

中学数学

乗法公式と因数分解

基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

展開の基本・乗法公式・因数分解の基本を、
学校の基本問題で失点しないレベルまで練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	展開の基本	3
2.1	分配法則	3
2.2	文字式どうしの展開	7
3	乗法公式	9
3.1	$(x + a)(x + b)$ の展開	9
3.2	平方の公式	13
3.3	和と差の積	16
4	因数分解の基本	18
4.1	因数分解とは	18
4.2	$x^2 + (a + b)x + ab$ の因数分解	21
4.3	平方の形と差の平方	25
5	展開と因数分解の使い分け	29
6	単元まとめ練習問題	32
6.1	問題	32
6.2	解答解説	34
7	学習チェックリスト	38
8	まとめ	39

1 この教材の使い方

この教材は、乗法公式と因数分解が苦手な人が、学校の基本問題や高校入試の小問で失点しないことを目標にした基礎教材です。

学習の進め方

1. まず「ポイント」を読んで、考え方を確認します。
2. 例題では、「方針」で考え方をつかんでから「解き方」を読みます。
3. 例題の直後にある練習問題を、自分で途中式を書いて解きます。
4. 最後の練習問題で、単元全体の確認をします。

注意 この教材で大切にすること

乗法公式と因数分解では、計算の速さよりも、**どの形に当てはまるかを見抜くこと**が大切です。式をよく見ずに計算すると、符号ミスやかっこの外し忘れが起こります。

2 展開の基本

2.1 分配法則

展開とは

かっこを外して、式を和や差の形に直すことを**展開**といいます。基本は分配法則です。

$$a(b + c) = ab + ac$$

例題 1

次の式を展開しなさい。

$$3(x + 4)$$

方針

かっこの前の 3 を、かっこの中の x と 4 の両方にかけます。

解き方

分配法則を使います。

$$3(x + 4) = 3 \times x + 3 \times 4$$

それぞれ計算すると、

$$3x + 12$$

です。

答え

$$3x + 12$$

練習問題 1

次の式を展開しなさい。

$$5(x + 2)$$

解答解説 1**解き方**

5 を、かっこの中の x と 2 の両方にかけます。

$$5(x + 2) = 5x + 10$$

答え

$$5x + 10$$

例題 2

次の式を展開しなさい。

$$-2(a - 5)$$

方針

-2 を、かっこの中の a と -5 の両方にかけてみます。負の数かけるので、符号に注意します。

解き方

分配法則を使います。

$$-2(a - 5) = (-2) \times a + (-2) \times (-5)$$

$(-2) \times (-5) = +10$ なので、

$$-2a + 10$$

です。

答え

$$-2a + 10$$

練習問題 2

次の式を展開しなさい。

$$-3(x - 4)$$

解答解説 2**解き方**

-3 を、 x と -4 の両方にかけます。

$$-3(x - 4) = -3x + 12$$

答え

$$-3x + 12$$

2.2 文字式どうしの展開

かっこが2つある展開

かっこが2つあるときは、片方のかっこの各項を、もう片方のかっこの各項にかけます。

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

例題 3

次の式を展開しなさい。

$$(x + 2)(x + 3)$$

方針

前のかっこの x と 2 を、後ろのかっこの x と 3 にそれぞれかけます。

解き方

順番にかけます。

$$(x + 2)(x + 3) = x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3$$

計算すると、

$$x^2 + 3x + 2x + 6$$

です。同類項をまとめます。

$$x^2 + 5x + 6$$

答え

$$x^2 + 5x + 6$$

練習問題 3

次の式を展開しなさい。

$$(x + 4)(x + 1)$$

解答解説 3

解き方

4つの積を作ります。

$$(x+4)(x+1) = x^2 + x + 4x + 4$$

同類項をまとめると、

$$x^2 + 5x + 4$$

です。

答え

$$x^2 + 5x + 4$$

注意 よくあるミス

$(x+2)(x+3)$ を x^2+6 としてはいけません。中の項どうしもかけるので、 $3x$ と $2x$ が出てきます。

3 乗法公式

3.1 $(x + a)(x + b)$ の展開

基本の乗法公式

次の形は、よく出る基本の乗法公式です。

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

真ん中の係数は**たした数**、最後の数は**かけた数**になります。

例題 4

次の式を展開しなさい。

$$(x + 5)(x + 2)$$

方針

公式 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ に当てはめます。 $a = 5$ 、 $b = 2$ です。

解き方

x の係数は、5 と 2 をたした数です。

$$5 + 2 = 7$$

定数項は、5 と 2 をかけた数です。

$$5 \times 2 = 10$$

したがって、

$$(x + 5)(x + 2) = x^2 + 7x + 10$$

です。

答え

$$x^2 + 7x + 10$$

練習問題 4

次の式を展開しなさい。

$$(x + 6)(x + 3)$$

解答解説 4**解き方**

x の係数は、6 と 3 をたした数です。

$$6 + 3 = 9$$

定数項は、6 と 3 をかけた数です。

$$6 \times 3 = 18$$

よって、

$$(x + 6)(x + 3) = x^2 + 9x + 18$$

です。

答え

$$x^2 + 9x + 18$$

例題 5

次の式を展開しなさい。

$$(x - 4)(x + 1)$$

方針

$a = -4$ 、 $b = 1$ として公式に当てはめます。符号に注意します。

解き方

x の係数は、 -4 と 1 をたした数です。

$$-4 + 1 = -3$$

定数項は、 -4 と 1 をかけた数です。

$$(-4) \times 1 = -4$$

したがって、

$$(x - 4)(x + 1) = x^2 - 3x - 4$$

です。

答え

$$x^2 - 3x - 4$$

練習問題 5

次の式を展開しなさい。

$$(x - 5)(x + 2)$$

解答解説 5**解き方**

x の係数は、 $-5 + 2 = -3$ です。

定数項は、 $(-5) \times 2 = -10$ です。

$$(x - 5)(x + 2) = x^2 - 3x - 10$$

答え

$$x^2 - 3x - 10$$

3.2 平方の公式

平方の公式

同じかっこを 2 回かける形は、平方の公式を使います。

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

中央の項は **2 倍** になることに注意します。

例題 6

次の式を展開しなさい。

$$(x + 3)^2$$

方針

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を使います。ここでは $a = x$ 、 $b = 3$ です。

解き方

公式に当てはめます。

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

計算すると、

$$x^2 + 6x + 9$$

です。

答え

$$x^2 + 6x + 9$$

練習問題 6

次の式を展開しなさい。

$$(x + 4)^2$$

解答解説 6**解き方**

平方の公式を使います。

$$(x + 4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$$

したがって、

$$x^2 + 8x + 16$$

です。

答え

$$x^2 + 8x + 16$$

例題 7

次の式を展開しなさい。

$$(x - 5)^2$$

方針

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を使います。中央の項が負になることに注意します。

解き方

公式に当てはめます。

$$(x - 5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

計算すると、

$$x^2 - 10x + 25$$

です。

答え

$$x^2 - 10x + 25$$

練習問題 7

次の式を展開しなさい。

$$(x - 2)^2$$

解答解説 7**解き方**

平方の公式を使います。

$$(x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$$

したがって、

$$x^2 - 4x + 4$$

です。

答え

$$x^2 - 4x + 4$$

3.3 和と差の積

和と差の積の公式

次の形は、真ん中の項が消えます。

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

符号が違う同じ数があるときに使います。

例題 8

次の式を展開しなさい。

$$(x + 7)(x - 7)$$

方針

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を使います。ここでは $a = x$ 、 $b = 7$ です。

解き方

公式に当てはめます。

$$(x + 7)(x - 7) = x^2 - 7^2$$

$7^2 = 49$ なので、

$$x^2 - 49$$

です。

答え

$$x^2 - 49$$

練習問題 8

次の式を展開しなさい。

$$(x + 4)(x - 4)$$

解答解説 8**解き方**

和と差の積の公式を使います。

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4^2$$

よって、

$$x^2 - 16$$

です。

答え

$$x^2 - 16$$

4 因数分解の基本

4.1 因数分解とは

因数分解とは

多項式を、かっこの積の形に直すことを**因数分解**といいます。展開の反対の操作です。

$$3x + 6 = 3(x + 2)$$

例題 9

次の式を因数分解しなさい。

$$4x + 8$$

方針

2つの項に共通している数や文字を探します。 $4x$ と 8 には 4 が共通しています。

解き方

$4x$ と 8 に共通する因数は 4 です。

$$4x + 8 = 4(x + 2)$$

かっこの中をもう一度展開すると $4x + 8$ に戻るなので、正しく因数分解できています。

答え

$$4(x + 2)$$

練習問題 9

次の式を因数分解しなさい。

$$6x + 12$$

解答解説 9**解き方**

$6x$ と 12 には、 6 が共通しています。

$$6x + 12 = 6(x + 2)$$

答え

$$6(x + 2)$$

例題 10

次の式を因数分解しなさい。

$$6x^2 - 9x$$

方針

係数と文字に共通するものを探します。 $6x^2$ と $-9x$ には $3x$ が共通しています。

解き方

共通因数は $3x$ です。

$$6x^2 - 9x = 3x(2x - 3)$$

展開すると、

$$3x \times 2x - 3x \times 3 = 6x^2 - 9x$$

となるので、正しく因数分解できています。

答え

$$3x(2x - 3)$$

練習問題 10

次の式を因数分解しなさい。

$$8x^2 + 12x$$

解答解説 10**解き方**

$8x^2$ と $12x$ には、 $4x$ が共通しています。

$$8x^2 + 12x = 4x(2x + 3)$$

答え

$$4x(2x + 3)$$

4.2 $x^2 + (a + b)x + ab$ の因数分解

たして係数、かけて定数項

$x^2 + px + q$ を因数分解するときは、**たして p 、かけて q** になる 2 つの数を探します。

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

例題 11

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 + 7x + 12$$

方針

たして 7、かけて 12 になる 2 つの数を探します。

解き方

12 になるかけ算を考えます。

$$1 \times 12, 2 \times 6, 3 \times 4$$

このうち、たして 7 になるのは 3 と 4 です。

したがって、

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

です。

答え

$$(x + 3)(x + 4)$$

練習問題 11

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 + 8x + 15$$

解答解説 11**解き方**

たして 8、かけて 15 になる 2 つの数を探します。

$$3 + 5 = 8, \quad 3 \times 5 = 15$$

なので、3 と 5 です。

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

答え

$$(x + 3)(x + 5)$$

例題 12

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - x - 12$$

方針

たして -1 、かけて -12 になる 2 つの数を探します。かけて負になるので、符号が異なる 2 つの数です。

解き方

かけて -12 になる数の組を考えます。

$$-4 \times 3 = -12$$

さらに、

$$-4 + 3 = -1$$

です。

したがって、

$$x^2 - x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

です。

答え

$$(x - 4)(x + 3)$$

練習問題 12

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 + 2x - 15$$

解答解説 12**解き方**

たして 2、かけて -15 になる 2 つの数を探します。

$$5 + (-3) = 2, \quad 5 \times (-3) = -15$$

なので、5 と -3 です。

$$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$$

答え

$$(x + 5)(x - 3)$$

4.3 平方の形と差の平方

公式を逆に使う

因数分解では、乗法公式を逆に使います。

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

例題 13

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 + 10x + 25$$

方針

$x^2 + 2ax + a^2$ の形かどうかを見ます。25 は 5^2 で、 $10x$ は $2 \times 5 \times x$ です。

解き方

25 は、

$$25 = 5^2$$

です。また、中央の項は、

$$10x = 2 \times x \times 5$$

です。

したがって、

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

です。

答え

$$(x + 5)^2$$

練習問題 13

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 6x + 9$$

解答解説 13

解き方

9 は 3^2 です。また、 $-6x$ は $-2 \times x \times 3$ です。

したがって、

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

です。

答え

$$(x - 3)^2$$

例題 14

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 36$$

方針

$x^2 - a^2$ の形かどうかを見ます。36 は 6^2 です。

解き方

36 は、

$$36 = 6^2$$

です。

したがって、差の平方の公式を使って、

$$x^2 - 36 = (x + 6)(x - 6)$$

となります。

答え

$$(x + 6)(x - 6)$$

練習問題 14

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 49$$

解答解説 14**解き方**

49 は 7^2 です。

差の平方の公式を使うと、

$$x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$$

です。

答え

$$(x + 7)(x - 7)$$

5 展開と因数分解の使い分け

どちらの操作かを確認する

展開は、かっこを外して和や差の形にします。**因数分解**は、かっこの積の形にします。問題文をよく読み、どちらをするのかを確認しましょう。

例題 15

次の式を、指示にしたがって計算しなさい。

$$\text{展開： } (x + 2)^2$$

方針

「展開」なので、かっこを外して多項式の形にします。

解き方

平方の公式を使います。

$$(x + 2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2$$

したがって、

$$x^2 + 4x + 4$$

です。

答え

$$x^2 + 4x + 4$$

練習問題 15

次の式を、指示にしたがって計算しなさい。

$$\text{展開： } (x - 3)^2$$

解答解説 15**解き方**

「展開」なので、かっこを外します。

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

答え

$$x^2 - 6x + 9$$

例題 16

次の式を、指示にしたがって計算しなさい。

$$\text{因数分解： } x^2 + 4x + 4$$

方針

「因数分解」なので、かっこの積の形にします。平方の形を探します。

解き方

4 は 2^2 で、 $4x$ は $2 \times x \times 2$ です。

したがって、

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

です。

答え

$$(x + 2)^2$$

練習問題 16

次の式を、指示にしたがって計算しなさい。

因数分解： $x^2 - 8x + 16$

解答解説 16

解き方

16 は 4^2 で、 $-8x$ は $-2 \times x \times 4$ です。

したがって、

$$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

です。

答え

$$(x - 4)^2$$

6 単元まとめ練習問題

ここでは、乗法公式と因数分解で学んだ内容をまとめて確認します。途中式を書き、展開か因数分解かを確認しましょう。

6.1 問題

練習問題 まとめ 1

次の式を展開しなさい。

$$2(x + 7)$$

練習問題 まとめ 2

次の式を展開しなさい。

$$(x + 3)(x + 5)$$

練習問題 まとめ 3

次の式を展開しなさい。

$$(x - 4)^2$$

練習問題 まとめ 4

次の式を展開しなさい。

$$(x + 8)(x - 8)$$

練習問題 まとめ 5

次の式を因数分解しなさい。

$$5x + 15$$

練習問題 まとめ 6

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 + 9x + 20$$

練習問題 まとめ 7

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 4x - 12$$

練習問題 まとめ 8

次の式を因数分解しなさい。

$$x^2 - 64$$

6.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

2 を、 x と 7 の両方にかけます。

$$2(x + 7) = 2x + 14$$

答え

$$2x + 14$$

解答解説 まとめ 2

解き方

基本の乗法公式を使います。

3 と 5 をたすと 8、かけると 15 です。

$$(x + 3)(x + 5) = x^2 + 8x + 15$$

答え

$$x^2 + 8x + 15$$

解答解説 まとめ 3**解き方**

平方の公式を使います。

$$(x - 4)^2 = x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2$$

したがって、

$$x^2 - 8x + 16$$

です。

答え

$$x^2 - 8x + 16$$

解答解説 まとめ 4**解き方**

和と差の積の公式を使います。

$$(x + 8)(x - 8) = x^2 - 8^2 = x^2 - 64$$

答え

$$x^2 - 64$$

解答解説 まとめ 5**解き方**

$5x$ と 15 には 5 が共通しています。

$$5x + 15 = 5(x + 3)$$

答え

$$5(x + 3)$$

解答解説 まとめ 6**解き方**

たして 9 、かけて 20 になる 2 つの数を探します。

$$4 + 5 = 9, \quad 4 \times 5 = 20$$

したがって、

$$x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$$

です。

答え

$$(x + 4)(x + 5)$$

解答解説 まとめ 7**解き方**

たして -4 、かけて -12 になる 2 つの数を探します。

$$-6 + 2 = -4, \quad (-6) \times 2 = -12$$

したがって、

$$x^2 - 4x - 12 = (x - 6)(x + 2)$$

です。

答え

$$(x - 6)(x + 2)$$

解答解説 まとめ 8**解き方**

64 は 8^2 です。差の平方の公式を使います。

$$x^2 - 64 = (x + 8)(x - 8)$$

答え

$$(x + 8)(x - 8)$$

7 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

チェックリスト

- 分配法則を使って、かっこを外せる。
- $(x + a)(x + b)$ を展開できる。
- $(x + a)^2$ 、 $(x - a)^2$ を展開できる。
- $(x + a)(x - a)$ を展開できる。
- 共通因数で因数分解できる。
- たして係数、かけて定数項になる数を探せる。
- 平方の形を見つけて因数分解できる。
- 差の平方を因数分解できる。
- 展開と因数分解の違いを説明できる。

8 まとめ

乗法公式と因数分解の重要ポイント

- 展開は、かっこを外して和や差の形にすること。
- 因数分解は、かっこの積の形にすること。
- $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ を使う。
- $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ 、 $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ を使う。
- $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ を使う。
- 因数分解では、まず共通因数がないか確認する。
- $x^2 + px + q$ では、たして p 、かけて q になる数を探す。

次に取り組むこと

乗法公式と因数分解が安定したら、平方根や二次方程式の計算で、式を変形する力をさらに使っていきます。