

中学数学

文字式

応用編

偏差値 55 以上を目指す入試応用対策

式の意味・式の値・式の証明・規則性を組み合わせ、
高校入試の大問につながる文字式の考え方を練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	式の意味を読み取る	3
2.1	文字の意味を決めて式を作る	3
2.2	式の中の係数を読む	5
3	式の値を工夫して求める	8
3.1	代入の前に式を整理する	8
3.2	2つの文字を含む式の値	9
4	式の変形と説明問題	12
4.1	等式を変形して使う	12
4.2	整数の性質を文字式で説明する	13
5	規則性と文字式	16
5.1	表から規則を見つける	16
5.2	図形の面積を文字式で表す	18
6	入試大問につながる応用例題	21
6.1	条件に合う値を求める	21
6.2	式の証明と説明を組み合わせる	23
7	単元まとめ練習問題	26
7.1	問題	26
7.2	解答解説	27
8	学習チェックリスト	32
9	まとめ	33

1 この教材の使い方

この教材は、文字式の基本計算ができる人が、入試で差がつく応用問題に取り組むための教材です。計算だけでなく、式が何を表しているかを読み取る力を高めます。

学習の進め方

1. まず「ポイント」で、応用問題で使う見方を確認します。
2. 例題では、「方針」で式の立て方を考えてから「解き方」を読みます。
3. 練習問題では、答えだけでなく、なぜその式になるかを書きます。
4. 最後のまとめ練習問題で、入試問題につながる形を確認します。

注意 この教材で大切にすること

応用編では、文字式を「計算するもの」としてだけ見ないことが大切です。**文字が何を表すか、式全体が何を表すか**を考えると、証明問題や規則性の問題が解きやすくなります。

2 式の意味を読み取る

2.1 文字の意味を決めて式を作る

文字式を作るときの考え方

応用問題では、いきなり式を書くのではなく、まず**文字で何を表すか**をはっきりさせます。単位や個数を確認し、問題文の関係を式に直します。

例題 1

1 個 120 円のノートを x 冊、1 本 80 円のペンを y 本買った。代金の合計を文字式で表しなさい。

方針

ノートの代金とペンの代金を別々に表し、最後にたします。

解き方

ノートは 1 冊 120 円なので、 x 冊の代金は

$$120x$$

です。

ペンは 1 本 80 円なので、 y 本の代金は

$$80y$$

です。

合計は、この 2 つをたせばよいので、

$$120x + 80y$$

となります。

答え

$$120x + 80y \text{ 円}$$

練習問題 1

1 個 150 円のりんごを a 個、1 個 90 円のみかんを b 個買った。代金の合計を文字式で表しなさい。

解答解説 1**解き方**

りんごは 1 個 150 円なので、 a 個の代金は $150a$ 円です。

みかんは 1 個 90 円なので、 b 個の代金は $90b$ 円です。

合計は、2 つの代金をたします。

答え

$$150a + 90b \text{ 円}$$

2.2 式の中の係数を読む**係数の意味**

式の中の係数は、単なる数字ではありません。たとえば $3x + 5$ の 3 は、 **x が 1 増えると式の値が 3 増える**ことを表します。

例題 2

ある数 x に 3 をかけて 5 をたした数を y とする。 x が 2 増えると、 y はどれだけ増えるか。

方針

式を作り、 x の係数に注目します。

解き方

問題文より、

$$y = 3x + 5$$

です。

x が 1 増えると、 $3x$ の部分は 3 増えます。

したがって、 x が 2 増えると、

$$3 \times 2 = 6$$

だけ増えます。

答え

6 増える

練習問題 2

ある数 x に 4 をかけて 7 をひいた数を y とする。 x が 3 増えると、 y はどれだけ増えるか。

解答解説 2**解き方**

問題文より、

$$y = 4x - 7$$

です。

x が 1 増えると、 $4x$ の部分は 4 増えます。

x が 3 増えるので、増える量は

$$4 \times 3 = 12$$

です。

答え

12 増える

3 式の値を工夫して求める

3.1 代入の前に式を整理する

先に整理する

文字式の値を求める問題では、すぐに代入するよりも、**同類項をまとめてから代入**する方が安全です。計算が短くなり、符号ミスも減ります。

例題 3

$x = -2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$3x - 5 + 2x + 7$$

方針

先に同類項をまとめてから、 $x = -2$ を代入します。

解き方

まず、同類項をまとめます。

$$3x + 2x - 5 + 7 = 5x + 2$$

ここに $x = -2$ を代入します。

$$5 \times (-2) + 2 = -10 + 2 = -8$$

答え

-8

練習問題 3

$x = -3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$4x + 6 - x - 8$$

解答解説 3

解き方

まず、同類項をまとめます。

$$4x - x + 6 - 8 = 3x - 2$$

$x = -3$ を代入すると、

$$3 \times (-3) - 2 = -9 - 2 = -11$$

です。

答え

$$-11$$

3.2 2つの文字を含む式の値

符号に注意する代入

2つ以上の文字があるときは、代入する値の符号をカッコで囲むと安全です。特に負の数を代入するときは、**カッコを使って書く**ことを習慣にしましょう。

例題 4

$x = -1, y = 3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$2x^2 - xy + 4y$$

方針

負の数を代入するときは、かっこを使います。累乗と積の符号を分けて確認します。

解き方

$x = -1, y = 3$ を代入します。

$$2(-1)^2 - (-1) \times 3 + 4 \times 3$$

順に計算すると、

$$2 \times 1 + 3 + 12 = 17$$

です。

答え

17

練習問題 4

$x = -2, y = -1$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$x^2 - 3xy + 2y$$

解答解説 4**解き方**

$x = -2, y = -1$ を代入します。

$$(-2)^2 - 3 \times (-2) \times (-1) + 2 \times (-1)$$

順に計算すると、

$$4 - 6 - 2 = -4$$

です。

答え

$$-4$$

4 式の変形と説明問題

4.1 等式を変形して使う

式を置きかえる

条件式が与えられている問題では、条件をそのまま代入するだけでなく、**使いやすい形に変形**してから利用します。

例題 5

$x + y = 5$ のとき、 $2x + 2y + 3$ の値を求めなさい。

方針

$2x + 2y$ を $2(x + y)$ と見て、 $x + y = 5$ を使います。

解き方

式をまとめると、

$$2x + 2y + 3 = 2(x + y) + 3$$

です。

$x + y = 5$ なので、

$$2(x + y) + 3 = 2 \times 5 + 3 = 13$$

となります。

答え

13

練習問題 5

$a + b = 7$ のとき、 $3a + 3b - 4$ の値を求めなさい。

解答解説 5

解き方

$3a + 3b - 4$ は、

$$3(a + b) - 4$$

と変形できます。

$a + b = 7$ を使うと、

$$3 \times 7 - 4 = 21 - 4 = 17$$

です。

答え

17

4.2 整数の性質を文字式で説明する

説明問題の基本

整数の性質を説明するときは、整数を n などで表します。偶数は $2n$ 、奇数は $2n + 1$ と表すと、式で性質を示せます。

例題 6

連続する 2 つの整数の和は奇数になることを説明しなさい。

方針

連続する整数を n 、 $n + 1$ とおき、和を計算します。

解き方

連続する 2 つの整数を、

$$n, \quad n + 1$$

とします。

この 2 つの和は、

$$n + (n + 1) = 2n + 1$$

です。

$2n$ は偶数なので、 $2n + 1$ は奇数です。

したがって、連続する 2 つの整数の和は奇数になります。

答え

$n + (n + 1) = 2n + 1$ となり、これは奇数である。

練習問題 6

連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になることを説明しなさい。

解答解説 6**解き方**

連続する 3 つの整数を、

$$n - 1, \quad n, \quad n + 1$$

とします。

この 3 つの和は、

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$$

です。

$3n$ は 3 の倍数です。

答え

連続する 3 つの整数の和は $3n$ と表せるので、3 の倍数である。

5 規則性と文字式

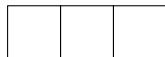
5.1 表から規則を見つける

表で変化を見る

規則性の問題では、図だけを見て考えるより、表に整理すると安全です。**番号が 1 増えると数量がいくつ増えるか**を確認しましょう。

例題 7

次のように、正方形を横に並べる。正方形を n 個並べたとき、必要な棒の本数を n を使って表しなさい。



3 個の場合

方針

1 個目に必要な棒の本数と、正方形を 1 個増やすごとに増える本数を考えます。

解き方

正方形 1 個には棒が 4 本必要です。

2 個目からは、隣の正方形と 1 本を共有するので、1 個増えるごとに棒は 3 本ずつ増えます。

したがって、 n 個のときは、

$$4 + 3(n - 1)$$

本です。

整理すると、

$$4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

です。

答え

$$3n + 1 \text{ 本}$$

練習問題 7

正三角形を横に並べる。1 個目は棒 3 本、2 個目からは 1 個増えるごとに棒が 2 本ずつ増える。正三角形を n 個並べたとき、必要な棒の本数を表しなさい。

解答解説 7

解き方

1 個目は 3 本です。

2 個目からは、1 個増えるごとに 2 本ずつ増えます。

n 個のとき、増える回数は $n - 1$ 回なので、

$$3 + 2(n - 1)$$

本です。

整理すると、

$$3 + 2n - 2 = 2n + 1$$

です。

答え

$$2n + 1 \text{ 本}$$

5.2 図形の面積を文字式で表す

分けて考える

複雑な図形の面積は、**たす**、**ひく**、**分ける**のどれで考えるかを決めると式にしやすくなります。

例題 8

縦が x cm、横が $(x+4)$ cm の長方形から、縦 2cm、横 3cm の長方形を切り取った図形の面積を文字式で表しなさい。

方針

大きい長方形の面積から、切り取った部分の面積をひきます。

解き方

大きい長方形の面積は、

$$x(x+4)$$

です。

切り取った長方形の面積は、

$$2 \times 3 = 6$$

です。

したがって、求める面積は、

$$x(x+4) - 6 = x^2 + 4x - 6$$

です。

答え

$$x^2 + 4x - 6 \text{ cm}^2$$

練習問題 8

縦が a cm、横が $(a+5)$ cm の長方形から、縦 2cm、横 4cm の長方形を切り取った図形の面積を文字式で表しなさい。

解答解説 8**解き方**

大きい長方形の面積は、

$$a(a + 5)$$

です。

切り取った長方形の面積は、

$$2 \times 4 = 8$$

です。

したがって、求める面積は、

$$a(a + 5) - 8 = a^2 + 5a - 8$$

です。

答え

$$a^2 + 5a - 8 \text{ cm}^2$$

6 入試大問につながる応用例題

6.1 条件に合う値を求める

条件を式にする

入試問題では、文章の条件を式に直す力が必要です。条件が複数あるときは、**1つずつ式にする**と整理しやすくなります。

例題 9

ある数 x について、 $2x + 3$ の値が $5x - 9$ の値と等しい。このとき、 x の値を求めなさい。

方針

「等しい」という条件を等式に直します。

解き方

$2x + 3$ と $5x - 9$ が等しいので、

$$2x + 3 = 5x - 9$$

と表せます。

文字の項を右に、数の項を左に集めると、

$$3 + 9 = 5x - 2x$$

です。

したがって、

$$12 = 3x$$

となり、

$$x = 4$$

です。

答え

$$x = 4$$

練習問題 9

ある数 x について、 $3x - 4$ の値が $x + 8$ の値と等しい。このとき、 x の値を求めなさい。

解答解説 9

解き方

条件を等式にすると、

$$3x - 4 = x + 8$$

です。

文字の項を左に、数の項を右に集めると、

$$3x - x = 8 + 4$$

です。

したがって、

$$2x = 12$$

となります。

答え

$$x = 6$$

6.2 式の証明と説明を組み合わせる

説明の書き方

説明問題では、式を計算するだけで終わらず、最後に**だから何がいえるか**を文章で書きます。入試答案では、この最後の一文が大切です。

例題 10

2けたの自然数について、十の位の数を a 、一の位の数を b とする。この数から、十の位と一の位を入れかえた数をひいた差は、9 の倍数になることを説明しなさい。ただし、 $a > b$ とする。

方針

もとの数を $10a + b$ 、入れかえた数を $10b + a$ と表します。

解き方

もとの2けたの数は、

$$10a + b$$

と表せます。

十の位と一の位を入れかえた数は、

$$10b + a$$

です。

差を計算すると、

$$(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$$

となります。

$a - b$ は整数なので、 $9(a - b)$ は9の倍数です。

答え

差は $9(a - b)$ と表せるので、9の倍数である。

練習問題 10

2けたの自然数について、十の位の数を a 、一の位の数を b とする。もとの数と、十の位と一の位を入れかえた数の和は、11の倍数になることを説明しなさい。

解答解説 10**解き方**

もとの数は、

$$10a + b$$

です。

入れかえた数は、

$$10b + a$$

です。

和を計算すると、

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$$

となります。

$a + b$ は整数なので、 $11(a + b)$ は 11 の倍数です。

答え

和は $11(a + b)$ と表せるので、11 の倍数である。

7 単元まとめ練習問題

ここでは、文字式の応用問題をまとめて確認します。途中式だけでなく、考え方も書きましょう。

7.1 問題

練習問題 まとめ 1

1個 x 円の商品を 5 個買い、200 円の箱に入れた。合計金額を文字式で表しなさい。

練習問題 まとめ 2

$x = -2$, $y = 4$ のとき、 $3x^2 - 2xy + y$ の値を求めなさい。

練習問題 まとめ 3

$a + b = 6$ のとき、 $4a + 4b + 1$ の値を求めなさい。

練習問題 まとめ 4

連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数になることを説明しなさい。

練習問題 まとめ 5

正方形を横に並べる。1 個目は棒 4 本、2 個目からは 1 個増えるごとに棒が 3 本ずつ増える。 n 個並べたときの棒の本数を表しなさい。

練習問題 まとめ 6

縦が m cm、横が $(m + 3)$ cm の長方形の面積を文字式で表しなさい。

練習問題 まとめ 7

$2x + 7$ の値が $4x - 5$ の値と等しいとき、 x の値を求めなさい。

練習問題 まとめ 8

2 けたの自然数について、十の位を a 、一の位を b とする。もとの数と入れかえた数の差が 9 の倍数になることを説明しなさい。ただし、 $a > b$ とする。

7.2 解答解説**解答解説 まとめ 1****解き方**

商品は 1 個 x 円なので、5 個の代金は $5x$ 円です。

箱の代金 200 円をたすので、合計は $5x + 200$ 円です。

答え

$$5x + 200 \text{ 円}$$

解答解説 まとめ 2**解き方**

$x = -2, y = 4$ を代入します。

$$3(-2)^2 - 2 \times (-2) \times 4 + 4$$

順に計算すると、

$$3 \times 4 + 16 + 4 = 32$$

です。

答え

32

解答解説 まとめ 3**解き方**

式を変形します。

$$4a + 4b + 1 = 4(a + b) + 1$$

$a + b = 6$ なので、

$$4 \times 6 + 1 = 25$$

です。

答え

25

解答解説 まとめ 4**解き方**

連続する 2 つの奇数を、

$$2n + 1, \quad 2n + 3$$

とします。

和は、

$$(2n + 1) + (2n + 3) = 4n + 4 = 4(n + 1)$$

です。

$n + 1$ は整数なので、 $4(n + 1)$ は 4 の倍数です。

答え

連続する 2 つの奇数の和は $4(n + 1)$ と表せるので、4 の倍数である。

解答解説 まとめ 5**解き方**

1 個目は 4 本です。

2 個目からは 1 個増えるごとに 3 本ずつ増えます。

n 個のとき、増える回数は $n - 1$ 回なので、

$$4 + 3(n - 1) = 3n + 1$$

です。

答え

$$3n + 1 \text{ 本}$$

解答解説 まとめ 6**解き方**

長方形の面積は、縦と横をかけます。

$$m(m + 3)$$

展開すると、

$$m^2 + 3m$$

です。

答え

$$m^2 + 3m \text{ cm}^2$$

解答解説 まとめ 7**解き方**

条件を等式にします。

$$2x + 7 = 4x - 5$$

文字の項を右に、数の項を左に集めると、

$$7 + 5 = 4x - 2x$$

です。

したがって、

$$12 = 2x$$

となります。

答え

$$x = 6$$

解答解説 まとめ 8**解き方**

もとの数は、

$$10a + b$$

です。

入れかえた数は、

$$10b + a$$

です。

差を計算すると、

$$(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$$

です。

$a - b$ は整数なので、 $9(a - b)$ は 9 の倍数です。

答え

差は $9(a - b)$ と表せるので、9 の倍数である。

8 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

チェックリスト

- 文字が何を表すかを決めて、式を作れる。
- 係数の意味を、変化量として説明できる。
- 代入の前に、同類項をまとめられる。
- 負の数を代入するとき、かっこを使って計算できる。
- 条件式を利用して、式の値を求められる。
- 偶数・奇数・連続する整数を文字式で表せる。
- 規則性を表に整理し、 n を使った式にできる。
- 図形の面積や本数を文字式で表せる。
- 等しい条件を等式に直して、値を求められる。
- 証明問題で、最後に理由を文章で説明できる。

9 まとめ

文字式の応用で大切なこと

- 文字式では、まず**文字が何を表すか**をはっきりさせる。
- 式の値は、**整理してから代入**するとミスが減る。
- 条件式は、使いやすい形に変形してから利用する。
- 偶数は $2n$ 、奇数は $2n + 1$ と表せる。
- 規則性は、表にして変化量を確認すると式にしやすい。
- 証明問題では、計算結果だけでなく、最後の説明文まで書く。

次に取り組むこと

文字式の応用問題が解けるようになると、方程式や関数の文章題でも式を立てやすくなります。次は方程式の基礎編に進み、文字式を使って数量関係を解く練習をしましょう。