

# 中学数学

## 関数

### 標準編

偏差値 50 前後を目指す入試標準対策

比例・反比例・一次関数・二次関数を、  
表・式・グラフ・文章題でつなげて練習します。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	関数の基本と変化の見方	3
2.1	対応する値を読む	3
3	比例の標準問題	6
3.1	比例の式を作る	6
3.2	比例のグラフ	8
4	反比例の標準問題	11
4.1	反比例の式を作る	11
4.2	反比例の値を求める	13
5	一次関数の標準問題	16
5.1	一次関数の式を作る	16
5.2	2点を通る直線の式	18
5.3	一次関数のグラフと交点	21
6	一次関数の利用	24
6.1	料金の問題	24
7	二次関数 $y = ax^2$ の標準問題	26
7.1	式を求める	26
7.2	変化の割合	27
8	関数の融合問題	30
8.1	一次関数と二次関数の交点	30
9	単元まとめ練習問題	33
9.1	問題	33
9.2	解答解説	34
10	学習チェックリスト	37
11	まとめ	38

# 1 この教材の使い方

この教材は、関数の基本を理解した人が、入試の標準問題で安定して得点することを目標にした教材です。表、式、グラフ、文章題を行き来しながら、関数の見方を身につけます。

## 学習の進め方

1. まず「ポイント」で、問題の見方を確認します。
2. 例題では、「方針」で解く道筋をつかんでから「解き方」を読みます。
3. 練習問題では、表やグラフを自分で書いて確認します。
4. 最後のまとめ練習問題で、比例・反比例・一次関数・二次関数をまとめて確認します。

## 注意 この教材で大切にすること

関数では、**式だけでなく、表・グラフ・変化の割合を合わせて見ることが**大切です。答えが合っている場合でも、なぜその式になるのかを説明できるようにしましょう。

## 2 関数の基本と変化の見方

### 2.1 対応する値を読む

#### 関数の標準問題で見ること

関数の問題では、まず  $x$  と  $y$  の対応を確認します。表から式を作るときは、 **$x$  が 1 増えたときに  $y$  がどう変わるか**を見ます。

## 例題 1

次の表で、 $x$  が 1 増えるときの  $y$  の増え方を調べ、 $x = 5$  のときの  $y$  を求めなさい。

$x$	1	2	3	4	5
$y$	4	7	10	13	

## 方針

隣り合う  $y$  の値の差を見ます。

## 解き方

$y$  の値は、

$$4, 7, 10, 13$$

と並んでいます。

差を調べると、

$$7 - 4 = 3, \quad 10 - 7 = 3, \quad 13 - 10 = 3$$

です。

したがって、 $x$  が 1 増えると、 $y$  は 3 ずつ増えます。

$x = 5$  のときは、13 に 3 をたして、

$$13 + 3 = 16$$

です。

## 答え

$$y = 16$$

## 練習問題 1

次の表で、 $x = 5$  のときの  $y$  を求めなさい。

$x$	1	2	3	4	5
$y$	-1	3	7	11	

**解答解説 1****解き方**

$y$  の値は、 $-1, 3, 7, 11$  と並んでいます。

差を調べると、

$$3 - (-1) = 4, \quad 7 - 3 = 4, \quad 11 - 7 = 4$$

です。

$x$  が 1 増えると  $y$  は 4 ずつ増えるので、

$$11 + 4 = 15$$

です。

**答え**

$$y = 15$$

### 3 比例の標準問題

#### 3.1 比例の式を作る

##### 比例の式

比例の式は

$$y = ax$$

の形です。1組の  $x, y$  の値が分かれば、 $y = ax$  に代入して比例定数  $a$  を求めます。

**例題 2**

$y$  は  $x$  に比例し、 $x = 6$  のとき  $y = -18$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

**方針**

比例の式  $y = ax$  に、 $x = 6$ ,  $y = -18$  を代入します。

**解き方**

比例の式を

$$y = ax$$

とします。

$x = 6$ ,  $y = -18$  を代入すると、

$$-18 = 6a$$

です。

両辺を 6 で割ると、

$$a = -3$$

です。

したがって、比例の式は

$$y = -3x$$

です。

**答え**

$$y = -3x$$

**練習問題 2**

$y$  は  $x$  に比例し、 $x = -4$  のとき  $y = 12$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

## 解答解説 2

## 解き方

比例の式を  $y = ax$  とします。

$x = -4$ ,  $y = 12$  を代入すると、

$$12 = -4a$$

です。

両辺を  $-4$  で割ると、

$$a = -3$$

です。

## 答え

$$y = -3x$$

## 3.2 比例のグラフ

## 比例のグラフ

比例のグラフは、**原点を通る直線**です。式が  $y = ax$  のとき、 $a$  が正なら右上がり、 $a$  が負なら右下がりになります。

**例題 3**

比例  $y = 2x$  のグラフについて、 $x = 0, 1, 2$  のときの  $y$  の値を求め、グラフの特徴を答えなさい。

**方針**

$x$  に値を代入して表を作ります。比例なので、グラフは原点を通ります。

**解き方**

$x = 0$  のとき、

$$y = 2 \times 0 = 0$$

です。

$x = 1$  のとき、 $y = 2$ 、 $x = 2$  のとき、 $y = 4$  です。

$x$	0	1	2		
$y$	0	2	4		

このグラフは原点を通る右上がりの直線です。

**答え**

$y$  の値は 0, 2, 4。グラフは原点を通る右上がりの直線。

**練習問題 3**

比例  $y = -2x$  について、 $x = 0, 1, 2$  のときの  $y$  の値と、グラフの特徴を答えなさい。

**解答解説 3****解き方**

$x = 0$  のとき、 $y = 0$  です。

$x = 1$  のとき、

$$y = -2$$

です。

$x = 2$  のとき、

$$y = -4$$

です。

比例なので、グラフは原点を通ります。比例定数が負なので、右下がりの直線です。

**答え**

$y$  の値は  $0, -2, -4$ 。グラフは原点を通る右下がりの直線。

## 4 反比例の標準問題

### 4.1 反比例の式を作る

#### 反比例の式

反比例の式は

$$y = \frac{a}{x}$$

の形です。  $xy = a$  となるので、1組の  $x, y$  の値から  $a$  を求めます。

## 例題 4

$y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 3$  のとき  $y = 8$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

## 方針

反比例の式  $y = \frac{a}{x}$  に代入して、 $a$  を求めます。

## 解き方

反比例の式を

$$y = \frac{a}{x}$$

とします。

$x = 3$ ,  $y = 8$  を代入すると、

$$8 = \frac{a}{3}$$

です。

両辺に 3 をかけると、

$$a = 24$$

です。

したがって、式は

$$y = \frac{24}{x}$$

です。

## 答え

$$y = \frac{24}{x}$$

## 練習問題 4

$y$  は  $x$  に反比例し、 $x = -6$  のとき  $y = 5$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

**解答解説 4****解き方**

反比例の式を  $y = \frac{a}{x}$  とします。

$x = -6$ ,  $y = 5$  を代入すると、

$$5 = \frac{a}{-6}$$

です。

両辺に  $-6$  をかけると、

$$a = -30$$

です。

**答え**

$$y = \frac{-30}{x}$$

**4.2 反比例の値を求める****反比例の計算**

反比例では、 $x$  の値が 2 倍、3 倍になると、 $y$  の値は  $\frac{1}{2}$  倍、 $\frac{1}{3}$  倍になります。符号にも注意します。

## 例題 5

反比例  $y = \frac{18}{x}$  について、 $x = -3$  のときの  $y$  を求めなさい。

## 方針

式に  $x = -3$  を代入します。分数の符号に注意します。

## 解き方

$x = -3$  を代入すると、

$$y = \frac{18}{-3}$$

です。

$18 \div (-3) = -6$  なので、

$$y = -6$$

です。

## 答え

$$y = -6$$

## 練習問題 5

反比例  $y = \frac{-24}{x}$  について、 $x = 6$  のときの  $y$  を求めなさい。

## 解答解説 5

## 解き方

$x = 6$  を代入します。

$$y = \frac{-24}{6}$$

です。

$-24 \div 6 = -4$  なので、

$$y = -4$$

です。

## 答え

$$y = -4$$

## 5 一次関数の標準問題

### 5.1 一次関数の式を作る

#### 一次関数の式

一次関数の式は

$$y = ax + b$$

です。 $a$  は変化の割合、 $b$  は  $y$  切片です。表から式を作るときは、まず**変化の割合**を求めます。

## 例題 6

一次関数の表が次のようになっています。この一次関数の式を求めなさい。

$x$	0	1	2	3	
$y$	5	7	9	11	

## 方針

$x$  が 1 増えたときの  $y$  の増え方から  $a$  を求めます。 $x = 0$  のときの  $y$  から  $b$  を読み取ります。

## 解き方

$x$  が 1 増えると、 $y$  は

$$7 - 5 = 2$$

ずつ増えています。

したがって、変化の割合は  $a = 2$  です。

また、 $x = 0$  のとき  $y = 5$  なので、 $b = 5$  です。

よって、一次関数の式は

$$y = 2x + 5$$

です。

## 答え

$$y = 2x + 5$$

## 練習問題 6

次の表で表される一次関数の式を求めなさい。

$x$	0	1	2	3	
$y$	-3	1	5	9	

**解答解説 6****解き方**

$x$  が 1 増えると、 $y$  は 4 ずつ増えています。

したがって、 $a = 4$  です。

$x = 0$  のとき  $y = -3$  なので、 $b = -3$  です。

**答え**

$$y = 4x - 3$$

**5.2 2点を通る直線の式****2点から式を求める**

2点を通る直線の式を求めるときは、まず変化の割合を求めます。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

そのあと、 $y = ax + b$  に 1つの点を代入して  $b$  を求めます。

**例題 7**

点 (1, 3) と点 (4, 9) を通る直線の式を求めなさい。

**方針**

2 点の  $x$  と  $y$  の増加量から変化の割合を求めます。

**解き方**

$x$  の増加量は、

$$4 - 1 = 3$$

です。

$y$  の増加量は、

$$9 - 3 = 6$$

です。

したがって、変化の割合は、

$$a = \frac{6}{3} = 2$$

です。

式を  $y = 2x + b$  とします。

点 (1, 3) を代入すると、

$$3 = 2 \times 1 + b$$

です。

よって、 $b = 1$  です。

**答え**

$$y = 2x + 1$$

**練習問題 7**

点 (2, 1) と点 (5, 10) を通る直線の式を求めなさい。

## 解答解説 7

## 解き方

$x$  の増加量は、 $5 - 2 = 3$  です。

$y$  の増加量は、 $10 - 1 = 9$  です。

したがって、

$$a = \frac{9}{3} = 3$$

です。

式を  $y = 3x + b$  とし、点  $(2, 1)$  を代入します。

$$1 = 3 \times 2 + b$$

より、 $b = -5$  です。

## 答え

$$y = 3x - 5$$

### 5.3 一次関数のグラフと交点

#### 交点の求め方

2 直線の交点を求めるときは、2 つの式の  $y$  が等しいので、右辺どうしを等しくします。つまり、連立方程式として解きます。

**例題 8**

直線  $y = 2x + 1$  と直線  $y = -x + 7$  の交点の座標を求めなさい。

**方針**

交点では 2 つの式の  $y$  の値が同じです。右辺どうしを等しくします。

**解き方**

交点では、

$$2x + 1 = -x + 7$$

です。

両辺に  $x$  をたすと、

$$3x + 1 = 7$$

です。

両辺から 1 をひくと、

$$3x = 6$$

です。

したがって、

$$x = 2$$

です。

$y = 2x + 1$  に代入すると、

$$y = 2 \times 2 + 1 = 5$$

です。

**答え**

$$(2, 5)$$

**練習問題 8**

直線  $y = x + 4$  と直線  $y = -2x + 10$  の交点の座標を求めなさい。

**解答解説 8****解き方**

交点では、

$$x + 4 = -2x + 10$$

です。

両辺に  $2x$  をたすと、

$$3x + 4 = 10$$

です。

両辺から 4 をひくと、 $3x = 6$  なので、 $x = 2$  です。

$y = x + 4$  に代入すると、 $y = 6$  です。

**答え**

(2, 6)

## 6 一次関数の利用

### 6.1 料金の問題

#### 文章題で式を作る

基本料金と1個あたりの料金がある問題では、一次関数

$$y = ax + b$$

を使います。 $a$  は1単位あたりの増え方、 $b$  は最初からある量です。

#### 例題 9

あるタクシー料金は、基本料金が600円で、1kmごとに200円ずつ増えます。乗った距離を $x$ km、料金を $y$ 円として、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。また、5km乗ったときの料金を求めなさい。

#### 方針

基本料金が $y$ 切片、1kmごとの増え方が変化の割合です。

#### 解き方

1kmごとに200円ずつ増えるので、変化の割合は200です。

基本料金は600円なので、式は

$$y = 200x + 600$$

です。

5km乗ったときは、 $x = 5$ を代入します。

$$y = 200 \times 5 + 600 = 1600$$

です。

#### 答え

式： $y = 200x + 600$ 、5kmの料金：1600円

**練習問題 9**

基本料金が 500 円で、1km ごとに 150 円ずつ増える料金があります。距離を  $x$ km、料金を  $y$  円として式を作り、8km の料金を求めなさい。

**解答解説 9****解き方**

1km ごとの増え方は 150 円なので、変化の割合は 150 です。

基本料金が 500 円なので、

$$y = 150x + 500$$

です。

$x = 8$  を代入すると、

$$y = 150 \times 8 + 500 = 1700$$

です。

**答え**

式： $y = 150x + 500$ 、8km の料金：1700 円

## 7 二次関数 $y = ax^2$ の標準問題

### 7.1 式を求める

#### $y = ax^2$ の式

中学で扱う二次関数の基本形は

$$y = ax^2$$

です。1組の  $x, y$  の値が分かれば、代入して  $a$  を求めます。

#### 例題 10

二次関数  $y = ax^2$  で、 $x = 3$  のとき  $y = 18$  です。 $a$  を求め、式を答えなさい。

#### 方針

$y = ax^2$  に  $x = 3$ ,  $y = 18$  を代入します。

#### 解き方

$x = 3$ ,  $y = 18$  を代入すると、

$$18 = a \times 3^2$$

です。

$3^2 = 9$  なので、

$$18 = 9a$$

です。

両辺を 9 で割ると、

$$a = 2$$

です。

#### 答え

$$y = 2x^2$$

## 練習問題 10

二次関数  $y = ax^2$  で、 $x = -2$  のとき  $y = 12$  です。式を求めなさい。

## 解答解説 10

## 解き方

$x = -2$ ,  $y = 12$  を代入します。

$$12 = a \times (-2)^2$$

です。

$(-2)^2 = 4$  なので、 $12 = 4a$  です。

したがって、 $a = 3$  です。

## 答え

$$y = 3x^2$$

## 7.2 変化の割合

## 二次関数の変化の割合

二次関数  $y = ax^2$  では、変化の割合は一定ではありません。区間ごとに

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

で求めます。

**例題 11**

二次関数  $y = x^2$  について、 $x$  が 1 から 4 まで増えるときの変化の割合を求めなさい。

**方針**

$x = 1$  と  $x = 4$  のときの  $y$  の値を求め、増加量の比を計算します。

**解き方**

$x = 1$  のとき、

$$y = 1^2 = 1$$

です。

$x = 4$  のとき、

$$y = 4^2 = 16$$

です。

$y$  の増加量は、

$$16 - 1 = 15$$

です。

$x$  の増加量は、

$$4 - 1 = 3$$

です。

したがって、変化の割合は、

$$\frac{15}{3} = 5$$

です。

**答え**

5

**練習問題 11**

二次関数  $y = 2x^2$  について、 $x$  が 1 から 3 まで増えるときの変化の割合を求めなさい。

**解答解説 11****解き方**

$x = 1$  のとき、 $y = 2 \times 1^2 = 2$  です。

$x = 3$  のとき、 $y = 2 \times 3^2 = 18$  です。

$y$  の増加量は、 $18 - 2 = 16$  です。

$x$  の増加量は、 $3 - 1 = 2$  です。

したがって、

$$\frac{16}{2} = 8$$

です。

**答え**

8

## 8 関数の融合問題

### 8.1 一次関数と二次関数の交点

交点は式を等しくする

グラフの交点では、2つの関数の  $y$  の値が同じです。一次関数と二次関数の交点も、式を等しくして方程式を解きます。

**例題 12**

二次関数  $y = x^2$  と一次関数  $y = 2x + 3$  の交点の  $x$  座標を求めなさい。

**方針**

交点では  $x^2 = 2x + 3$  です。二次方程式に直して解きます。

**解き方**

交点では、

$$x^2 = 2x + 3$$

です。

右辺を左辺に移項します。

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

因数分解すると、

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

です。

したがって、

$$x = 3, \quad x = -1$$

です。

**答え**

$$x = 3, -1$$

**練習問題 12**

二次関数  $y = x^2$  と一次関数  $y = x + 2$  の交点の  $x$  座標を求めなさい。

**解答解説 12****解き方**

交点では、

$$x^2 = x + 2$$

です。

移項すると、

$$x^2 - x - 2 = 0$$

です。

因数分解すると、

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

です。

**答え**

$$x = 2, -1$$

## 9 単元まとめ練習問題

ここでは、関数の標準問題をまとめて確認します。式を作る問題では、何を  $x$ 、何を  $y$  としているかを確認しましょう。

### 9.1 問題

#### 練習問題 まとめ 1

$y$  は  $x$  に比例し、 $x = 5$  のとき  $y = -20$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

#### 練習問題 まとめ 2

$y$  は  $x$  に反比例し、 $x = 4$  のとき  $y = 9$  です。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

#### 練習問題 まとめ 3

点  $(1, 2)$  と点  $(3, 8)$  を通る直線の式を求めなさい。

#### 練習問題 まとめ 4

直線  $y = 3x - 1$  と直線  $y = -x + 7$  の交点の座標を求めなさい。

#### 練習問題 まとめ 5

二次関数  $y = ax^2$  で、 $x = 2$  のとき  $y = -12$  です。式を求めなさい。

#### 練習問題 まとめ 6

二次関数  $y = x^2$  について、 $x$  が  $-1$  から  $3$  まで増えるときの変化の割合を求めなさい。

## 9.2 解答解説

### 解答解説 まとめ 1

#### 解き方

比例の式を  $y = ax$  とします。

$x = 5, y = -20$  を代入すると、 $-20 = 5a$  です。

したがって、 $a = -4$  です。

#### 答え

$$y = -4x$$

### 解答解説 まとめ 2

#### 解き方

反比例の式を  $y = \frac{a}{x}$  とします。

$x = 4, y = 9$  を代入すると、 $9 = \frac{a}{4}$  です。

よって、 $a = 36$  です。

#### 答え

$$y = \frac{36}{x}$$

**解答解説 まとめ 3****解き方**

$x$  の増加量は  $3 - 1 = 2$ 、 $y$  の増加量は  $8 - 2 = 6$  です。

変化の割合は  $6 \div 2 = 3$  です。

式を  $y = 3x + b$  とし、点  $(1, 2)$  を代入します。

$$2 = 3 + b$$

なので、 $b = -1$  です。

**答え**

$$y = 3x - 1$$

**解答解説 まとめ 4****解き方**

交点では、

$$3x - 1 = -x + 7$$

です。

両辺に  $x$  をたすと、 $4x - 1 = 7$  です。

両辺に  $1$  をたすと、 $4x = 8$  なので、 $x = 2$  です。

$y = 3x - 1$  に代入すると、 $y = 5$  です。

**答え**

$$(2, 5)$$

**解答解説 まとめ 5****解き方**

$y = ax^2$  に  $x = 2$ ,  $y = -12$  を代入します。

$$-12 = 4a$$

です。

よって、 $a = -3$  です。

**答え**

$$y = -3x^2$$

**解答解説 まとめ 6****解き方**

$x = -1$  のとき、 $y = (-1)^2 = 1$  です。

$x = 3$  のとき、 $y = 3^2 = 9$  です。

$y$  の増加量は  $9 - 1 = 8$ 、 $x$  の増加量は  $3 - (-1) = 4$  です。

したがって、変化の割合は

$$\frac{8}{4} = 2$$

です。

**答え**

2

## 10 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

### チェックリスト

- 比例の式  $y = ax$  を作ることができる。
- 反比例の式  $y = \frac{a}{x}$  を作ることができる。
- 一次関数の変化の割合を求めることができる。
- 表から一次関数の式を求めることができる。
- 2点を通る直線の式を求めることができる。
- 2直線の交点を求めることができる。
- 一次関数の文章題で式を作ることができる。
- 二次関数  $y = ax^2$  の式を求めることができる。
- 二次関数の変化の割合を求めることができる。
- 一次関数と二次関数の交点を方程式で求めることができる。

## 11 まとめ

### 関数の重要ポイント

- 比例の式は  $y = ax$  で、グラフは原点を通る直線である。
- 反比例の式は  $y = \frac{a}{x}$  で、 $xy = a$  を使って式を作る。
- 一次関数の式は  $y = ax + b$  で、 $a$  は変化の割合、 $b$  は  $y$  切片である。
- 2点から直線の式を求めるときは、まず変化の割合を求める。
- 2直線の交点では、2つの式の  $y$  の値が等しい。
- 二次関数  $y = ax^2$  では、変化の割合は区間によって変わる。
- グラフの交点は、式を等しくして方程式を解く。

### 次に取り組むこと

関数の標準問題が安定したら、文章題や図形との融合問題に進みましょう。一次関数と二次関数の交点は、高校入試でもよく出る重要な考え方です。