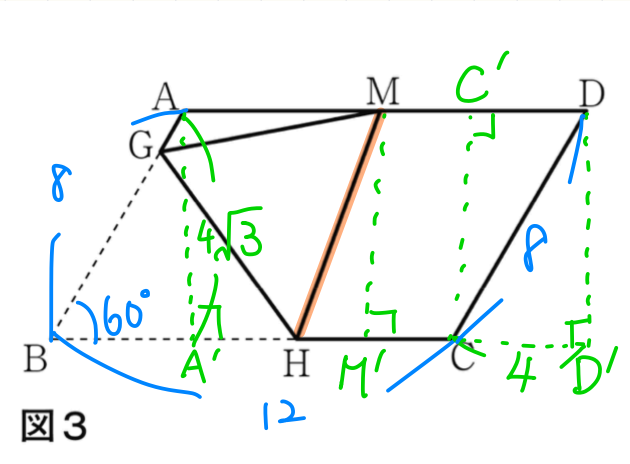
図2

I：平行四辺形の対角より
$\angle ABC = \angle CDA$
イ

II：$\angle AFE$と$\angle CFD$は
対頂角なので等しい
ウ

III
③：$AE = CD$
⑥：$\angle AEF = \angle CDF$
⑧：$\angle FAE = \angle FCD$
だから、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

②



AからBCに垂線を下ろした足をA′, Dから直線BCに垂線を下ろした足をD′, MからBCに垂線を下ろした足をM′, CからADに垂線を下ろした足をC′とする.

△ABA′は30°−60°−90°の直角三角形より

$BA' : \underbrace{AB}_{8} : AA' = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\ 8 : AA' = 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\ 2AA' = 8\sqrt{3}$

$\therefore\ AA' = 4\sqrt{3}$

したがって, $MM' = CC' = DD' = 4\sqrt{3}$

△DCD′において, AB∥DCより同位角が等しいので

$\angle DCD' = \angle ABC = 60°$

よって, △DCD′も30°−60°−90°の直角三角形だから

$CD' : \underbrace{DC}_{8} : DD' = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\ CD' : 8 = 1 : 2$

$\Leftrightarrow\ 2CD' = 8$

$\therefore\ CD' = 4$

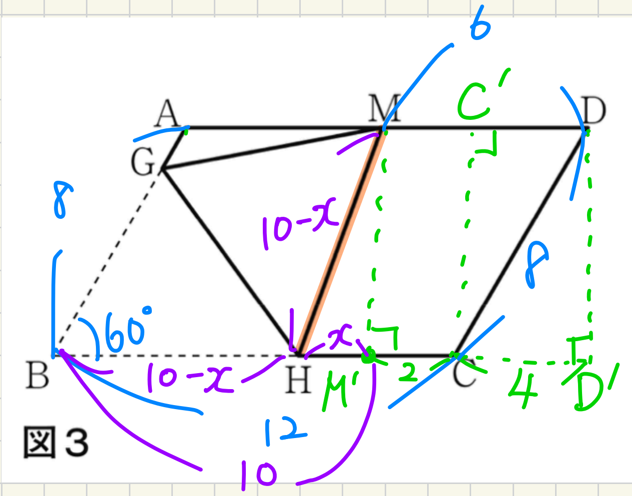
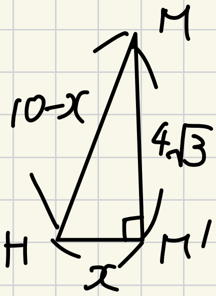


図3

MはADの中点より $MD = 6$
よって
$M'D = 6$
であり $M'C = 6 - 4 = 2$

したがって
$BM' = 12 - 2 = 10$ cm
$HM' = x$ cm とおくと、$BH = 10 - x$
またGHは折り返しの線だから、$BH = MH$
$\therefore MH = 10 - x$.

△MHM' で三平方の定理より



$$(10 - x)^2 = x^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 20x + 100 = x^2 + 48$$

$$\Leftrightarrow -20x = -52$$

$$\therefore x = \frac{52}{20} = \frac{13}{5}$$

したがって $MH = 10 - x$ に $x = \frac{13}{5}$ を代入して

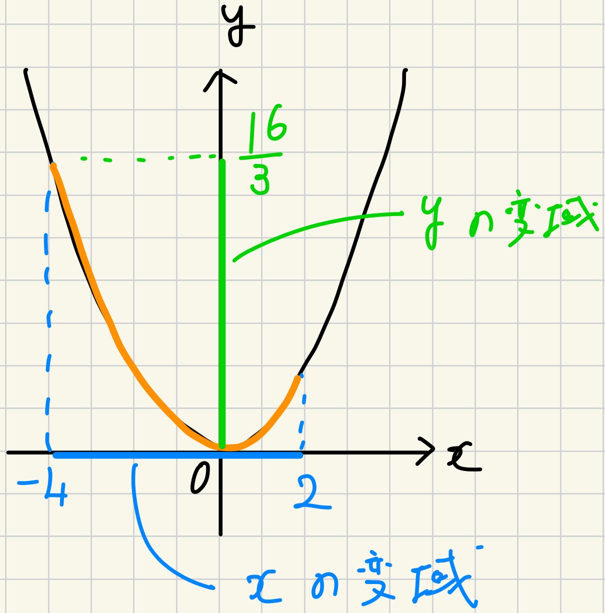
$$MH = 10 - \frac{13}{5}$$

$$= \frac{50 - 13}{5}$$

$$= \frac{37}{5} \text{ cm}$$

5

(1)



左のグラフより、yの変域は

$0 \leqq y \leqq \frac{16}{3}$

(2)

①

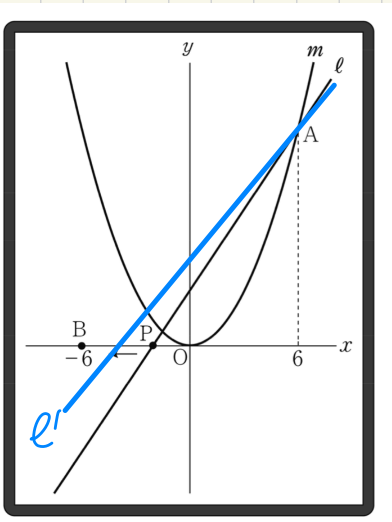


図1

PをBに近づけると

Ⅰ aの値(傾き)は小さくなる

Ⅱ bの値(切片)は大きくなる

よって ウ

②

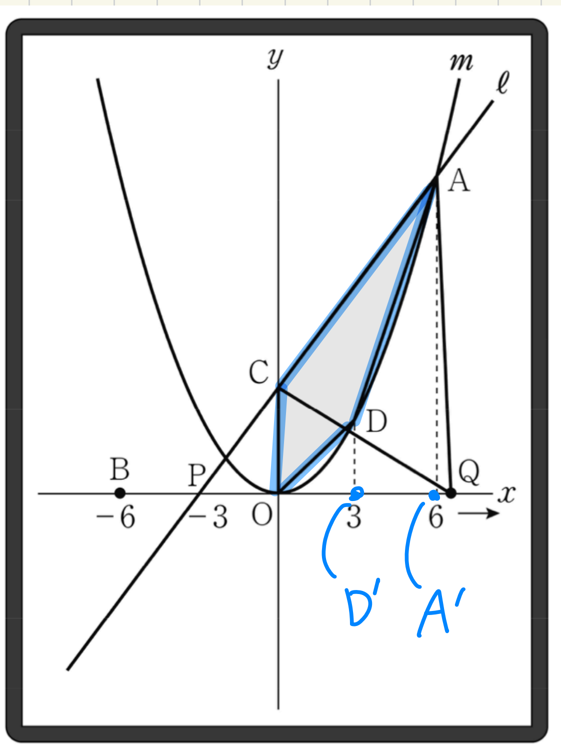


図2

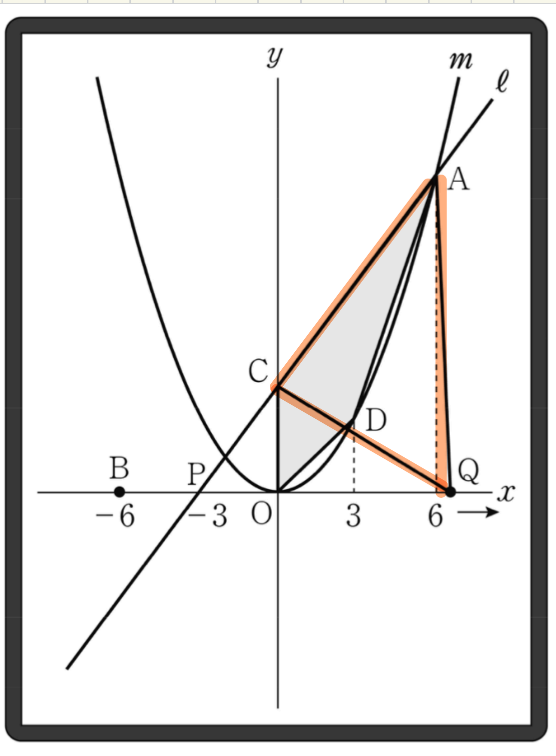


図2

・□ACODの面積

(3, 0)をD′, (6, 0)をA′とおくと

□ACOD = □ACOA′ − △DOD′ − □ADD′A′

ここで CO // AA′, DD′ // AA′ より □ACOA′, □ADD′A′ は台形である

・Aについて

$y = \frac{1}{3}x^2$ 上にあり $x = 6$ だから

$$y = \frac{1}{3} \times 6^2$$

$$= 12 \qquad \therefore A(6, 12)$$

・Cについて

$l : y = ax + b$ とおくと A(6, 12), P(−3, 0) を通るから

$$12 = 6a + b \quad —— ①$$

$$-)\ 0 = -3a + b \quad —— ②$$

$$12 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

$a = \frac{4}{3}$ を②に代入して

$$0 = -3 \times \frac{4}{3} + b \quad \therefore b = 4$$

よって $l : y = \frac{4}{3}x + 4$ で Cはy切片だから

C(0, 4)

・Dについて

$y=\frac{1}{3}x^2$ 上にあり $x=3$ だから

$$y=\frac{1}{3}\times 3^2$$
$$=3 \qquad \therefore D(3,3)$$

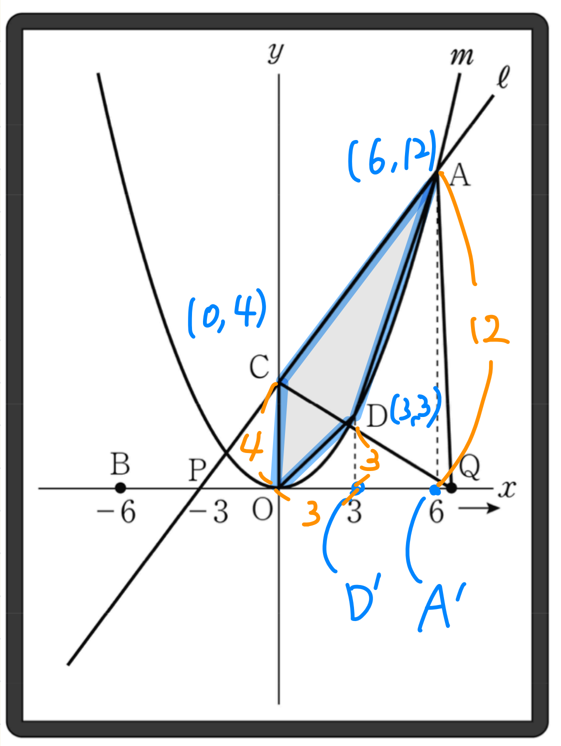


図2

したがって □ACODの面積は

$$\underbrace{\frac{(4+12)\times 6}{2}}_{□ACOA'} - \underbrace{\frac{1}{2}\times 3\times 3}_{\triangle DOD'} - \underbrace{\frac{(3+12)\times 3}{2}}_{□ADD'A'}$$

$$=48-\frac{9}{2}-\frac{45}{2}$$

$$=\frac{96-9-45}{2}=\frac{42}{2}=21$$

・△ACQについて

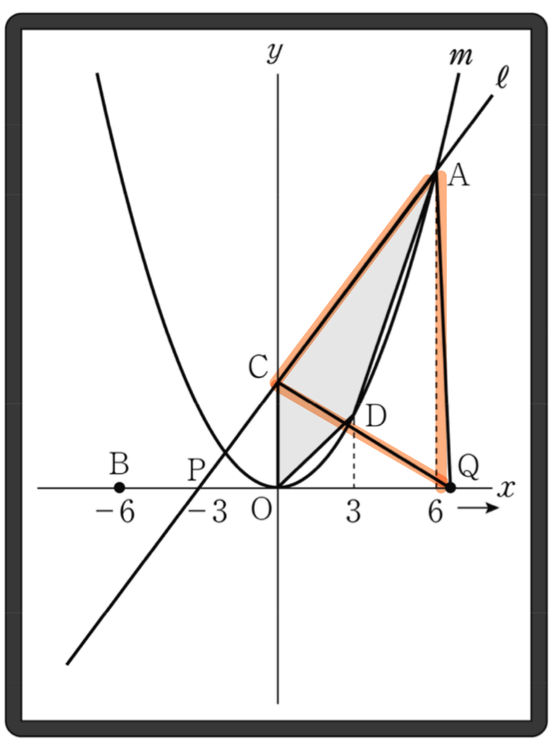


図2

Qの座標を(s,0)とおく.

s=6のとき

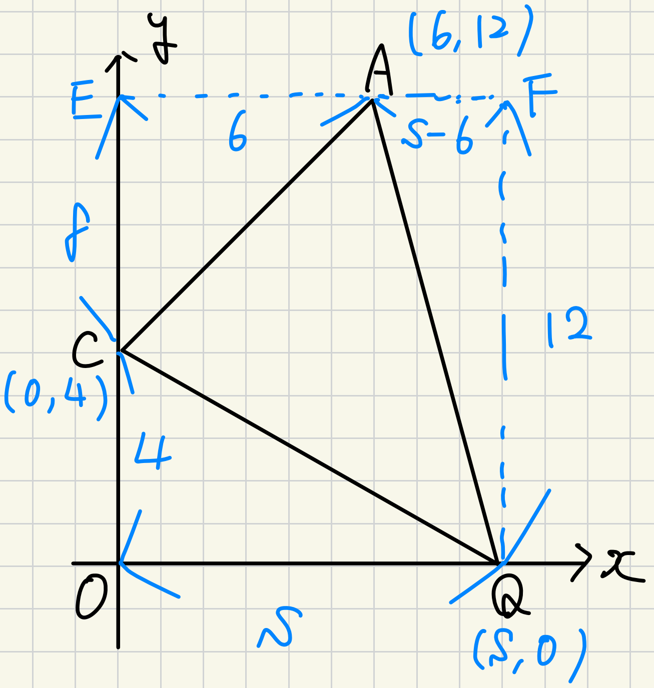
$$\triangle ACQ=\frac{1}{2}\times 12\times 6$$
$$=36$$

6より小さいと△ACQの面積は36より小さくなる.

だから

$$\underbrace{□ACQ}_{36} < 2\times\underbrace{□ACOD}_{21}$$

なので sは6より大きい



左図のように、E, Fを定める。

$\triangle ACQ = \square EOQF$
$\quad - \triangle AEC - \triangle COQ - \triangle AQF$

各辺の長さは左図の通り

よって△ACQの面積は

$$\underbrace{12\times s}_{\square EOQF} - \underbrace{\frac{1}{2}\times 6\times 8}_{\triangle AEC} - \underbrace{\frac{1}{2}\times 4\times s}_{\triangle COQ} - \underbrace{\frac{1}{2}\times (s-6)\times 12}_{\triangle AQF}$$

$$= 12s - 24 - 2s - 6(s-6)$$
$$= 12s - 24 - 2s - 6s + 36$$
$$= 4s + 12$$

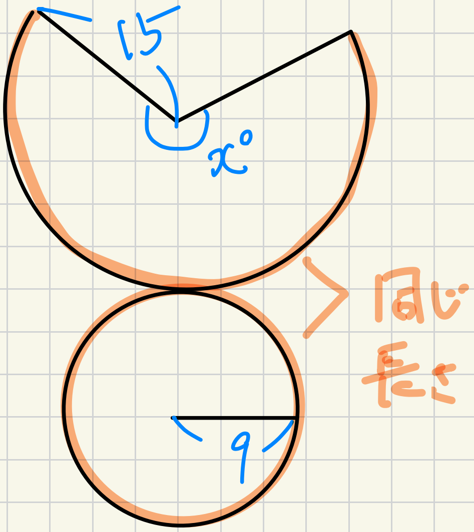
$\triangle ACQ = 2\times \square ACOD$ より

$$4s + 12 = 2\times 21$$
$$\Leftrightarrow 4s + 12 = 42$$
$$\Leftrightarrow 4s = 30$$
$$\therefore s = \frac{15}{2}$$

したがってQの座標は $\left(\frac{15}{2}, 0\right)$

6

(1)



おうぎ形の中心角を$x°$とする

底面の円周の長さと、おうぎ形の周の長さは等しいので

$$2 \times 9 \times \pi = 2 \times 15 \times \frac{x}{360} \times \pi$$

$$\Leftrightarrow 18 = \frac{30}{360}x$$

$$\Leftrightarrow 30x = 18 \times 360$$

$$\therefore x = 216°$$

よっておうぎ形の中心角は216°　エ

(2)

①円錐の体積 $= 9 \times 9 \times \pi \times 12 \times \frac{1}{3}$

$= 324\pi \ cm^3$

② 円柱の半径を$x$cmとする。水面の高さが1cm増えたので、増えた水の体積は

$$x \times x \times \pi \times 1 = x^2\pi \ cm^3$$

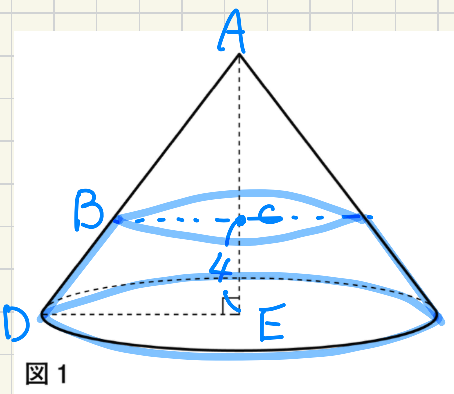
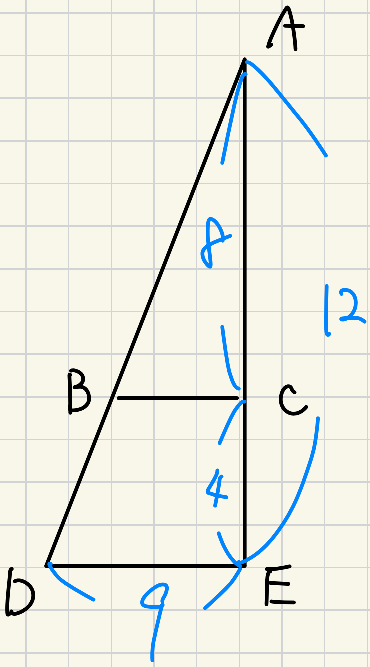


図1

一方、円錐の水に入っている部分は左図の青色部分である。
左図のように、A,B,C,D,Eを定める



$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、
$BC \parallel DE$ より同位角が等しいので
$\angle ABC = \angle ADE$ —— ①
$\angle ACB = \angle AED$ —— ②
①、②より2組の角がそれぞれ等しいので、$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$

対応する辺の比は等しいから

$$BC : \underset{9}{\underline{DE}} = \underset{8}{\underline{AC}} : \underset{12}{\underline{AE}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 12BC = 72$$
$$\therefore BC = 6$$

したがって、円錐が水に入っている体積は

$$324\pi - 6 \times 6 \times \pi \times 8 \times \frac{1}{3} = 324\pi - 96\pi$$
$$= 228\pi$$

水が増えた体積 = 円錐が水に入っている体積より

$$x^2\pi = 228\pi$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 = 228$$
$$\therefore x = \pm 2\sqrt{57}$$

$x > 0$ より $x = 2\sqrt{57}$

よって円柱の半径は、$2\sqrt{57}$ cm