

# 中学数学

## 合同

### 基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

合同な図形の見方と三角形の合同条件を、  
基本問題で落とさないレベルまで練習します。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	合同な図形の基本	3
2.1	合同とは	3
2.2	対応する頂点・辺・角	5
3	三角形の合同条件	7
3.1	3組の辺がそれぞれ等しい	7
3.2	2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい	10
3.3	1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい	12
4	合同条件を選ぶ	14
4.1	どの合同条件かを見分ける	14
4.2	共通な辺を使う	17
5	証明の基本	19
5.1	証明の書き方	19
5.2	対応順に注意する	22
6	単元まとめ練習問題	24
6.1	問題	24
6.2	解答解説	26
7	学習チェックリスト	29
8	まとめ	30

# 1 この教材の使い方

この教材は、図形の合同をはじめて学ぶ人、または合同の基本を確認したい人のための基礎教材です。合同な図形の対応、三角形の合同条件、証明の書き方を順番に学習します。

## 学習の進め方

1. まず「ポイント」で、合同の意味と対応の見方を確認します。
2. 例題では、「方針」でどの条件を見るかを確認してから解きます。
3. 図では、等しい辺や角を見つけ、対応する順番を意識します。
4. 最後のまとめ練習問題で、合同条件と証明の基本を確認します。

## 注意 この教材で大切にすること

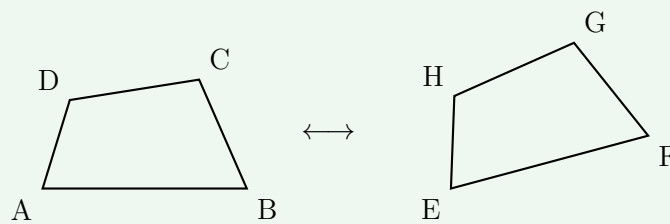
合同では、図形の形だけでなく、**どの点とどの点に対応しているか**を正しく読むことが大切です。証明では、対応する順番をそろえて、合同条件を正しく書きましょう。

## 2 合同な図形の基本

### 2.1 合同とは

#### 合同な図形

2つの図形が、**形も大きさも同じ**で、ぴったり重ね合わせることができるとき、その2つの図形は合同であるといいます。向きが変わっていても、裏返していても、重ね合わせることができれば合同です。



#### 例題 1

次の2つの四角形は合同です。空欄にあてはまる言葉を答えなさい。

「合同な図形は、形が同じで、\_\_\_\_\_も同じである。」

#### 方針

合同の意味を確認します。合同では、形だけでなく大きさも同じです。

#### 解き方

合同な図形は、ぴったり重ね合わせることができます。

ぴったり重なるためには、形も大きさも同じでなければなりません。

#### 答え

大きさ

**練習問題 1**

次の文のうち、正しいものを1つ選びなさい。

1. 形が同じなら、大きさが違っていても合同である。
2. 形も大きさも同じなら、向きが違っていても合同である。
3. 大きさが同じなら、形が違っていても合同である。

**解答解説 1****解き方**

合同とは、形も大きさも同じで、重ね合わせることができることです。

向きが違っていても、回転して重ねられれば合同です。

**答え**

2

## 2.2 対応する頂点・辺・角

### 対応する部分

合同な図形で、重ねたときに重なる頂点、辺、角を、それぞれ対応する頂点、対応する辺、対応する角といいます。

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

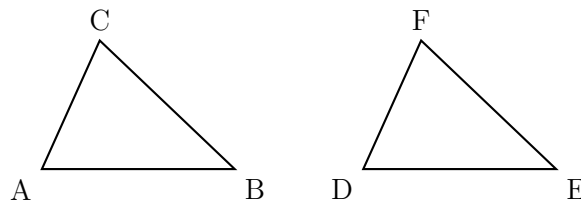
と書かれているとき、対応は次のようになります。

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

したがって、 $AB \leftrightarrow DE$ 、 $BC \leftrightarrow EF$ 、 $CA \leftrightarrow FD$  です。

### 例題 2

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  のとき、辺  $BC$  に対応する辺と、角  $C$  に対応する角を答えなさい。



#### 方針

合同の記号に書かれた頂点の順番を見ます。

#### 解き方

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  なので、

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

です。

したがって、辺  $BC$  に対応する辺は  $EF$  です。

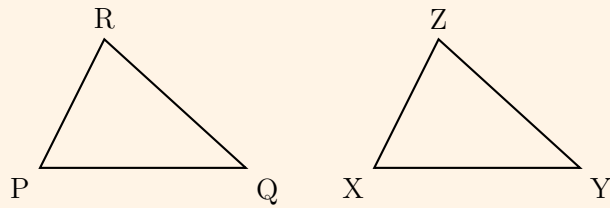
また、角  $C$  に対応する角は角  $F$  です。

#### 答え

辺  $EF$ 、角  $F$

## 練習問題 2

$\triangle PQR \equiv \triangle XYZ$  のとき、辺  $PR$  に対応する辺と、角  $Q$  に対応する角を答えなさい。



## 解答解説 2

## 解き方

頂点の対応は、

$$P \leftrightarrow X, \quad Q \leftrightarrow Y, \quad R \leftrightarrow Z$$

です。

辺  $PR$  に対応する辺は  $XZ$  です。

角  $Q$  に対応する角は角  $Y$  です。

## 答え

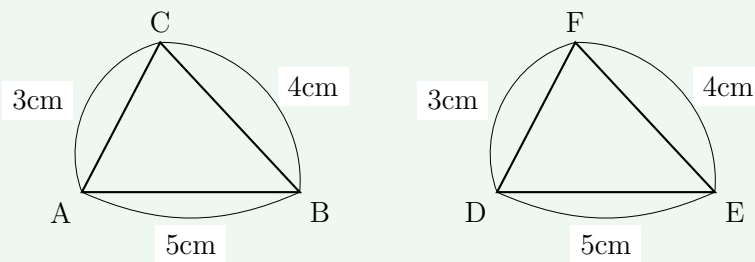
辺  $XZ$ 、角  $Y$

### 3 三角形の合同条件

#### 3.1 3組の辺がそれぞれ等しい

##### 合同条件 1

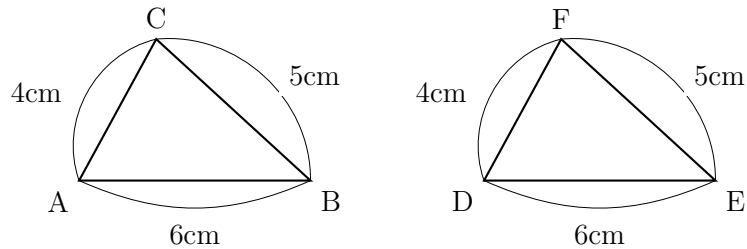
2つの三角形で、**3組の辺がそれぞれ等しい**とき、2つの三角形は合同です。



## 例題 3

次の2つの三角形は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。

$$AB = DE = 6\text{cm}, \quad BC = EF = 5\text{cm}, \quad CA = FD = 4\text{cm}$$



## 方針

3組の辺がそれぞれ等しいかを確認します。

## 解き方

対応する辺を確認すると、

$$AB = DE,$$

$$BC = EF,$$

$$CA = FD$$

です。

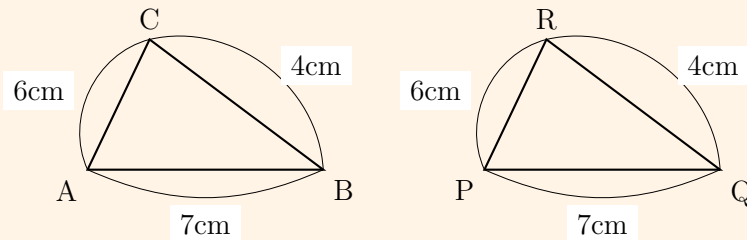
3組の辺がそれぞれ等しいので、2つの三角形は合同です。

## 答え

合同である。合同条件は、3組の辺がそれぞれ等しい。

## 練習問題 3

$AB = PQ = 7\text{cm}$ 、 $BC = QR = 4\text{cm}$ 、 $CA = RP = 6\text{cm}$  です。 $\triangle ABC$  と  $\triangle PQR$  は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。



## 解答解説 3

## 解き方

3組の辺が、

$$AB = PQ,$$

$$BC = QR,$$

$$CA = RP$$

のようにそれぞれ等しくなっています。

したがって、合同といえます。

## 答え

合同である。合同条件は、3組の辺がそれぞれ等しい。

### 3.2 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

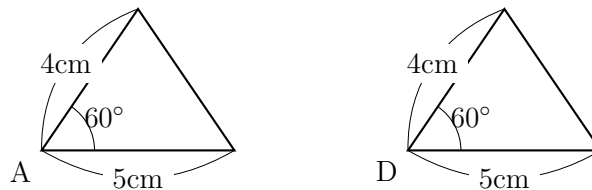
#### 合同条件 2

2つの三角形で、**2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい**とき、2つの三角形は合同です。「その間の角」とは、等しい2つの辺にはさまれた角のことです。

#### 例題 4

次の2つの三角形は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。

$$AB = DE = 5\text{cm}, \quad AC = DF = 4\text{cm}, \quad \angle A = \angle D = 60^\circ$$



#### 方針

等しい角が、等しい2つの辺にはさまれているかを確認します。

#### 解き方

$AB = DE$ 、 $AC = DF$  で、2組の辺がそれぞれ等しいです。

また、 $\angle A = \angle D$  です。

角  $A$  は辺  $AB$  と辺  $AC$  にはさまれた角、角  $D$  は辺  $DE$  と辺  $DF$  にはさまれた角です。

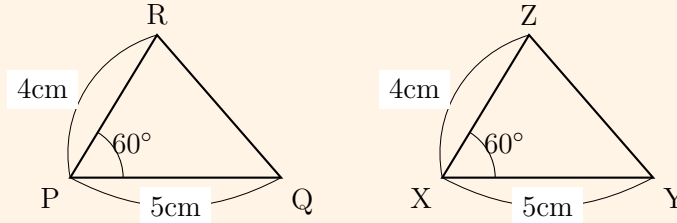
したがって、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので合同です。

#### 答え

合同である。合同条件は、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

## 練習問題 4

$PQ = XY$ 、 $PR = XZ$ 、 $\angle P = \angle X$  です。 $\angle P$  は辺  $PQ$  と辺  $PR$  にはさまれた角です。  
 $\triangle PQR$  と  $\triangle XYZ$  は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。



## 解答解説 4

## 解き方

$PQ = XY$ 、 $PR = XZ$  なので、2組の辺がそれぞれ等しいです。

また、 $\angle P = \angle X$  で、この角は等しい2つの辺にはさまれた角です。

したがって、合同といえます。

## 答え

合同である。合同条件は、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

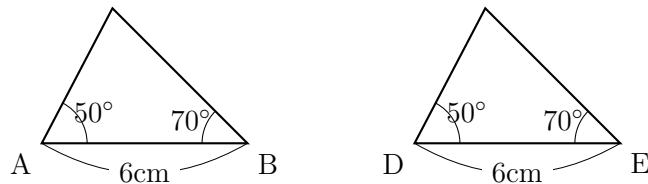
### 3.3 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

#### 合同条件 3

2つの三角形で、**1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい**とき、2つの三角形は合同です。「その両端の角」とは、等しい辺の両はしにある2つの角のことです。

#### 例題 5

$AB = DE$ 、 $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$  です。 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。



#### 方針

等しい辺と、その両端の角がそろっているかを見ます。

#### 解き方

$AB = DE$  なので、1組の辺が等しいです。

また、その両端の角である  $\angle A$  と  $\angle D$ 、 $\angle B$  と  $\angle E$  がそれぞれ等しいです。

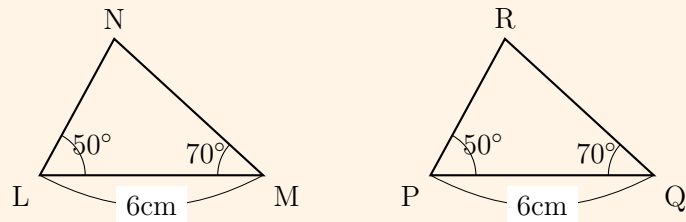
したがって、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、合同です。

#### 答え

合同である。合同条件は、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

## 練習問題 5

$LM = PQ$ 、 $\angle L = \angle P$ 、 $\angle M = \angle Q$  です。 $\triangle LMN$  と  $\triangle PQR$  は合同といえますか。いえる場合は合同条件も答えなさい。



## 解答解説 5

## 解き方

$LM = PQ$  なので、1組の辺が等しいです。

$\angle L = \angle P$ 、 $\angle M = \angle Q$  なので、その両端の角もそれぞれ等しいです。

したがって、合同といえます。

## 答え

合同である。合同条件は、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

## 4 合同条件を選ぶ

### 4.1 どの合同条件かを見分ける

#### 条件の見分け方

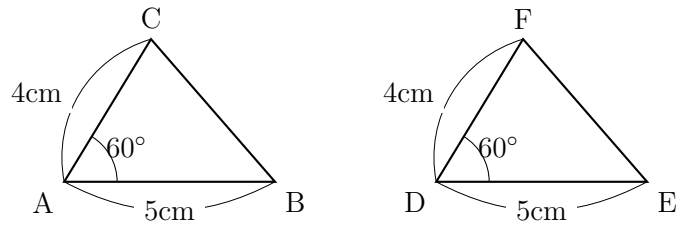
合同条件を選ぶときは、分かっていることが「辺だけ」なのか、「辺と角」なのかを整理します。

- 3つの辺が分かる：3組の辺
- 2つの辺と、はさまれた角が分かる：2組の辺とその間の角
- 1つの辺と、その両端の角が分かる：1組の辺とその両端の角

例題 6

次の条件から使える合同条件を答えなさい。

$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad \angle A = \angle D$$



方針

等しい角が、等しい2つの辺にはさまれているかを確認します。

解き方

$AB = DE$ 、 $AC = DF$  なので、2組の辺が等しいです。

$\angle A$  は辺  $AB$  と辺  $AC$  にはさまれた角です。

$\angle D$  も辺  $DE$  と辺  $DF$  にはさまれた角です。

したがって、使える合同条件は、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい、です。

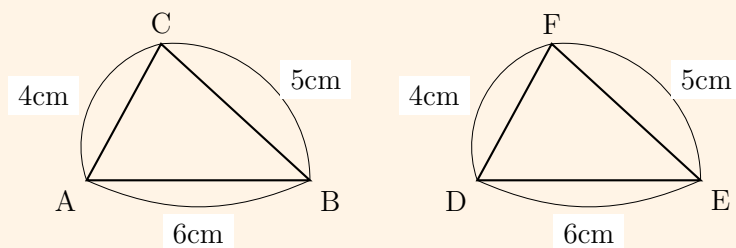
答え

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

練習問題 6

次の条件から使える合同条件を答えなさい。

$$AB = DE, \quad BC = EF, \quad CA = FD$$



**解答解説 6****解き方**

3組の辺がすべてそれぞれ等しいことが分かっています。

角の条件はありませんが、3組の辺がそろえば三角形は合同です。

**答え**

3組の辺がそれぞれ等しい。

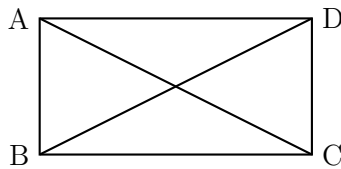
## 4.2 共通な辺を使う

### 共通な辺

図の中で 2 つの三角形が辺を共有しているとき、その辺は両方の三角形で同じ長さです。  
証明では、**共通な辺**として使います。

### 例題 7

次の図で、 $AB = DC$ 、 $AC = DB$  です。 $\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  が合同であることを示すとき、共通な辺はどれですか。



### 方針

2 つの三角形にどちらも含まれる辺を探します。

### 解き方

$\triangle ABC$  には、辺  $AB$ 、辺  $BC$ 、辺  $CA$  があります。

$\triangle DCB$  には、辺  $DC$ 、辺  $CB$ 、辺  $BD$  があります。

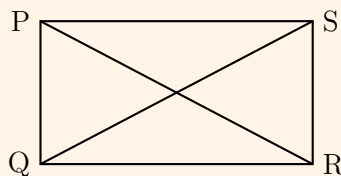
どちらにも含まれる辺は  $BC$  です。

### 答え

辺  $BC$

### 練習問題 7

$\triangle PQR$  と  $\triangle SQR$  について考えます。2 つの三角形に共通な辺を答えなさい。



**解答解説 7****解き方**

$\triangle PQR$  には辺  $QR$  が含まれます。

$\triangle SQR$  にも辺  $QR$  が含まれます。

したがって、共通な辺は  $QR$  です。

**答え**

辺  $QR$

## 5 証明の基本

### 5.1 証明の書き方

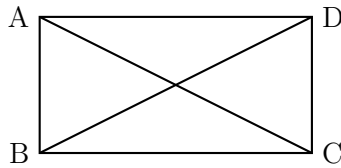
#### 合同の証明の流れ

合同の証明は、次の流れで書きます。

1. どの2つの三角形について考えるかを書く。
2. 等しい辺や角を、理由とともに書く。
3. 合同条件を書く。
4. 合同であることを結論として書く。

## 例題 8

次の図で、 $AB = DC$ 、 $AC = DB$  です。 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$  を証明しなさい。



## 方針

$\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  について、3組の辺がそれぞれ等しいことを示します。

## 解き方

$\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  において、

仮定より、

$$AB = DC$$

$$AC = DB$$

です。

また、 $BC$  は共通な辺なので、

$$BC = CB$$

です。

したがって、3組の辺がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

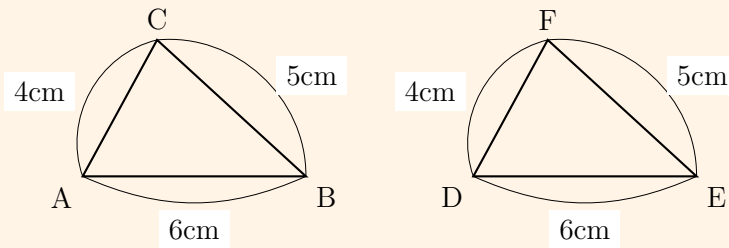
です。

## 答え

上の証明の通り。

## 練習問題 8

$AB = DE$ 、 $AC = DF$ 、 $BC = EF$  です。 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  を証明しなさい。



## 解答解説 8

## 解き方

$\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  において、

仮定より、

$$AB = DE$$

$$AC = DF$$

$$BC = EF$$

です。

したがって、3組の辺がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

です。

## 答え

上の証明の通り。

## 5.2 対応順に注意する

### 合同の記号は順番が大切

合同を書くときは、対応する頂点の順番をそろえます。たとえば、

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

なら、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

と書きます。順番がずれると、どの辺や角が対応しているか分かりにくくなります。

### 例題 9

$A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$  のとき、 $\triangle ABC$  と合同な三角形を、対応順に注意して書きなさい。

#### 方針

$A, B, C$  に対応する点を順番に並べます。

#### 解き方

$A$  に対応する点は  $P$  です。

$B$  に対応する点は  $Q$  です。

$C$  に対応する点は  $R$  です。

したがって、 $\triangle ABC$  に対応する三角形は、 $\triangle PQR$  です。

#### 答え

$$\triangle ABC \equiv \triangle PQR$$

### 練習問題 9

$A \leftrightarrow X, B \leftrightarrow Z, C \leftrightarrow Y$  のとき、 $\triangle ABC$  と合同な三角形を、対応順に注意して書きなさい。

## 解答解説 9

## 解き方

$A$  に対応する点は  $X$ 、 $B$  に対応する点は  $Z$ 、 $C$  に対応する点は  $Y$  です。

したがって、 $\triangle ABC$  に対応する三角形は、 $\triangle XZY$  です。

## 答え

$$\triangle ABC \equiv \triangle XZY$$

## 6 単元まとめ練習問題

ここでは、合同の基本をまとめて確認します。合同の意味、対応、合同条件、証明の流れを確認しましょう。

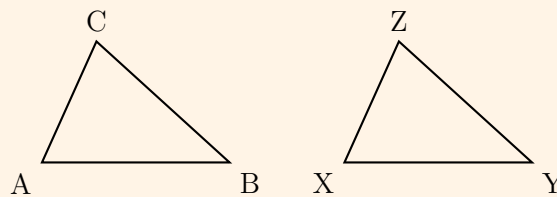
### 6.1 問題

#### 練習問題 まとめ 1

合同な図形とは、どのような図形のことですか。

#### 練習問題 まとめ 2

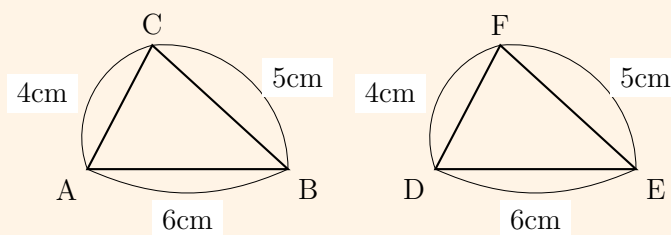
$\triangle ABC \equiv \triangle XYZ$  のとき、辺  $AB$  に対応する辺と、角  $C$  に対応する角を答えなさい。



#### 練習問題 まとめ 3

次の条件で使える合同条件を答えなさい。

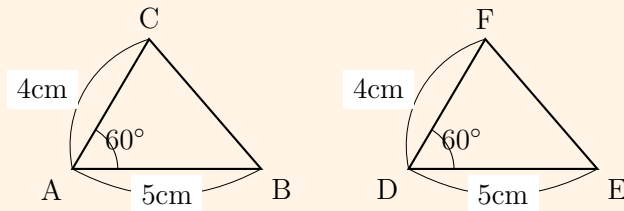
$$AB = DE, \quad BC = EF, \quad CA = FD$$



練習問題 まとめ 4

次の条件で使える合同条件を答えなさい。

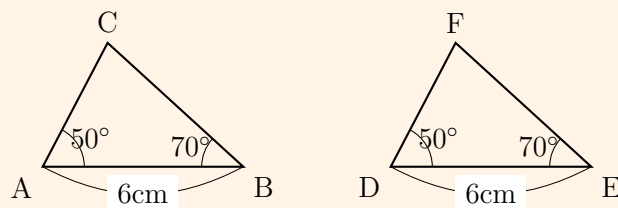
$$AB = DE, \quad AC = DF, \quad \angle A = \angle D$$



練習問題 まとめ 5

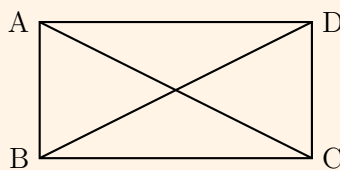
次の条件で使える合同条件を答えなさい。

$$AB = DE, \quad \angle A = \angle D, \quad \angle B = \angle E$$



練習問題 まとめ 6

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  に共通な辺を答えなさい。



練習問題 まとめ 7

$A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow F, C \leftrightarrow E$  のとき、 $\triangle ABC$  と合同な三角形を、対応順に注意して書きなさい。

## 6.2 解答解説

### 解答解説 まとめ 1

#### 解き方

合同な図形とは、形も大きさも同じで、ぴったり重ね合わせることができる図形のことです。

#### 答え

形も大きさも同じで、ぴったり重ね合わせることができる図形。

### 解答解説 まとめ 2

#### 解き方

$\triangle ABC \equiv \triangle XYZ$  なので、

$$A \leftrightarrow X, \quad B \leftrightarrow Y, \quad C \leftrightarrow Z$$

です。

したがって、辺  $AB$  に対応する辺は  $XY$ 、角  $C$  に対応する角は角  $Z$  です。

#### 答え

辺  $XY$ 、角  $Z$

### 解答解説 まとめ 3

#### 解き方

3組の辺がそれぞれ等しいことが分かっています。

#### 答え

3組の辺がそれぞれ等しい。

**解答解説 まとめ 4****解き方**

2組の辺  $AB, AC$  と、その間の角  $A$  がそれぞれ等しい条件です。

**答え**

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

**解答解説 まとめ 5****解き方**

辺  $AB$  と、その両端の角  $A, B$  がそれぞれ等しい条件です。

**答え**

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

**解答解説 まとめ 6****解き方**

$\triangle ABC$  にも  $\triangle DBC$  にも、辺  $BC$  が含まれています。

**答え**

辺  $BC$

**解答解説 まとめ 7****解き方**

$A$  に対応する点は  $D$ 、 $B$  に対応する点は  $F$ 、 $C$  に対応する点は  $E$  です。

したがって、 $\triangle ABC$  に対応する三角形は  $\triangle DFE$  です。

**答え**

$$\triangle ABC \equiv \triangle DFE$$

## 7 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

### チェックリスト

- 合同な図形の意味を説明できる。
- 対応する頂点・辺・角を読み取れる。
- $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  の対応順を説明できる。
- 3組の辺がそれぞれ等しい合同条件を使える。
- 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい合同条件を使える。
- 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい合同条件を使える。
- 共通な辺を見つけられる。
- 合同の証明を、順番に書くことができる。

## 8 まとめ

### 合同・基礎編の重要ポイント

- 合同な図形は、形も大きさも同じで、ぴったり重ね合わせることができる。
- 合同の記号では、対応する頂点の順番が大切である。
- 三角形の合同条件は3つある。
- 証明では、等しい辺や角を理由とともに書く。
- 共通な辺は、2つの三角形で等しい辺として使える。

### 次に取り組むこと

合同の基礎ができたら、標準編で、図の中から必要な条件を見つける問題や、証明を自分で組み立てる問題に取り組みましょう。