2026年度 福島県
数学

kmkm

1.

(1)

① 与式 $= -9$

② 与式 $= -\frac{3}{10}$

③ 与式 $= 12a + 3b - 2a + 6b$

$= 10a + 9b$

④ 与式 $= \sqrt{90}$

$= 3\sqrt{10}$

(2) 絶対値が2以下の整数は

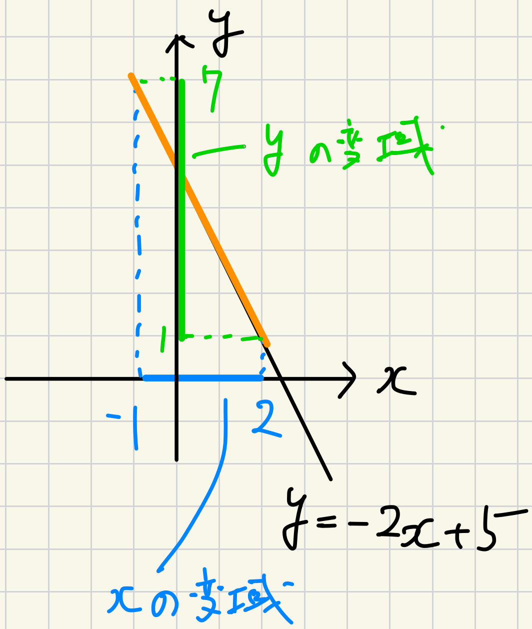
$-2, -1, 0, 1, 2$

なので 5個

2.

(1) $100a + 40 + b$

(2)



$x = -1$ のとき

$y = -2 \times (-1) + 5 = 7$

$x = 2$ のとき

$y = -2 \times 2 + 5 = 1$

よって左図より y の変域は

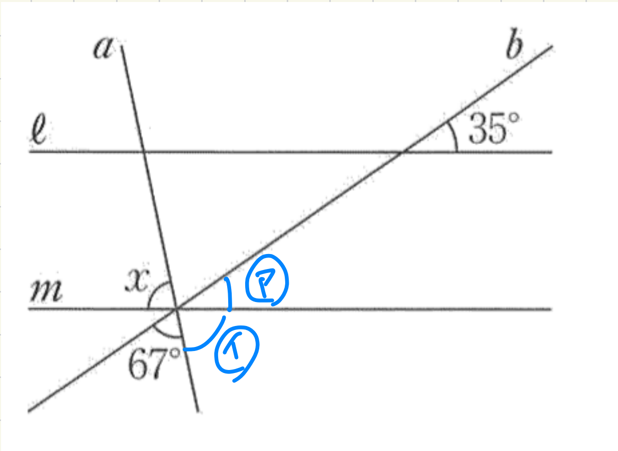
$1 \leqq y \leqq 7$

(3) $x^2+4x-21=0$

$\Leftrightarrow (x+7)(x-3)=0$

$\therefore x=-7, 3$

(4)



$\ell \parallel m$ より同位角が等しいので

ア $=35^\circ$

よって

イ $=180^\circ-67^\circ-35^\circ$

$=78^\circ$

対頂角は等しいので

$\angle x=$ イ　　$\therefore \angle x=78^\circ$

(5)

ア. 0～5分：0.00, 5～10分：0.10,

10～15分：0.20

より 15分未満の累積相対度数は

$0.00+0.10+0.20=0.30$

4割 $=0.4$ であり、$0.30<0.4$ であるから、

15分未満の生徒は4割より少ない。よって誤り

イ：2年生の20～25分の相対度数は0.30だから

度数は $0.30\times\underbrace{30}_{\text{人数}}=9$人

3年生の 20～25分 の相対度数は 0.30 だから

度数は $0.30 \times \underset{\text{人数}}{20} = 6$人

よって度数は異なるので誤り

ウ: 2年生において

25～30 : 0.10　30～35 : 0.10

より25分以上の累積相対度数は

$0.10 + 0.10 = 0.20$

よって度数は $0.20 \times 30 = 6$人

3年生において

25～30 : 0.15　30～35 : 0.15

より25分以上の累積相対度数は

$0.15 + 0.15 = 0.30$

よって度数は $0.30 \times 20 = 6$人

よって度数が等しいので 25分以上の生徒の人数は等しいので正しい

エ: 2年生、3年生ともに35分以上の相対度数は 0.00 なので 35分以上の生徒はいない。

よって誤り

3

(1)

① <u>箱A</u>

玉を取る方法は3通り、そのうち赤玉を取る方法は2通りなので、確率は

$$\frac{2}{3}$$

<u>箱B</u>

玉を取る方法は3通り、そのうち黒玉を取る方法は1通りなので、確率は

$$\frac{1}{3}$$

<u>箱C</u>

玉を取る方法は3通り、そのうち白玉を取る方法は1通りなので、確率は

$$\frac{1}{3}$$

よって、箱Aから赤玉、箱Bから黒玉、箱Cから白玉を取る確率は

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$$

② 箱A, B, Cから玉を取る方法は、それぞれ3通りなので、玉の取り出し方は全部で

$3 \times 3 \times 3 = 27$通り

箱Aの赤玉を赤1, 赤2とすると、3個の玉が全て異なる3色であるのは

(A, B, C) = (赤1, 黒, 白), (赤1, 白, 黒)
(赤2, 黒, 白), (赤2, 白, 黒)
(白, 赤, 黒), (白, 黒, 赤)

の6通り　玉の取り出し方は

(i) 全て異なる3色 … 6通り
(ii) 2個の玉が同じ色
(iii) 全て同じ色

(ii)(iii): x通り　(i)〜(iii): 27通り

の3パターンであり、少なくとも2個の玉が同じ色の場合の数は(ii)または(iii)だから
これをx通りとおくと

$x = 27 - 6$
$= 21$通り

よって、求める確率は

$$\frac{21}{27} = \frac{7}{9}$$

(2)

①

A	黒	白	白	黒	白	白	黒
B	白	白	黒	白	白	黒	白
C	白	黒	白	白	黒	白	白
D	黒	白	白	黒	白	白	黒

上図より 7枚

②

A	黒	白	白	黒	白	白	黒
B	白	白	黒	白	白	黒	白
C	白	黒	白	白	黒	白	白
D	黒	白	白	黒	白	白	黒

Dさんが黒いカードをn枚並べ終えたとき.
Aさんのカードの列には黒いカード1枚と白いカード2枚の合計3枚のカードのまとまりが$(n-1)$個と黒いカードが1枚ある よって Aさんのカードの列に並んでいる黒いカードと白いカードの枚数の合計は.

$$a = 3(n-1) + 1$$
$$= 3n - 3 + 1$$
$$= 3n - 2$$

nは自然数であるから、$3n-2$はnの3倍より2小さい自然数を表している。
したがって、aはnの3倍より小さい自然数である。

4.
商品Aの売れた本数をx本，商品Bの売れた本数をy本とすると、商品Cは、商品Aと同じだけ売れたので、x本である。

商品A, B, Cの売れた本数は合わせて54本なので、
$$x + y + x = 54$$
$$\Leftrightarrow \quad 2x + y = 54 \quad \text{——} \ ①$$

商品A, B, Cの売り上げ金額の合計は、8480円なので
$$120x + 150y + 200x = 8480$$
$$\Leftrightarrow \quad 320x + 150y = 8480$$
$$\Leftrightarrow \quad 32x + 15y = 848 \quad \text{——} \ ②$$

①×16 − ②より
$$\begin{array}{rrcl} & 32x + 16y & = & 864 \\ -) & 32x + 15y & = & 848 \\ \hline & y & = & 16 \end{array}$$

$y=16$ を①に代入して

$$2x+16=54$$

$$\ominus \qquad 2x=38$$

$$\therefore x=19$$

これらは問題に適している

商品A：19本，商品B：16本

5.

(1)

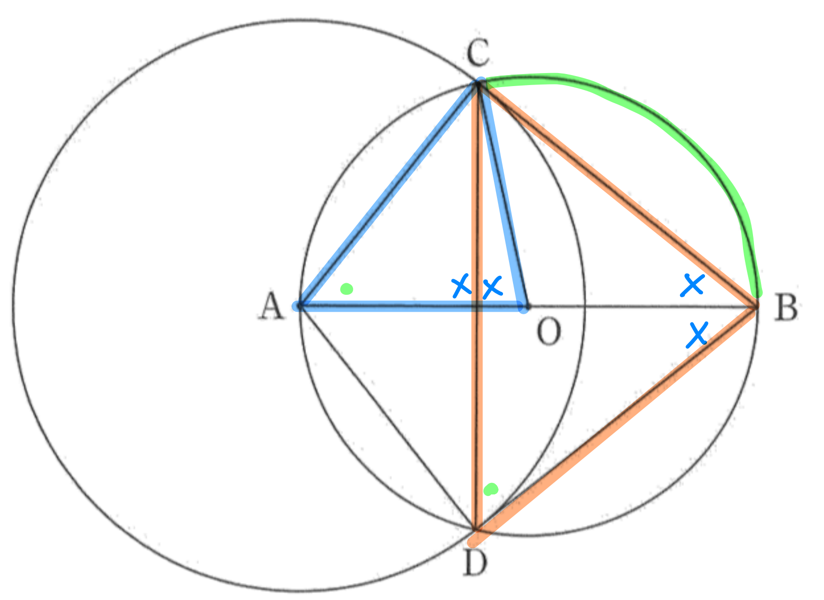
Ⅰ：半円の弧に対する円周角は90°

Ⅱ：斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

よってⅠ

(2)

図2



△OCAと△BCDにおいて

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいので

$\angle OAC = \angle BDC$ ―①

円周角の定理から

$\angle AOC = 2\angle ABC$ ―②

$\triangle ABC \equiv \triangle ABD$ より

合同な図形の対応する角は等しいから

$\angle ABC = \angle ABD$ —— ③

また、

$\angle DBC = \angle ABC + \angle ABD$ —— ④

③、④より

$\angle DBC = 2\angle ABC$ —— ⑤

②、⑤より

$\angle AOC = \angle DBC$ —— ⑥

①、⑥より2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OCA \backsim \triangle BCD$ (証明終わり)

6

(1) $A(-6, 12)$ は $y = ax^2$ 上にあるので

$$12 = a \times (-6)^2$$

$$\Leftrightarrow 36a = 12 \qquad \therefore a = \frac{1}{3}$$

(2) Bは $y = \frac{1}{3}x^2$ 上にあり $x = 2$ なので

$$y = \frac{1}{3} \times 2^2$$

$$= \frac{4}{3} \qquad \therefore B\left(2, \frac{4}{3}\right)$$

直線 ℓ の式を $y = mx + n$ とおくと、$A(-6, 12)$

$B\left(2, \frac{4}{3}\right)$ を通るから

$$12 = -6m + n \quad \text{—— ①}$$

$$-)\ \frac{4}{3} = 2m + n \quad \text{—— ②}$$

$$12 - \frac{4}{3} = -8m$$

$$\Leftrightarrow\ -8m = \frac{32}{3}$$

$$\therefore m = -\frac{4}{3}$$

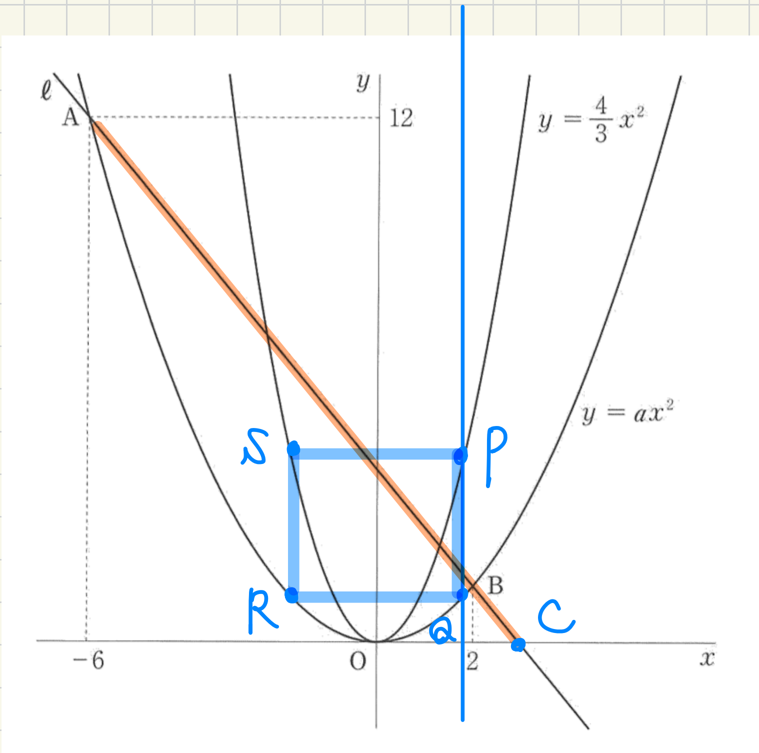
$m = -\frac{4}{3}$ を ① に代入して

$$12 = -6 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + n$$

$$\Leftrightarrow\ n = 12 - 8$$
$$= 4$$

よって、$y = -\frac{4}{3}x + 4$

(3)



C は $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 上にあり
$y = 0$ だから

$$0 = -\frac{4}{3}x + 4$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{4}{3}x = 4$$

$$\therefore x = 3$$

C(3, 0)

QはPを通りy軸に平行だから、P.Qのx座標は等しい。

また、□PQRSは長方形なので、$RQ \perp PQ$, $SP \perp PQ$であり、$PQ \parallel y$軸、x軸$\perp y$軸だから、RQ, SPはともにx軸と平行である。
よって、RはQのy座標と等しく、SはPのy座標と等しい

⇒RはQとy軸について対称、SはPとy軸について対称である

Pについて

$y = \frac{4}{3}x^2$上にあり$x = t$だから

$y = \frac{4}{3}t^2$　　　　$\therefore P\left(t, \frac{4}{3}t^2\right)$

Qについて

$y = \frac{1}{3}x^2$上にあり$x = t$だから

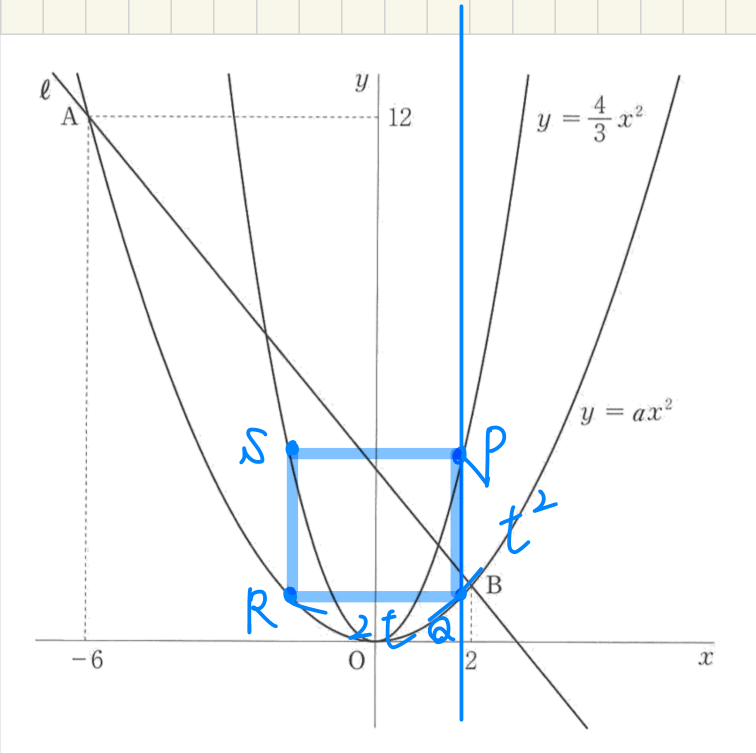
$y = \frac{1}{3}t^2$　　　　$\therefore Q\left(t, \frac{1}{3}t^2\right)$

Rについて

Qとy軸について対称だから、$R\left(-t, \frac{1}{3}t^2\right)$

Sについて

Pとy軸について対称だから $S\left(-t, \frac{4}{3}t^2\right)$



よって

$PQ = \underbrace{\frac{4}{3}t^2}_{Pのy座標} - \underbrace{\frac{1}{3}t^2}_{Qのy座標}$

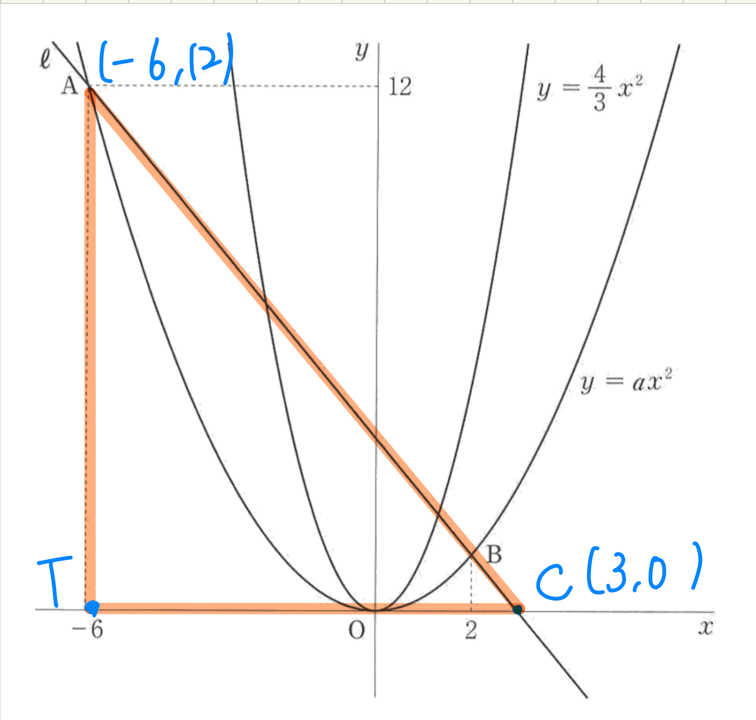
$= t^2$

$RQ = \underbrace{t}_{Qのx座標} - \underbrace{(-t)}_{Rのx座標}$

$= 2t$

したがって□PQRSの周の長さは

$t^2 \times 2 + 2t \times 2 = 2t^2 + 4t$



左図のように△ATSを考える

$CT = 3 - (-6) = 9$

$AT = 12 - 0 = 12$

△ATSで三平方の定理より

$AC = \sqrt{9^2 + 12^2}$

$= \sqrt{81 + 144}$

$= \sqrt{225}$

$= 15$

$= 15$

□PQRSの周の長さ ＝ ACより

$$2t^2+4t=15$$
$$\Leftrightarrow 2t^2+4t-15=0$$

解の公式より

$$t=\frac{-2\pm\sqrt{4^2-4\times2\times(-15)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{136}}{4}$$

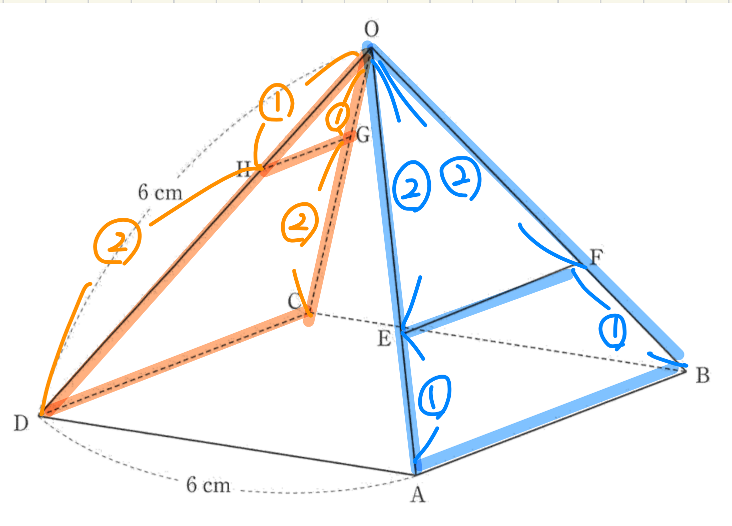
$$=\frac{-2\pm2\sqrt{34}}{4}$$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{34}}{2}$$

ここで $t>0$ より $t=\dfrac{-2+\sqrt{34}}{2}$

7.

(1)



△OEFと△OABにおいて

OE : OA ＝ 2 : 3 ── ①

OF : OB ＝ 2 : 3 ── ②

①, ②より

OE : OA ＝ OF : OB ── ③

共通な角は等しいので

∠EOF ＝ ∠AOB ── ④

③,④より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OEF \backsim \triangle OAB$ ―― ⑤

ここで各辺は6cmより

$$\underline{OE} = 6 \times \frac{2}{2+1} = 6 \times \frac{2}{3} = \underline{4}$$

であり⑤より対応する辺の比は等しいので

$$\underbrace{OE}_{4} : \underbrace{OA}_{6} = EF : \underbrace{AB}_{6}$$

$$\therefore \underline{EF = 4\,\mathrm{cm}}$$

$\triangle OHG$ と $\triangle ODC$ において

$OH : OD = 1 : 3$ ―― ⑥

$OG : OC = 1 : 3$ ―― ⑦

⑥,⑦より

$OH : OD = OG : OC$ ―― ⑧

共通な角は等しいので

$\angle HOG = \angle DOC$ ―― ⑨

⑧,⑨より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OHG \backsim \triangle ODC$ ―― ⑩

ここで各辺は6cmより

$$\underline{OH} = 6 \times \frac{1}{1+2} = 6 \times \frac{1}{3} = \underline{2}$$

であり⑩より対応する辺の比は等しいので、

$$\underbrace{OH}_{2} : \underbrace{OD}_{6} = HG : \underbrace{DC}_{6}$$

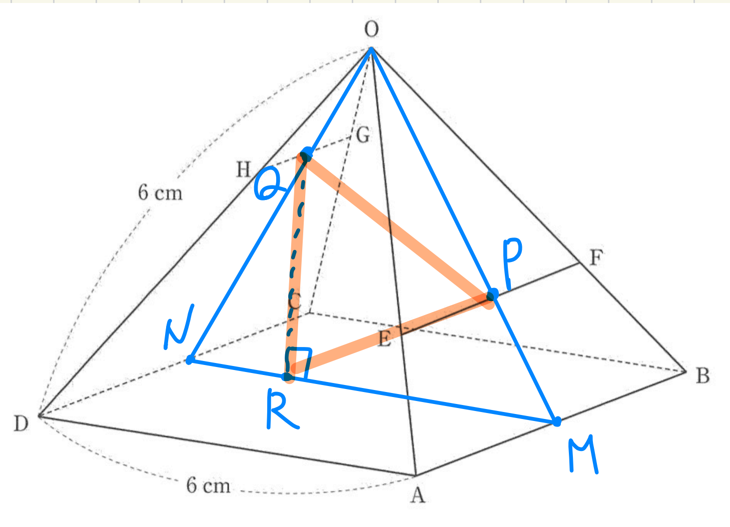
$\therefore HG = 2\,\text{cm}$

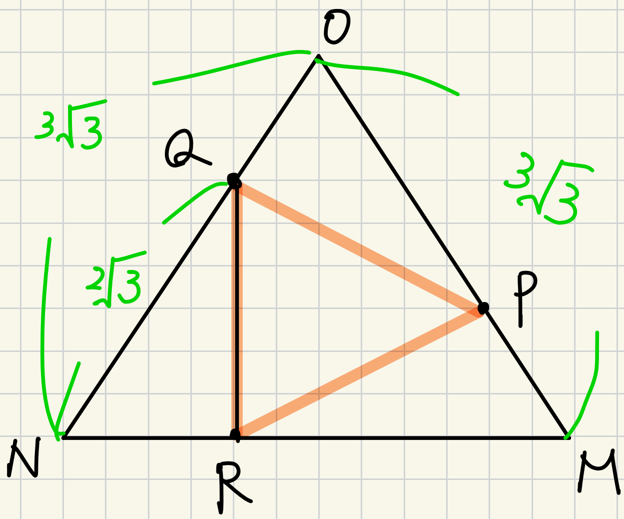
よって、

$$EF + HG = 4 + 2$$
$$= 6\,\text{cm}$$

(2)

①



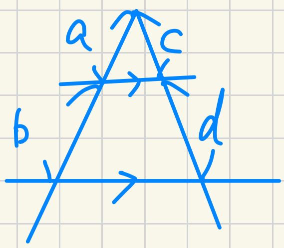


$\triangle OHG \backsim \triangle ODC$ より

$\angle OHG = \angle ODC$

よって、同位角が等しいので、$HG \parallel DC$.

平行線の性質より



$a : b = c : d$

$\underset{①}{OH} : \underset{②}{HD} = OQ : QN$.

ここで、$\triangle ODC$ は $OD = OC$ の二等辺三角形で、N は、DC の中点より $ON \perp DC$. よって $\triangle ODN$ で三平方の定理より

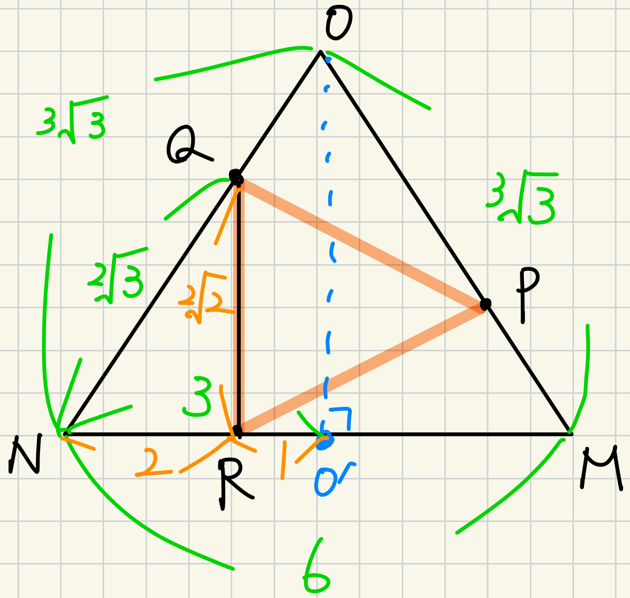
$$ON = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$= 3\sqrt{3}\text{ cm}$

したがって、OQ : QN = 1 : 2 より

$QN = 3\sqrt{3} \times \dfrac{2}{1+2} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

また、対称性より ON = OM　∴ $OM = 3\sqrt{3}$



OからNMに垂線を下ろした足をO′とする。

△ONMは、ON = OMの二等辺三角形なので、O′はNMの中点　∴ NO′ = 3cm

△ONO′で三平方の定理より

$OO' = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2}$　$= \sqrt{27-9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}\text{cm}$

△QNRと△ONO′において、QR // OO′より同位角が等しいので、

∠NQR = ∠NOO′ ―― ①

∠QRN = ∠OO′N ―― ②

①、②より2組の角がそれぞれ等しいので

△QNR ∽ △ONO′

よって、

$QR : \underset{3\sqrt{2}}{OO'} = \underset{2\sqrt{3}}{QN} : \underset{3\sqrt{3}}{ON}$

$\Leftrightarrow \quad QR : 3\sqrt{2} = 2 : 3$

$\Leftrightarrow \quad 3QR = 6\sqrt{2}$

$\therefore \underset{\sim\sim\sim}{QR = 2\sqrt{2}\ \text{cm}}$

また.

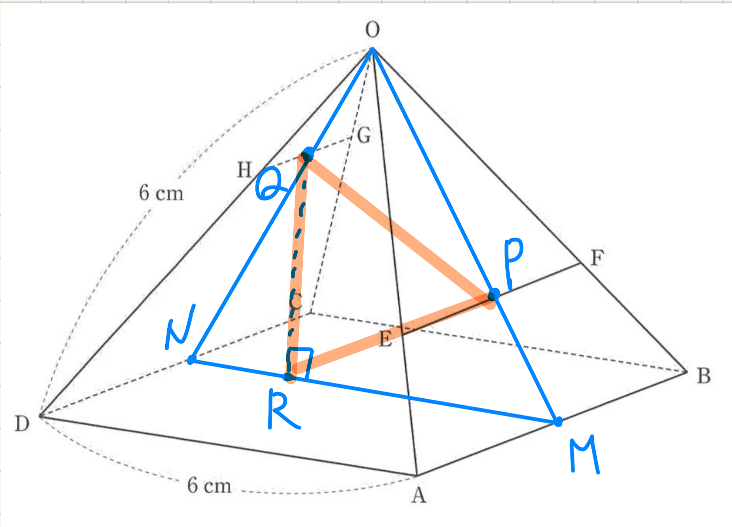
$NR : \underset{3}{\underset{\sim\sim}{NO'}} = \underset{2\sqrt{3}}{\underset{\sim\sim}{QN}} : \underset{3\sqrt{3}}{\underset{\sim\sim}{ON}}$

$\Leftrightarrow \quad NR : 3 = 2 : 3$

$\Leftrightarrow \quad 3NR = 6$

$\therefore \underset{\sim\sim\sim}{NR = 2}$

よって. $\underset{\sim\sim}{O'R} = 3 - 2 = \underset{\sim\sim}{1\text{cm}}$



また $\triangle OEF \backsim \triangle OAB$

より

$\angle OEF = \angle OAB$

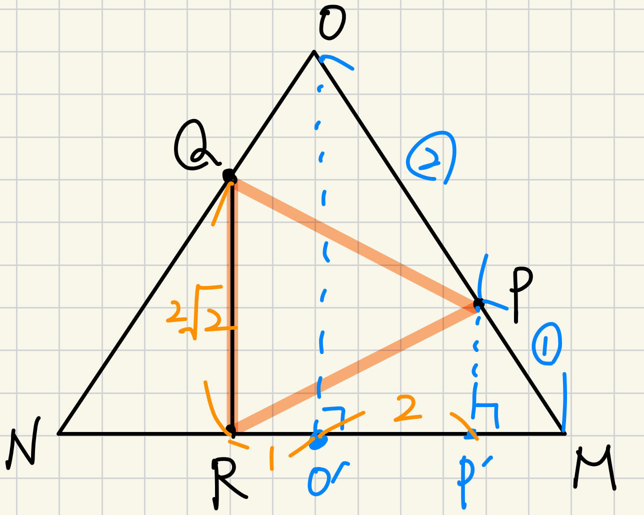
よって同位角が等しいので.

$EF \parallel AB$

平行線の性質より

$OP : PM = OE : OA$

$= 2 : 1$



PからNMに垂線を下ろした足をP'とする。

$\Rightarrow PP' \parallel OO'$

平行線の性質より

$MP : PO = MP' : P'O'$

$9+2=\sqrt{11}$

よって、

$MP' : P'O = 1 : 2$

$MO' = 3\,\text{cm}$ より

$$P'O = 3 \times \frac{2}{1+2} = 3 \times \frac{2}{3} = 2\,\text{cm}$$

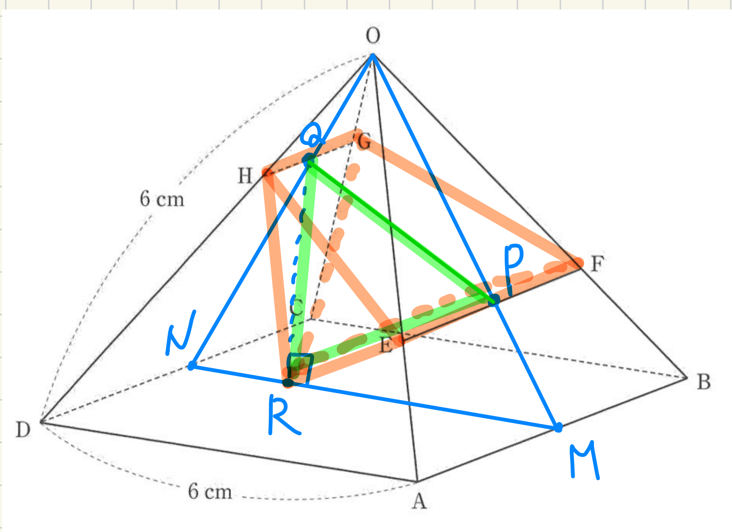
以上より

$P'R = 1 + 2 = 3\,\text{cm}$

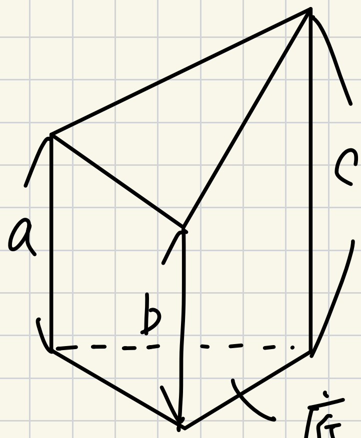
であり、△PQRにおいて、QRを底辺としたときの高さはP'Rに等しいから、求める面積は

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3 = 3\sqrt{2}\,\text{cm}^2$$

②



（断頭三角柱の体積）



左図の体積は

$$S \times \frac{a+b+c}{3}$$

ここで △PQRを底面積とすると、求める体積は

$$\triangle PQR \times \frac{HQ + R + PE}{3} + \triangle PQR \times \frac{HG + R + PF}{3}$$

$$= 3\sqrt{2} \times \frac{1+0+2}{3} + 3\sqrt{2} \times \frac{1+0+2}{3}$$

$$= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2}\ \text{cm}^3$$