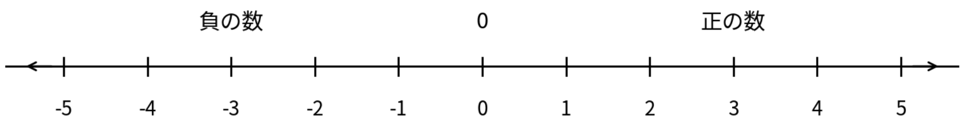
中学数学 分野別公式集

公式・使い方・例をまとめた家庭学習用プリント

中学数学 分野別公式集

この公式集は、中学数学でよく使う公式を「学年別」ではなく「分野別」に整理したものです。公式を暗記するだけでなく、例を通して「どの場面で使うか」を確認できるようにしています。



正負の数は数直線で位置を確認すると理解しやすい。

1. 数と式

1-1. 正負の数

加法・減法

同符号の数の和は、絶対値を足して同じ符号をつける。

$$(-3) + (-5) = -8$$

異符号の数の和は、絶対値の大きい方から小さい方を引き、絶対値の大きい方の符号をつける。

例

$$(-7) + 4 = -3$$

乗法・除法の符号

同符号どうしの積・商は正、異符号どうしの積・商は負である。

例

$$(-4) \times (-3) = 12$$

$$(-12) \div 3 = -4$$

1-2. 文字式

文字式の表し方

かけ算の記号は省略し、数は文字の前に書く。

例

$$a \times b = ab$$

$$x \times 3 = 3x$$

分配法則

$$a(b+c)=ab+ac$$

例

$$3(x+2)=3x+6$$

同類項の計算

文字の部分が同じ項だけをまとめる。

例

$$3x+5x=8x$$

$$7a-2a=5a$$

1-3. 方程式

一次方程式

$$ax+b=c$$

の形で表される方程式を一次方程式という。

例

$$2x+3=11$$

$$2x=8$$

$$x=4$$

比例式

$$a:b=c:d$$

のとき、

$$ad=bc$$

が成り立つ。

例

$$2:3=x:12$$

$$3x=24$$

$$x=8$$

1-4. 連立方程式

2 つ以上の方程式を同時に満たす値を求める。

例

$$\begin{cases}x+y=7\\x-y=1\end{cases}$$

2 つの式を足すと、

$$2x=8$$

$$x=4$$

これを $x + y = 7$ に代入して、

$$4 + y = 7$$

$$y = 3$$

したがって、

$$x = 4, \quad y = 3$$

1-5. 展開

乗法公式 1

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

例

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

乗法公式 2

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

例

$$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

乗法公式 3

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

例

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

乗法公式 4

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

例

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$$

1-6. 因数分解

共通因数でくくる

$$ab + ac = a(b + c)$$

例

$$3x + 6 = 3(x + 2)$$

公式を使う因数分解

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

例

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

例

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

例

$$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

例

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

1-7. 平方根

平方根

$$a^2 = b$$

のとき、a を b の平方根という。

例

$$3^2 = 9$$

なので、9 の平方根は、

$$\pm 3$$

根号の計算

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

例

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

根号の簡単化

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

例

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

1-8. 二次方程式

因数分解による解法

$$ab = 0$$

ならば、

$$a = 0 \quad \text{または} \quad b = 0$$

である。

例

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-2)(x-3) = 0$$
$$x = 2,\quad 3$$

解の公式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

である。

例

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

2. 関数

2-1. 比例

比例の式

$$y = ax$$

a は比例定数である。

例

$$y = 3x$$

のとき、$x = 2$ なら、

$$y = 3 \times 2 = 6$$

比例定数

$$a = \frac{y}{x}$$

例

$x = 4,\ y = 12$ のとき、

$$a = \frac{12}{4} = 3$$

2-2. 反比例

反比例の式

$$y = \frac{a}{x}$$

または、

$$xy = a$$

と表す。

例

$$y = \frac{12}{x}$$

のとき、$x = 3$ なら、

$$y = \frac{12}{3} = 4$$

反比例の比例定数

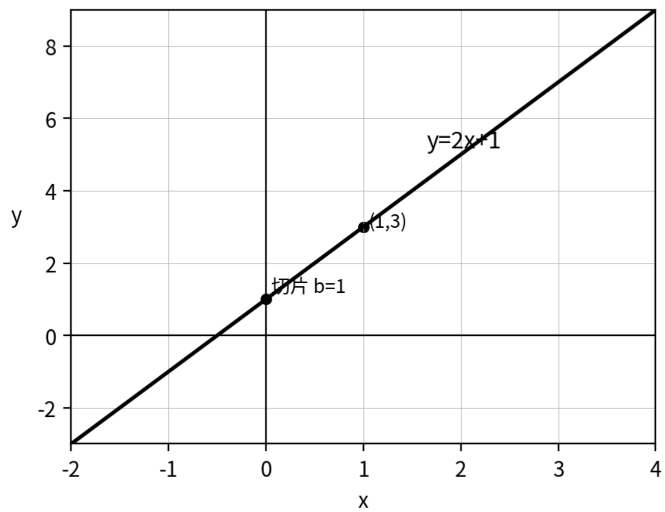
$$a = xy$$

例

$x = 2,\ y = 5$ のとき、

$$a = 2 \times 5 = 10$$

2-3. 一次関数



一次関数は、傾きと切片に注目してグラフを読む。

一次関数の式

$$y = ax + b$$

a は傾き、b は切片である。

例

$$y = 2x + 3$$

では、傾きは 2、切片は 3 である。

変化の割合

$$\text{変化の割合} = \frac{\text{y の増加量}}{\text{x の増加量}}$$

一次関数では、変化の割合は傾きに等しい。

例

x が 2 から 5 に増え、y が 7 から 13 に増えたとき、

$$\frac{13-7}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$$

2 点を通る直線の傾き

2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を通る直線の傾きは、

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

例

(1,3), (4,9) を通る直線の傾きは、

$$a = \frac{9-3}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

2-4. 二乗に比例する関数

二乗に比例する関数の式

$$y = ax^2$$

例

$$y = 2x^2$$

のとき、$x = 3$ なら、

$$y = 2 \times 3^2 = 18$$

変化の割合

$$変化の割合 = \frac{\mathrm{y}\ の増加量}{\mathrm{x}\ の増加量}$$

二乗に比例する関数では、一次関数と異なり、変化の割合は一定ではない。

例

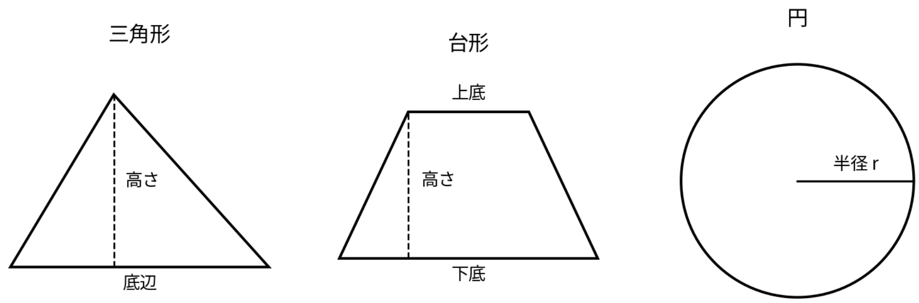
$$y = x^2$$

で、x が 1 から 3 まで増えるとき、y は 1 から 9 に増える。

$$\frac{9 - 1}{3 - 1} = \frac{8}{2} = 4$$

3. 図形

3-1. 平面図形の面積



平面図形では、底辺・高さ・半径など、公式に必要な長さを確認する。

長方形の面積

$$面積 = 縦 \times 横$$

例

縦 4cm、横 7cm の長方形の面積は、

$$4 \times 7 = 28$$

したがって、28cm^2 である。

正方形の面積

$$面積 = 1 辺 \times 1 辺$$

例

1 辺 5cm の正方形の面積は、

$$5 \times 5 = 25$$

したがって、25cm^2 である。

三角形の面積

$$面積 = \frac{底辺 \times 高さ}{2}$$

例

底辺 8cm、高さ 5cm の三角形の面積は、

$$\frac{8 \times 5}{2} = 20$$

したがって、20cm^2 である。

平行四辺形の面積

$$面積 = 底辺 \times 高さ$$

例

底辺 6cm、高さ 4cm の平行四辺形の面積は、

$$6 \times 4 = 24$$

したがって、24cm^2 である。

台形の面積

$$面積 = \frac{(上底 + 下底) \times 高さ}{2}$$

例

上底 4cm、下底 8cm、高さ 5cm の台形の面積は、

$$\frac{(4 + 8) \times 5}{2} = 30$$

したがって、30cm^2 である。

ひし形の面積

$$面積 = \frac{対角線 \times 対角線}{2}$$

例

対角線が 6cm と 10cm のひし形の面積は、

$$\frac{6 \times 10}{2} = 30$$

したがって、30cm^2 である。

円の面積

$$面積 = \pi r^2$$

例

半径 5cm の円の面積は、

$$\pi \times 5^2 = 25\pi$$

したがって、$25\pi\text{cm}^2$ である。

円周の長さ

$$円周 = 2\pi r$$

または、

$$円周 = \pi d$$

である。ここで、r は半径、d は直径である。

例

半径 4cm の円の円周は、

$$2\pi \times 4 = 8\pi$$

したがって、$8\pi\text{cm}$ である。

おうぎ形の弧の長さ

$$弧の長さ = 2\pi r \times \frac{中心角}{360}$$

例

半径 6cm、中心角 60°のおうぎ形の弧の長さは、

$$2\pi \times 6 \times \frac{60}{360} = 2\pi$$

したがって、2πcm である。

おうぎ形の面積

$$面積 = \pi r^2 \times \frac{中心角}{360}$$

例

半径 6cm、中心角 60°のおうぎ形の面積は、

$$\pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi$$

したがって、$6\pi\mathrm{cm}^2$ である。

3-2. 空間図形

直方体の体積

$$体積 = 縦 \times 横 \times 高さ$$

例

縦 3cm、横 4cm、高さ 5cm の直方体の体積は、

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

したがって、$60\mathrm{cm}^3$ である。

柱体の体積

$$体積 = 底面積 \times 高さ$$

例

底面積 $20\mathrm{cm}^2$、高さ 7cm の柱体の体積は、

$$20 \times 7 = 140$$

したがって、$140\mathrm{cm}^3$ である。

錐体の体積

$$体積 = \frac{底面積 \times 高さ}{3}$$

例

底面積 $18\mathrm{cm}^2$、高さ 5cm の錐体の体積は、

$$\frac{18 \times 5}{3} = 30$$

したがって、$30\mathrm{cm}^3$ である。

円柱の体積

$$体積 = \pi r^2 h$$

例

半径 3cm、高さ 10cm の円柱の体積は、

$$\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi$$

したがって、$90\pi\mathrm{cm}^3$ である。

円錐の体積

$$体積 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

例

半径 3cm、高さ 12cm の円錐の体積は、

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 = 36\pi$$

したがって、$36\pi\mathrm{cm}^3$ である。

球の体積

$$体積 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

例

半径 3cm の球の体積は、

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$$

したがって、$36\pi\mathrm{cm}^3$ である。

球の表面積

$$表面積 = 4\pi r^2$$

例

半径 5cm の球の表面積は、

$$4\pi \times 5^2 = 100\pi$$

したがって、$100\pi\mathrm{cm}^2$ である。

3-3. 角度

三角形の内角の和

$$180°$$

例

三角形の 2 つの角が 50°、70°のとき、残りの角は、

$$180 - 50 - 70 = 60$$

したがって、60° である。

四角形の内角の和

$$360°$$

例

四角形の 3 つの角が 80°、90°、100°のとき、残りの角は、

$$360 - 80 - 90 - 100 = 90$$

したがって、90° である。

多角形の内角の和

$$180^\circ \times (n - 2)$$

例

五角形の内角の和は、

$$180 \times (5 - 2) = 540$$

したがって、540° である。

正多角形の 1 つの内角

$$\frac{180^\circ \times (n - 2)}{n}$$

例

正六角形の 1 つの内角は、

$$\frac{180 \times (6 - 2)}{6} = 120$$

したがって、120° である。

多角形の外角の和

$$360^\circ$$

例

どの多角形でも、外角の和は 360° である。

3-4. 合同・相似

三角形の合同条件

三角形が合同である条件は、次の 3 つである。

1. 3 組の辺がそれぞれ等しい。
2. 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
3. 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

例

2 つの三角形で、辺 AB＝辺 DE、辺 AC＝辺 DF、角 A＝角 D なら、「2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」ので合同である。

三角形の相似条件

三角形が相似である条件は、次の 3 つである。

1. 3 組の辺の比がすべて等しい。
2. 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

3. 2 組の角がそれぞれ等しい。

例

2 つの三角形で、角 A＝角 D、角 B＝角 E なら、「2 組の角がそれぞれ等しい」ので相似である。

相似比と面積比

相似比が、

$$a:b$$

なら、面積比は、

$$a^2:b^2$$

である。

例

相似比が $2:3$ なら、面積比は、

$$2^2:3^2 = 4:9$$

である。

相似比と体積比

相似比が、

$$a:b$$

なら、体積比は、

$$a^3:b^3$$

である。

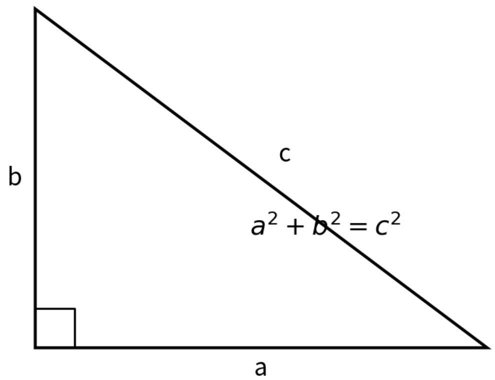
例

相似比が $2:3$ なら、体積比は、

$$2^3:3^3 = 8:27$$

である。

3-5. 三平方の定理



直角三角形では、斜辺を c として三平方の定理を使う。

三平方の定理

直角三角形で、斜辺を c、他の 2 辺を a,b とすると、

$$a^2+b^2=c^2$$

が成り立つ。

例

直角三角形の 2 辺が 3cm、4cm のとき、斜辺を c とすると、

$$3^2+4^2=c^2$$

$$9+16=c^2$$

$$25=c^2$$

$$c=5$$

したがって、斜辺は 5cm である。

4. データの活用

4-1. 平均値

平均値

$$\text{平均値} = \frac{\text{データの合計}}{\text{データの個数}}$$

例

5 点、7 点、8 点の平均値は、

$$\frac{5+7+8}{3} = \frac{20}{3}$$

である。

4-2. 中央値

中央値

データを小さい順に並べたとき、中央にくる値を中央値という。

例

$$3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 10$$

の中央値は、

$$7$$

である。

データの個数が偶数の場合は、中央の 2 つの値の平均をとる。

例

$$2,\ 4,\ 6,\ 8$$

の中央値は、

$$\frac{4+6}{2} = 5$$

である。

4-3. 最頻値

最頻値

データの中で最も多く出てくる値を最頻値という。

例

$$1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 5$$

の最頻値は、

$$4$$

である。

4-4. 範囲

範囲

$$\text{範囲} = \text{最大値} - \text{最小値}$$

例

$$4,\ 8,\ 10,\ 15$$

の範囲は、

$$15 - 4 = 11$$

である。

4-5. 相対度数

相対度数

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

例

全体が 40 人で、ある階級の度数が 8 人のとき、

$$\frac{8}{40} = 0.2$$

である。

4-6. 確率

確率

$$\text{確率} = \frac{\text{あることが起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

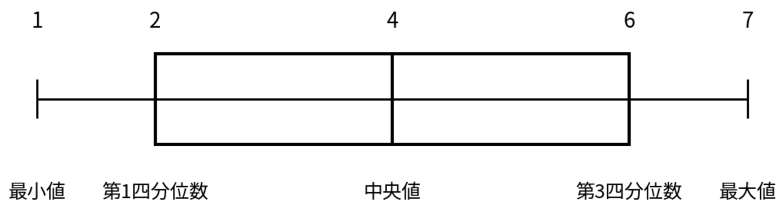
例

1 個のさいころを投げるとき、偶数が出る確率を求める。偶数は 2、4、6 の 3 通りで、すべての場合は 6 通りである。

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

したがって、確率は $\frac{1}{2}$ である。

4-7. 箱ひげ図



箱ひげ図では、最小値、第 1 四分位数、中央値、第 3 四分位数、最大値を確認する。

四分位数

データを小さい順に並べたとき、次の値を四分位数という。

- 第 1 四分位数：下半分の中央値
- 第 2 四分位数：全体の中央値
- 第 3 四分位数：上半分の中央値

例

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$$

では、第 2 四分位数は、

$$4$$

下半分は、

$$1,\ 2,\ 3$$

なので、第 1 四分位数は、

$$2$$

上半分は、

$$5,\ 6,\ 7$$

なので、第 3 四分位数は、

$$6$$

である。

四分位範囲

$$\text{四分位範囲} = \text{第 3 四分位数} - \text{第 1 四分位数}$$

例

第 1 四分位数が 2、第 3 四分位数が 6 のとき、

$$6 - 2 = 4$$

である。