

中学数学

平面図形と空間図形

基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

角度・作図・面積・体積・表面積を、
基本問題で落とさないレベルまで練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	平面図形の基本	3
2.1	点・直線・線分・角	3
2.2	平行線と角	5
2.3	三角形と多角形の角	7
3	作図の基本	9
3.1	垂直二等分線	9
3.2	角の二等分線	11
4	平面図形の面積	13
4.1	三角形・四角形の面積	13
4.2	円の面積と円周	18
5	空間図形の基本	20
5.1	立体の名前と見方	20
5.2	柱体の体積	22
5.3	錐体の体積	24
5.4	表面積	27
6	単元まとめ練習問題	32
6.1	問題	32
6.2	解答解説	34
7	学習チェックリスト	37
8	まとめ	38

1 この教材の使い方

この教材は、平面図形と空間図形の基本を確認するための基礎教材です。合同・相似は別教材で扱うため、この教材では、角度、作図、面積、立体の見方、体積、表面積を中心に学習します。

学習の進め方

1. まず「ポイント」を読んで、公式や図形の見方を確認します。
2. 例題では、「方針」でどこに注目するかを確認してから「解き方」を読みます。
3. 図がある問題では、分かっている角度や長さを図に書き込みます。
4. 最後の練習問題で、単元全体の基本を確認します。

注意 この教材で大切にすること

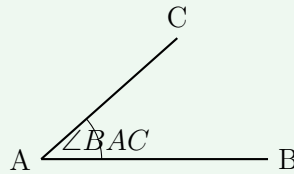
図形問題では、**公式を覚えること**だけでなく、**図に条件を書き込むこと**が大切です。頭の中だけで考えず、角度、長さ、底面、高さを図で確認しましょう。

2 平面図形の基本

2.1 点・直線・線分・角

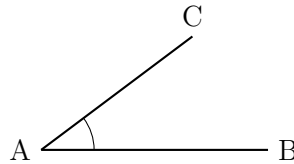
図形の基本用語

点と点をまっすぐ結んだものを線分といいます。1つの点から出る2本の半直線でできる開きを角といいます。角の大きさは度で表します。



例題 1

次の図で、角の名前を記号で表しなさい。



方針

角を表すときは、角の頂点を真ん中に書きます。

解き方

図では、2本の線分が点 A から出ています。

したがって、この角の頂点は A です。

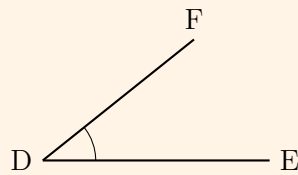
角の名前では、頂点 A を真ん中にして、B、A、C の順に書きます。

答え

$\angle BAC$

練習問題 1

点 D を頂点とし、線分 DE と線分 DF でできる角を記号で表しなさい。



解答解説 1

解き方

角の頂点は D です。

角を表す記号では、頂点を真ん中に書きます。

したがって、E、D、F の順に書けばよいです。

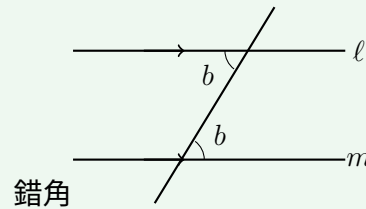
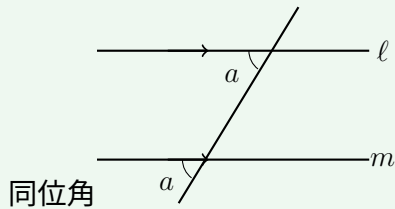
答え

$$\angle EDF$$

2.2 平行線と角

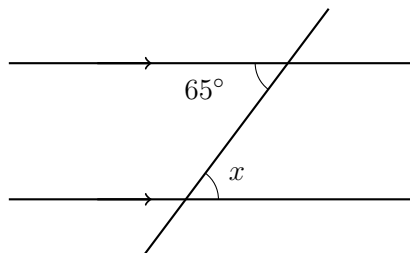
平行線の角

2本の平行な直線に1本の直線が交わるとき、**同位角**と**錯角**はそれぞれ等しくなります。一直線の角は 180° です。



例題 2

下の図で、 x の大きさを求めなさい。ただし、2本の横の直線は平行です。



方針

平行線にできる錯角または同位角を探します。

解き方

2本の横の直線は平行です。

図の 65° の角と x の角は、平行線でできる錯角です。

平行線の錯角は等しいので、

$$x = 65^\circ$$

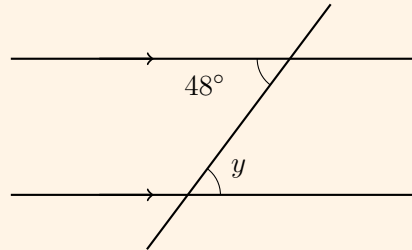
です。

答え

$$x = 65^\circ$$

練習問題 2

2本の平行な直線に1本の直線が交わっています。ある錯角が 48° のとき、対応する錯角の大きさを求めなさい。



解答解説 2

解き方

平行線でできる錯角は等しくなります。

したがって、対応する錯角も 48° です。

答え

48°

2.3 三角形と多角形の角

角の和

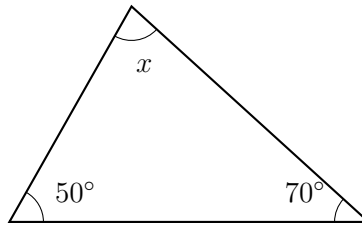
三角形の内角の和は 180° です。四角形の内角の和は 360° です。

$$\text{三角形の内角の和} = 180^\circ$$

$$\text{四角形の内角の和} = 360^\circ$$

例題 3

三角形の 2 つの角が 50° 、 70° のとき、残りの角を求めなさい。



方針

三角形の内角の和が 180° であることを使います。

解き方

三角形の内角の和は 180° です。

分かっている 2 つの角の和は、

$$50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$$

です。

残りの角は、

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

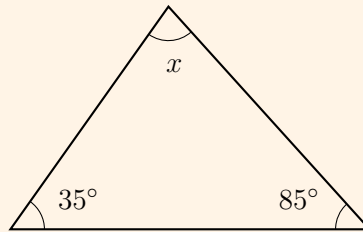
です。

答え

$$60^\circ$$

練習問題 3

三角形の 2 つの角が 35° 、 85° のとき、残りの角を求めなさい。



解答解説 3

解き方

三角形の内角の和は 180° です。

分かっている角の和は、

$$35^\circ + 85^\circ = 120^\circ$$

です。

残りの角は、

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

です。

答え

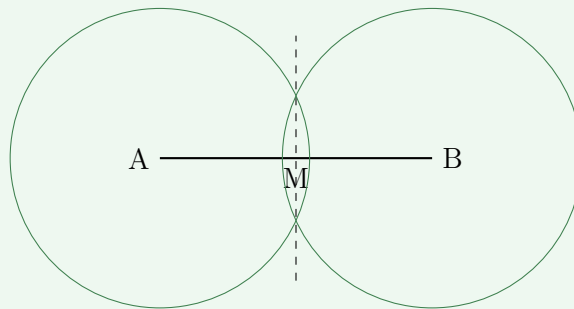
$$60^\circ$$

3 作図の基本

3.1 垂直二等分線

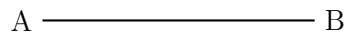
垂直二等分線とは

線分の真ん中を通り、その線分に垂直な直線を垂直二等分線といいます。コンパスでは、線分の両端から同じ半径の円をかくことで作図します。



例題 4

線分 AB の垂直二等分線を作図するとき、最初にコンパスで何をすればよいですか。



方針

垂直二等分線は、線分の両端から同じ距離にある点を見つけて作図します。

解き方

まず、コンパスを線分 AB の半分より長く開きます。

次に、点 A を中心に円の一部をかきます。

同じ半径のまま、点 B を中心に円の一部をかきます。

2つの円が交わる点を結ぶと、垂直二等分線になります。

答え

点 A と点 B を中心に、同じ半径の円の一部をかく。

練習問題 4

垂直二等分線を作図するとき、コンパスの幅を途中で変えてよいですか。理由も答えなさい。

A ————— B

解答解説 4**解き方**

コンパスの幅を途中で変えてはいけません。

垂直二等分線では、点 A からの距離と点 B からの距離が同じ点を見つける必要があります。

そのため、同じ半径で円をかくことが大切です。

答え

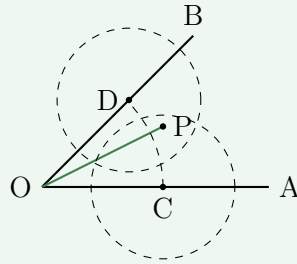
変えてはいけません。同じ距離の点を見つけるため。

3.2 角の二等分線

角の二等分線の作図

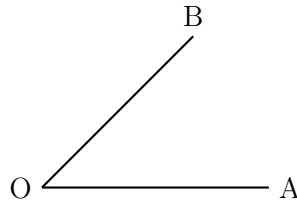
1つの角を同じ大きさの2つの角に分ける直線を角の二等分線といいます。

作図では、まず頂点を中心に弧をかき、2つの辺との交点をつくります。次に、その2点を中心に同じ半径で弧をかき、できた交点と頂点を結ぶと角の二等分線になります。



例題 5

$\angle AOB$ の角の二等分線を作図するとき、最初にコンパスで何をすればよいですか。



方針

角の二等分線では、2つの辺から同じ距離にある点をつくって作図します。

解き方

まず、点Oを中心に弧をかきます。

すると、弧が辺OA、辺OBと交わる2点ができます。

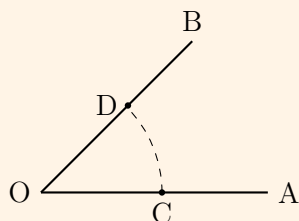
この2点をもとにして、次の作図を進めます。

答え

点Oを中心に弧をかき、辺OAと辺OBとの交点をつくる。

練習問題 5

角の二等分線を作図するとき、辺 OA、辺 OB 上にできた 2 点 C、D から、次に何をすればよいですか。



解答解説 5

解き方

点 C、点 D を中心に、同じ半径で弧をかきます。

すると、2 つの弧が交わる点ができます。

その交点と頂点 O を結ぶと、角の二等分線になります。

答え

点 C と点 D を中心に同じ半径の弧をかき、その交点と点 O を結ぶ。

4 平面図形の面積

4.1 三角形・四角形の内積

面積の基本公式

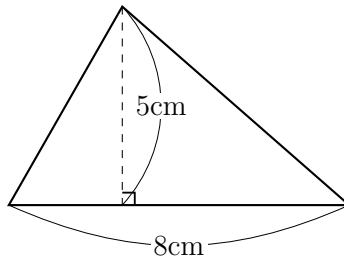
$$\text{三角形の内積} = \text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$$

$$\text{平行四辺形の内積} = \text{底辺} \times \text{高さ}$$

$$\text{台形の内積} = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

例題 6

底辺が 8cm、高さが 5cm の三角形の面積を求めなさい。



方針

三角形の面積は、底辺 × 高さ ÷ 2 で求めます。

解き方

三角形の面積の公式は、

$$\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$$

です。

底辺が 8cm、高さが 5cm なので、

$$8 \times 5 \div 2 = 20$$

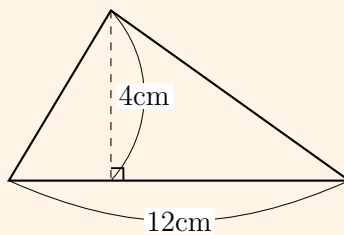
です。

答え

$$20\text{cm}^2$$

練習問題 6

底辺が 12cm、高さが 4cm の三角形の面積を求めなさい。



解答解説 6**解き方**

三角形の面積は、底辺 × 高さ ÷ 2 です。

したがって、

$$12 \times 4 \div 2 = 24$$

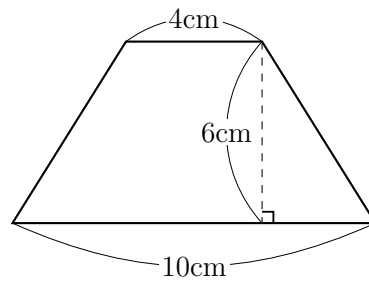
です。

答え

$$24\text{cm}^2$$

例題 7

上底が 4cm、下底が 10cm、高さが 6cm の台形の面積を求めなさい。



方針

台形の面積は、上底と下底をたしてから、高さをかけて 2 で割ります。

解き方

台形の面積の公式は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

数を代入すると、

$$(4 + 10) \times 6 \div 2 = 14 \times 6 \div 2 = 42$$

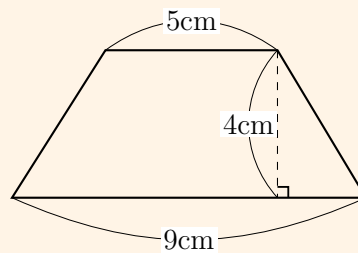
です。

答え

$$42\text{cm}^2$$

練習問題 7

上底が 5cm、下底が 9cm、高さが 4cm の台形の面積を求めなさい。



解答解説 7**解き方**

台形の面積は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

したがって、

$$(5 + 9) \times 4 \div 2 = 14 \times 4 \div 2 = 28$$

です。

答え

$$28\text{cm}^2$$

4.2 円の面積と円周

円の公式

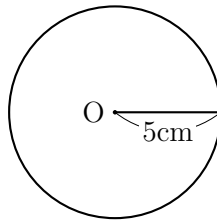
半径を r とすると、円の面積と円周は次のように表せます。

$$\text{円の面積} = \pi r^2$$

$$\text{円周} = 2\pi r$$

例題 8

半径が 5cm の円の面積と円周を求めなさい。



方針

面積は πr^2 、円周は $2\pi r$ を使います。

解き方

半径は 5cm です。

円の面積は、

$$\pi \times 5^2 = 25\pi$$

です。

円周は、

$$2\pi \times 5 = 10\pi$$

です。

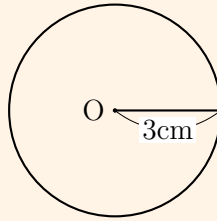
答え

面積： $25\pi\text{cm}^2$

円周： $10\pi\text{cm}$

練習問題 8

半径が 3cm の円の面積と円周を求めなさい。



解答解説 8

解き方

円の面積は πr^2 です。

$$\pi \times 3^2 = 9\pi$$

です。

円周は $2\pi r$ です。

$$2\pi \times 3 = 6\pi$$

です。

答え

面積： $9\pi\text{cm}^2$

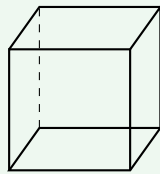
円周： $6\pi\text{cm}$

5 空間図形の基本

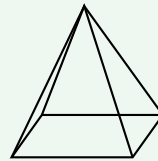
5.1 立体の名前と見方

柱体と錐体

同じ形の底面が 2 つあり、側面が長方形や平行四辺形になる立体を柱体といいます。底面が 1 つで、側面が三角形になる立体を錐体といいます。



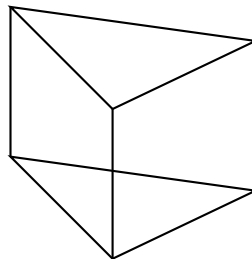
角柱



角錐

例題 9

底面が三角形で、同じ形の底面が 2 つある立体の名前を答えなさい。



方針

同じ形の底面が 2 つあるので、柱体です。底面の形も確認します。

解き方

同じ形の底面が 2 つある立体は柱体です。

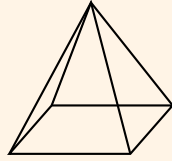
底面が三角形なので、三角柱といいます。

答え

三角柱

練習問題 9

底面が四角形で、側面が三角形で1つの頂点に集まる立体の名前を答えなさい。

**解答解説 9****解き方**

側面が三角形で1つの頂点に集まる立体は錐体です。

底面が四角形なので、四角錐です。

答え

四角錐

5.2 柱体の体積

柱体の体積

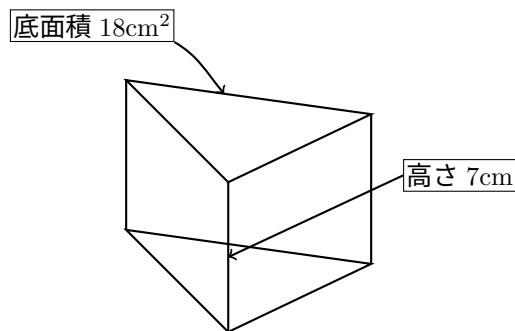
柱体の体積は、底面積に高さをかけて求めます。

$$\text{柱体の体積} = \text{底面積} \times \text{高さ}$$

円柱でも角柱でも、考え方は同じです。

例題 10

底面積が 18cm^2 、高さが 7cm の三角柱の体積を求めなさい。



方針

柱体の体積は、底面積 \times 高さで求めます。

解き方

三角柱は柱体なので、体積は

$$\text{底面積} \times \text{高さ}$$

です。

底面積が 18cm^2 、高さが 7cm なので、

$$18 \times 7 = 126$$

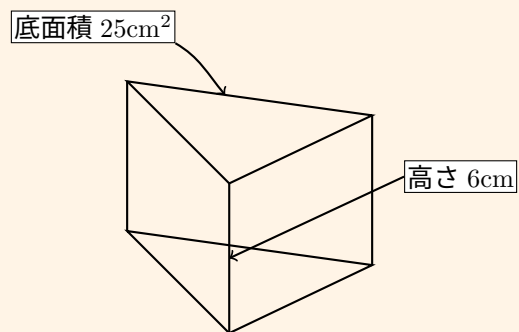
です。

答え

$$126\text{cm}^3$$

練習問題 10

底面積が 25cm^2 、高さが 6cm の角柱の体積を求めなさい。



解答解説 10

解き方

柱体の体積は、底面積 \times 高さです。

したがって、

$$25 \times 6 = 150$$

です。

答え

$$150\text{cm}^3$$

5.3 錐体の体積

錐体の体積

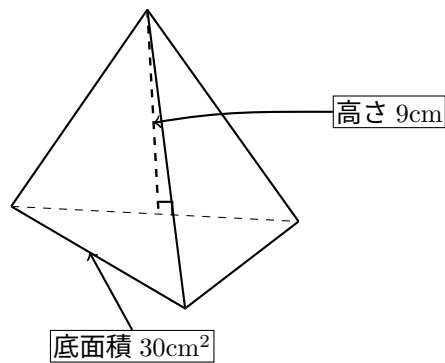
錐体の体積は、同じ底面積・同じ高さの柱体の $\frac{1}{3}$ です。

$$\text{錐体の体積} = \text{底面積} \times \text{高さ} \div 3$$

円錐でも角錐でも、考え方は同じです。

例題 11

底面積が 30cm^2 、高さが 9cm の三角錐の体積を求めなさい。



方針

錐体の体積は、底面積 \times 高さ $\div 3$ で求めます。

解き方

三角錐は錐体です。

したがって、体積は

$$\text{底面積} \times \text{高さ} \div 3$$

です。

数を代入すると、

$$30 \times 9 \div 3 = 90$$

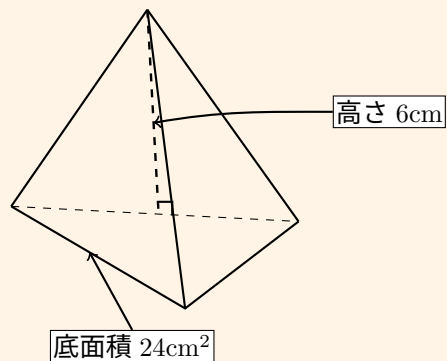
です。

答え

$$90\text{cm}^3$$

練習問題 11

底面積が 24cm^2 、高さが 6cm の三角錐の体積を求めなさい。



解答解説 11

解き方

三角錐は錐体です。

錐体の体積は、底面積 \times 高さ $\div 3$ です。

したがって、

$$24 \times 6 \div 3 = 48$$

です。

答え

$$48\text{cm}^3$$

5.4 表面積

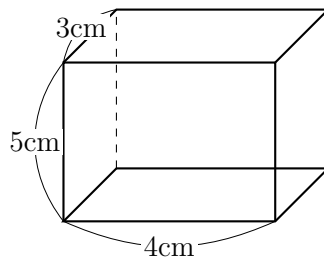
表面積の考え方

表面積は、立体のすべての面の面積の合計です。展開図を考えると、底面と側面を分けて計算しやすくなります。

$$\text{表面積} = \text{底面の面積の合計} + \text{側面の面積の合計}$$

例題 12

たて 3cm、横 4cm、高さ 5cm の直方体の表面積を求めなさい。



方針

直方体には、同じ面が 2 枚ずつあります。3 種類の長方形の面積を求めて 2 倍します。

解き方

直方体の面は、次の 3 種類の長方形が 2 枚ずつあります。

たて 3cm、横 4cm の面は、

$$3 \times 4 = 12$$

です。

たて 3cm、高さ 5cm の面は、

$$3 \times 5 = 15$$

です。

横 4cm、高さ 5cm の面は、

$$4 \times 5 = 20$$

です。

これらが 2 枚ずつあるので、

$$(12 + 15 + 20) \times 2 = 94$$

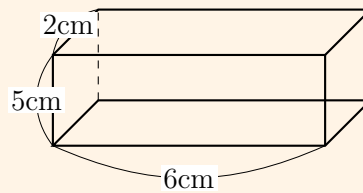
です。

答え

$$94\text{cm}^2$$

練習問題 12

たて 2cm、横 6cm、高さ 5cm の直方体の表面積を求めなさい。



解答解説 12

解き方

直方体には、3種類の面が2枚ずつあります。

それぞれの面積は、

$$2 \times 6 = 12, 2 \times 5 = 10, 6 \times 5 = 30$$

です。

したがって、表面積は、

$$(12 + 10 + 30) \times 2 = 104$$

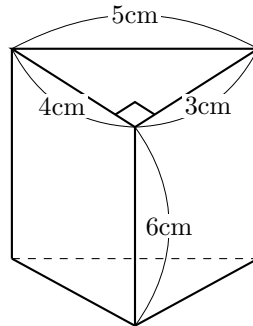
です。

答え

$$104\text{cm}^2$$

例題 13

底面が、辺の長さが 3cm、4cm、5cm の直角三角形で、高さが 6cm の三角柱の表面積を求めなさい。



方針

表面積は、**2つの底面**と**3つの側面**の面積をすべて足して求めます。

解き方

底面は直角三角形なので、1枚の面積は

$$3 \times 4 \div 2 = 6$$

cm² です。

底面は 2枚あるので、底面の面積の合計は

$$6 \times 2 = 12$$

cm² です。

側面は、たて 6cm の長方形が 3枚あります。

それぞれの面積は

$$3 \times 6 = 18, \quad 4 \times 6 = 24, \quad 5 \times 6 = 30$$

cm² です。

したがって、表面積は

$$12 + 18 + 24 + 30 = 84$$

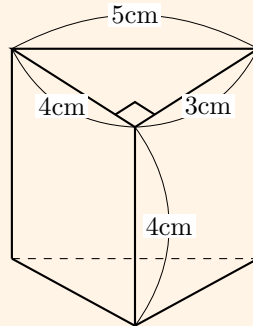
cm² です。

答え

$$84\text{cm}^2$$

練習問題 13

底面が、辺の長さが 3cm、4cm、5cm の直角三角形で、高さが 4cm の三角柱の表面積を求めなさい。



解答解説 13

解き方

底面は直角三角形なので、1枚の面積は

$$3 \times 4 \div 2 = 6$$

cm² です。

底面 2枚の面積の合計は

$$6 \times 2 = 12$$

cm² です。

側面の面積は

$$3 \times 4 = 12, \quad 4 \times 4 = 16, \quad 5 \times 4 = 20$$

cm² です。

したがって、表面積は

$$12 + 12 + 16 + 20 = 60$$

cm² です。

答え

$$60\text{cm}^2$$

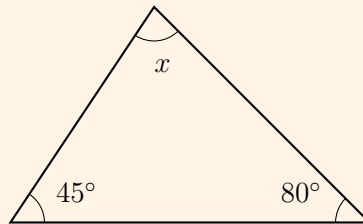
6 単元まとめ練習問題

ここでは、平面図形と空間図形の基本をまとめて確認します。

6.1 問題

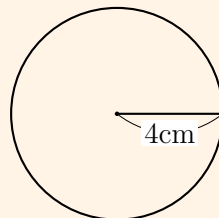
練習問題 まとめ 1

三角形の2つの角が 45° 、 80° のとき、残りの角を求めなさい。



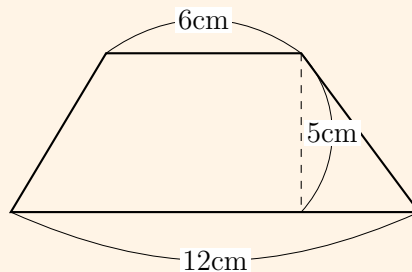
練習問題 まとめ 2

半径 4cm の円の面積と円周を求めなさい。



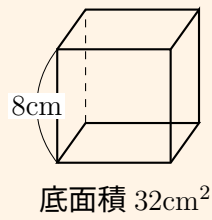
練習問題 まとめ 3

上底 6cm 、下底 12cm 、高さ 5cm の台形の面積を求めなさい。



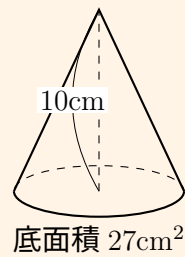
練習問題 まとめ 4

底面積が 32cm^2 、高さが 8cm の角柱の体積を求めなさい。



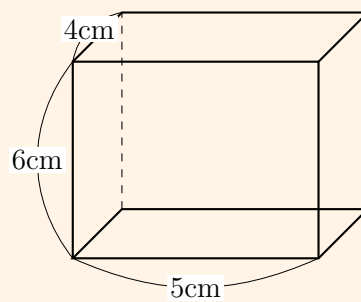
練習問題 まとめ 5

底面積が 27cm^2 、高さが 10cm の円錐の体積を求めなさい。



練習問題 まとめ 6

たて 4cm 、横 5cm 、高さ 6cm の直方体の表面積を求めなさい。



6.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

三角形の内角の和は 180° です。

分かっている角の和は、

$$45^\circ + 80^\circ = 125^\circ$$

です。

残りの角は、

$$180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

です。

答え

$$55^\circ$$

解答解説 まとめ 2

解き方

円の面積は πr^2 です。

$$\pi \times 4^2 = 16\pi$$

です。

円周は $2\pi r$ です。

$$2\pi \times 4 = 8\pi$$

です。

答え

面積： $16\pi\text{cm}^2$

円周： $8\pi\text{cm}$

解答解説 まとめ 3**解き方**

台形の面積は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

したがって、

$$(6 + 12) \times 5 \div 2 = 45$$

です。

答え

$$45\text{cm}^2$$

解答解説 まとめ 4**解き方**

角柱の体積は、底面積 \times 高さです。

したがって、

$$32 \times 8 = 256$$

です。

答え

$$256\text{cm}^3$$

解答解説 まとめ 5**解き方**

円錐は錐体なので、体積は底面積 × 高さ ÷ 3 です。

したがって、

$$27 \times 10 \div 3 = 90$$

です。

答え

$$90\text{cm}^3$$

解答解説 まとめ 6**解き方**

直方体の表面積は、3種類の長方形の面積を求めて2倍します。

それぞれの面積は、

$$4 \times 5 = 20, \quad 4 \times 6 = 24, \quad 5 \times 6 = 30$$

です。

したがって、

$$(20 + 24 + 30) \times 2 = 148$$

です。

答え

$$148\text{cm}^2$$

7 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

チェックリスト

- 角の名前を、頂点を真ん中にして表せる。
- 平行線の同位角・錯角が等しいことを使える。
- 三角形や四角形の角の和を使える。
- 垂直二等分線と角の二等分線の意味を説明できる。
- 三角形、平行四辺形、台形の面積を求められる。
- 円の面積と円周を求められる。
- 柱体と錐体の違いを説明できる。
- 柱体と錐体の体積を求められる。
- 直方体や三角柱の表面積を求められる。

8 まとめ

平面図形と空間図形の重要ポイント

- 角を表すときは、頂点を真ん中に書く。
- 平行線では、同位角と錯角が等しい。
- 三角形の内角の和は 180° 、四角形の内角の和は 360° である。
- 三角形の面積は、底辺 \times 高さ $\div 2$ である。
- 円の面積は πr^2 、円周は $2\pi r$ である。
- 柱体の体積は、底面積 \times 高さである。
- 錐体の体積は、底面積 \times 高さ $\div 3$ である。
- 表面積は、すべての面の面積を合計して求める。三角柱では、2つの底面と3つの側面に分けて考える。

次に取り組むこと

平面図形と空間図形の基本が確認できたら、合同や相似、円周角、三平方の定理へ進みましょう。図形問題では、図に条件を書き込む習慣が得点につながります。