

中学数学

関数

基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

比例・反比例・一次関数・二次関数の基本を、
表・式・グラフをつなげて確認します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	関数の基本	3
2.1	関数とは	3
3	比例	5
3.1	比例の式	5
3.2	比例の表とグラフ	6
4	反比例	9
4.1	反比例の式	9
4.2	反比例の表	10
5	一次関数	13
5.1	一次関数の式	13
5.2	変化の割合	14
5.3	一次関数のグラフ	16
6	二次関数 $y = ax^2$	18
6.1	二次関数の式と表	18
6.2	二次関数の変化	19
7	単元まとめ練習問題	22
7.1	問題	22
7.2	解答解説	23
8	学習チェックリスト	26
9	まとめ	27

1 この教材の使い方

この教材は、関数が苦手な人が、表・式・グラフの基本を確認し、高校入試の小問で失点しないことを目標にした基礎教材です。

学習の進め方

1. まず「ポイント」で、関数の見方を確認します。
2. 例題では、「方針」で考え方をつかんでから「解き方」を読みます。
3. 例題の直後にある練習問題を、自分で表や式を書いて解きます。
4. 最後の練習問題で、比例・反比例・一次関数・二次関数をまとめて確認します。

注意 この教材で大切にすること

関数では、答えだけでなく、**表・式・グラフをつなげて考えること**が大切です。式だけを見て迷ったときは、表にして変化を確認しましょう。

2 関数の基本

2.1 関数とは

関数の考え方

x の値を決めると、それに対応して y の値が 1 つに決まるとき、 y は x の関数であるといえます。関数では、 x を変えると y がどう変わるかを見ます。

例題 1

次の表について、 x の値を 1 つ決めると、 y の値は 1 つに決まりますか。

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

方針

x の値を 1 つ選んだとき、対応する y が 1 つだけ決まるかを確認します。

解き方

$x = 1$ のとき、 $y = 2$ です。

$x = 2$ のとき、 $y = 4$ です。

どの x の値についても、対応する y の値は 1 つだけです。

答え

y は x の関数である。

練習問題 1

次の表について、 y は x の関数であるといえますか。

x	1	2	3	4
y	5	5	5	5

解答解説 1**解き方**

$x = 1$ のときも、 $x = 2$ のときも、対応する y は 1 つに決まっています。

y の値が同じでも、 x を決めると y が 1 つに決まるなら関数です。

答え

y は x の関数である。

3 比例

3.1 比例の式

比例とは

y が x に比例するとき、式は

$$y = ax$$

の形になります。 a を **比例定数** といいます。

例題 2

y は x に比例し、 $x = 3$ のとき $y = 12$ です。 y を x の式で表しなさい。

方針

比例の式を $y = ax$ とおき、わかっている x と y の値を代入して a を求めます。

解き方

比例の式を

$$y = ax$$

とおきます。

$x = 3$ 、 $y = 12$ を代入すると、

$$12 = 3a$$

です。

両辺を 3 で割ると、

$$a = 4$$

です。

答え

$$y = 4x$$

練習問題 2

y は x に比例し、 $x = 5$ のとき $y = 20$ です。 y を x の式で表しなさい。

解答解説 2

解き方

比例の式を $y = ax$ とおきます。

$x = 5$ 、 $y = 20$ を代入すると、

$$20 = 5a$$

です。

両辺を 5 で割ると、 $a = 4$ です。

答え

$$y = 4x$$

3.2 比例の表とグラフ

比例のグラフ

比例 $y = ax$ のグラフは、**原点を通る直線**です。表を作って点をとると、グラフをかきやすくなります。

例題 3

$y = 2x$ について、 $x = -2, -1, 0, 1, 2$ のときの y の値を求め、表を完成させなさい。

方針

式 $y = 2x$ に、 x の値を 1 つずつ代入します。

解き方

$x = -2$ のとき、 $y = 2 \times (-2) = -4$ です。

$x = -1$ のとき、 $y = 2 \times (-1) = -2$ です。

同じように計算すると、表は次のようになります。

x	-2	-1	0	1
y	-4	-2	0	2

さらに、 $x = 2$ のとき $y = 4$ です。

答え

$(-2, -4), (-1, -2), (0, 0), (1, 2), (2, 4)$

練習問題 3

$y = 3x$ について、 $x = -1, 0, 1, 2$ のときの y の値を求めなさい。

解答解説 3**解き方**

式 $y = 3x$ に代入します。

$x = -1$ のとき、 $y = -3$ です。

$x = 0$ のとき、 $y = 0$ です。

$x = 1$ のとき、 $y = 3$ です。

$x = 2$ のとき、 $y = 6$ です。

答え

-3, 0, 3, 6

4 反比例

4.1 反比例の式

反比例とは

y が x に反比例するとき、式は

$$y = \frac{a}{x}$$

の形になります。このとき、 $xy = a$ が成り立ちます。

例題 4

y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = 6$ です。 y を x の式で表しなさい。

方針

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とおき、 x と y の値を代入して a を求めます。

解き方

反比例の式を

$$y = \frac{a}{x}$$

とおきます。

$x = 2$ 、 $y = 6$ を代入すると、

$$6 = \frac{a}{2}$$

です。

両辺に 2 をかけると、

$$a = 12$$

です。

答え

$$y = \frac{12}{x}$$

練習問題 4

y は x に反比例し、 $x = 3$ のとき $y = 4$ です。 y を x の式で表しなさい。

解答解説 4

解き方

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とおきます。

$x = 3$ 、 $y = 4$ を代入すると、

$$4 = \frac{a}{3}$$

です。

両辺に 3 をかけると、 $a = 12$ です。

答え

$$y = \frac{12}{x}$$

4.2 反比例の表

反比例の値の変化

反比例では、 x が 2 倍、3 倍になると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍になります。ただし、まずは式に代入して表を作ることが大切です。

例題 5

$y = \frac{12}{x}$ について、 $x = 1, 2, 3, 4$ のときの y の値を求めなさい。

方針

式に x の値を代入します。分母に x を入れることに注意します。

解き方

$x = 1$ のとき、 $y = 12$ です。

$x = 2$ のとき、

$$y = \frac{12}{2} = 6$$

です。

$x = 3$ のとき、 $y = 4$ 、 $x = 4$ のとき、 $y = 3$ です。

答え

12, 6, 4, 3

練習問題 5

$y = \frac{18}{x}$ について、 $x = 1, 2, 3, 6$ のときの y の値を求めなさい。

解答解説 5**解き方**

式 $y = \frac{18}{x}$ に代入します。

$x = 1$ のとき、 $y = 18$ です。

$x = 2$ のとき、 $y = 9$ です。

$x = 3$ のとき、 $y = 6$ です。

$x = 6$ のとき、 $y = 3$ です。

答え

18, 9, 6, 3

5 一次関数

5.1 一次関数の式

一次関数とは

一次関数は

$$y = ax + b$$

の形で表されます。 a は**変化の割合**、 b は $x = 0$ のときの y の値です。

例題 6

一次関数 $y = 2x + 3$ について、 $x = 4$ のときの y の値を求めなさい。

方針

式の x に 4 を代入します。かけ算を先に計算します。

解き方

$y = 2x + 3$ に $x = 4$ を代入します。

$$y = 2 \times 4 + 3$$

まず、 $2 \times 4 = 8$ です。

したがって、

$$y = 8 + 3 = 11$$

です。

答え

$$y = 11$$

練習問題 6

一次関数 $y = 3x - 2$ について、 $x = 5$ のときの y の値を求めなさい。

解答解説 6**解き方**

$y = 3x - 2$ に $x = 5$ を代入します。

$$y = 3 \times 5 - 2$$

$3 \times 5 = 15$ なので、

$$y = 15 - 2 = 13$$

です。

答え

$$y = 13$$

5.2 変化の割合**変化の割合**

変化の割合は、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

で求めます。一次関数 $y = ax + b$ では、変化の割合は a です。

例題 7

一次関数 $y = 3x + 1$ の変化の割合を求めなさい。

方針

一次関数 $y = ax + b$ の a にあたる数を見ます。

解き方

$y = 3x + 1$ は、 $y = ax + b$ と比べると、

$$a = 3$$

です。

一次関数では、変化の割合は a に等しいです。

答え

3

練習問題 7

一次関数 $y = -2x + 5$ の変化の割合を求めなさい。

解答解説 7**解き方**

$y = -2x + 5$ は、 $y = ax + b$ と比べると、 $a = -2$ です。

したがって、変化の割合は -2 です。

答え

-2

5.3 一次関数のグラフ

グラフの見方

一次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線です。 b はグラフが y 軸と交わる場所を表します。

例題 8

一次関数 $y = x + 2$ について、 $x = 0$ 、 $x = 1$ のときの y の値を求め、グラフをかくための 2 点を答えなさい。

方針

直線は 2 点がわかればかけます。まず 2 つの x の値を代入します。

解き方

$x = 0$ のとき、

$$y = 0 + 2 = 2$$

です。

$x = 1$ のとき、

$$y = 1 + 2 = 3$$

です。

したがって、グラフは $(0, 2)$ と $(1, 3)$ を通ります。

答え

$$(0, 2), (1, 3)$$

練習問題 8

一次関数 $y = 2x + 1$ について、 $x = 0$ 、 $x = 1$ のときの y の値を求め、グラフをかくための 2 点を答えなさい。

解答解説 8**解き方**

$x = 0$ のとき、 $y = 1$ です。

$x = 1$ のとき、

$$y = 2 \times 1 + 1 = 3$$

です。

したがって、2 点は $(0, 1)$ と $(1, 3)$ です。

答え

$$(0, 1), (1, 3)$$

6 二次関数 $y = ax^2$

6.1 二次関数の式と表

中学で学ぶ二次関数

中学数学で学ぶ二次関数は、主に

$$y = ax^2$$

の形です。 x を 2 乗してから、 a をかけます。

例題 9

$y = 2x^2$ について、 $x = -2, -1, 0, 1, 2$ のときの y の値を求めなさい。

方針

先に x^2 を計算し、そのあと 2 をかけます。負の数を 2 乗すると正になることに注意します。

解き方

$x = -2$ のとき、

$$y = 2 \times (-2)^2 = 2 \times 4 = 8$$

です。

$x = -1$ のとき、 $y = 2$ です。

$x = 0$ のとき、 $y = 0$ です。

$x = 1$ のとき、 $y = 2$ 、 $x = 2$ のとき、 $y = 8$ です。

答え

8, 2, 0, 2, 8

練習問題 9

$y = 3x^2$ について、 $x = -1, 0, 1, 2$ のときの y の値を求めなさい。

解答解説 9**解き方**

$x = -1$ のとき、 $y = 3 \times (-1)^2 = 3$ です。

$x = 0$ のとき、 $y = 0$ です。

$x = 1$ のとき、 $y = 3$ です。

$x = 2$ のとき、 $y = 3 \times 4 = 12$ です。

答え

3, 0, 3, 12

6.2 二次関数の変化**二次関数のグラフの形**

$y = ax^2$ のグラフは、直線ではなく曲線になります。 $a > 0$ なら上に開き、 $a < 0$ なら下に開きます。

例題 10

$y = x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増えるとき、 y はどれだけ増えますか。

方針

$x = 1$ のときの y と、 $x = 3$ のときの y をそれぞれ求めて、差を考えます。

解き方

$x = 1$ のとき、

$$y = 1^2 = 1$$

です。

$x = 3$ のとき、

$$y = 3^2 = 9$$

です。

したがって、 y の増加量は、

$$9 - 1 = 8$$

です。

答え

8 増える。

練習問題 10

$y = x^2$ について、 x の値が 2 から 4 まで増えるとき、 y はどれだけ増えますか。

解答解説 10**解き方**

$x = 2$ のとき、 $y = 2^2 = 4$ です。

$x = 4$ のとき、 $y = 4^2 = 16$ です。

したがって、 y の増加量は、

$$16 - 4 = 12$$

です。

答え

12 増える。

7 単元まとめ練習問題

ここでは、関数の基本をまとめて確認します。表・式・グラフのどれを使う問題かを考えながら解きましょう。

7.1 問題

練習問題 まとめ 1

y は x に比例し、 $x = 6$ のとき $y = 18$ です。 y を x の式で表しなさい。

練習問題 まとめ 2

y は x に反比例し、 $x = 4$ のとき $y = 5$ です。 y を x の式で表しなさい。

練習問題 まとめ 3

一次関数 $y = -3x + 2$ について、 $x = -2$ のときの y の値を求めなさい。

練習問題 まとめ 4

一次関数 $y = 4x - 1$ の変化の割合を求めなさい。

練習問題 まとめ 5

$y = 2x^2$ について、 $x = -3$ のときの y の値を求めなさい。

練習問題 まとめ 6

$y = x^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増えるとき、 y はどれだけ増えますか。

7.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

比例の式を $y = ax$ とおきます。

$x = 6$ 、 $y = 18$ を代入すると、

$$18 = 6a$$

です。

両辺を 6 で割ると、 $a = 3$ です。

答え

$$y = 3x$$

解答解説 まとめ 2

解き方

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とおきます。

$x = 4$ 、 $y = 5$ を代入すると、

$$5 = \frac{a}{4}$$

です。

両辺に 4 をかけると、 $a = 20$ です。

答え

$$y = \frac{20}{x}$$

解答解説 まとめ 3**解き方**

$y = -3x + 2$ に $x = -2$ を代入します。

$$y = -3 \times (-2) + 2$$

$-3 \times (-2) = 6$ なので、

$$y = 6 + 2 = 8$$

です。

答え

$$y = 8$$

解答解説 まとめ 4**解き方**

一次関数 $y = 4x - 1$ は、 $y = ax + b$ と比べると、 $a = 4$ です。

一次関数の変化の割合は a なので、変化の割合は 4 です。

答え

4

解答解説 まとめ 5**解き方**

$y = 2x^2$ に $x = -3$ を代入します。

$$y = 2 \times (-3)^2$$

$(-3)^2 = 9$ なので、

$$y = 2 \times 9 = 18$$

です。

答え

$$y = 18$$

解答解説 まとめ 6**解き方**

$x = 1$ のとき、 $y = 1^2 = 1$ です。

$x = 4$ のとき、 $y = 4^2 = 16$ です。

したがって、 y の増加量は、

$$16 - 1 = 15$$

です。

答え

15 増える。

8 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

チェックリスト

- x と y の対応から、関数の意味を説明できる。
- 比例の式 $y = ax$ を作ることができる。
- 比例の表を作ることができる。
- 反比例の式 $y = \frac{a}{x}$ を作ることができる。
- 反比例の表を作ることができる。
- 一次関数 $y = ax + b$ に値を代入できる。
- 一次関数の変化の割合を求められる。
- 二次関数 $y = ax^2$ に値を代入できる。
- 二次関数の y の増加量を求められる。

9 まとめ

関数の重要ポイント

- 関数では、 x を決めると y が 1 つに決まる。
- 比例は $y = ax$ 、反比例は $y = \frac{a}{x}$ の形で表す。
- 比例のグラフは原点を通る直線である。
- 一次関数は $y = ax + b$ の形で、変化の割合は a である。
- 二次関数 $y = ax^2$ では、 x を 2 乗してから a をかける。
- 関数では、表・式・グラフをつなげて考えることが大切である。

次に取り組むこと

関数の基礎が確認できたら、標準編でグラフの読み取り、変域、交点、文章題に進みましょう。