

# 中学数学

## 平面図形と空間図形

### 標準編

偏差値 50 前後で安定して得点するための図形対策

角度・面積・体積・表面積の標準問題を、  
入試の小問から中間レベルまで練習します。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	角度の標準問題	3
2.1	平行線と角	3
2.2	三角形と多角形の角	6
3	作図の利用	9
3.1	垂直二等分線と角の二等分線	9
4	面積の標準問題	11
4.1	三角形・台形的面積	11
4.2	円とおうぎ形	16
5	立体の体積	18
5.1	柱体と錐体の体積	18
6	表面積の標準問題	23
6.1	直方体と三角柱の表面積	23
7	球の体積と表面積	28
7.1	球の公式	28
8	単元まとめ練習問題	33
8.1	問題	33
8.2	解答解説	35
9	学習チェックリスト	38
10	まとめ	39

## 1 この教材の使い方

この教材は、平面図形と空間図形の標準問題で安定して得点するための教材です。合同と相似は別教材で扱うため、この教材では、角度、作図、面積、円、立体、体積、表面積を中心に扱います。

### 学習の進め方

1. まず「ポイント」で、公式や考え方を確認します。
2. 例題では、図に角度や長さを書き込むつもりで読みます。
3. 「方針」で、どこに注目するかを確認します。
4. 練習問題では、途中式と図の見方を自分で説明できるか確認します。

### 注意 この教材で大切にすること

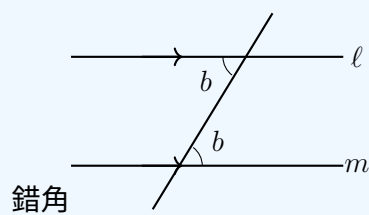
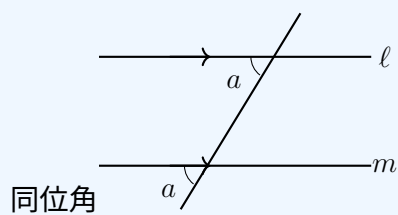
標準問題では、公式をそのまま使うだけでなく、**必要な角度や長さを自分で見つけること**が大切です。図形の条件を図に整理してから計算しましょう。

## 2 角度の標準問題

### 2.1 平行線と角

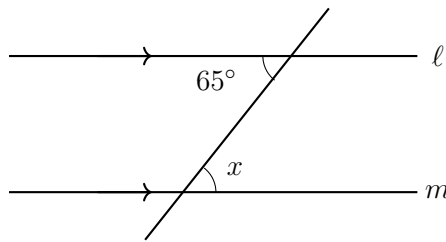
#### 平行線の角度

2本の平行な直線に1本の直線が交わる時、**同位角**と**錯角**はそれぞれ等しくなります。



**例題 1**

次の図で、 $l \parallel m$  のとき、 $x$  の大きさを求めなさい。



**方針**

平行線の錯角に注目します。

**解き方**

$l \parallel m$  なので、錯角は等しくなります。

図の  $65^\circ$  の角と  $x$  は錯角の位置にあります。

したがって、

$$x = 65^\circ$$

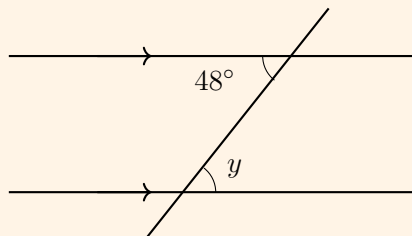
です。

**答え**

$$65^\circ$$

**練習問題 1**

次の図で、 $l \parallel m$  のとき、 $y$  の大きさを求めなさい。



**解答解説 1****解き方**

2つの直線は平行なので、錯角は等しくなります。

$48^\circ$ の角と  $y$  は錯角の位置にあります。

したがって、

$$y = 48^\circ$$

です。

**答え**

$$48^\circ$$

## 2.2 三角形と多角形の角

### 内角の和と外角の和

三角形の内角の和は  $180^\circ$  です。多角形の内角の和は、三角形に分けて考えると求められます。

$$n \text{ 角形の内角の和} = 180^\circ \times (n - 2)$$

また、**多角形の外角の和は、何角形でも  $360^\circ$  です。**

### 例題 2

五角形の内角の和を求めなさい。

#### 方針

五角形を三角形に分けて考えます。

#### 解き方

五角形は、1つの頂点から対角線を引くと、3つの三角形に分けられます。

三角形1つの内角の和は  $180^\circ$  です。

したがって、五角形の内角の和は、

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

です。

#### 答え

$$540^\circ$$

### 練習問題 2

六角形の内角の和を求めなさい。

**解答解説 2****解き方**

六角形は、1つの頂点から対角線を引くと、4つの三角形に分けられます。

したがって、内角の和は、

$$180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

です。

**答え**

$$720^\circ$$

**例題 3**

正八角形の1つの外角の大きさを求めなさい。

**方針**

外角の和が  $360^\circ$  であることを使います。

**解き方**

正八角形では、8つの外角はすべて等しくなります。

多角形の外角の和は  $360^\circ$  なので、1つ分は、

$$360^\circ \div 8 = 45^\circ$$

です。

**答え**

$$45^\circ$$

**練習問題 3**

正十角形の1つの外角の大きさを求めなさい。

**解答解説 3****解き方**

正十角形では、10 個の外角がすべて等しくなります。

多角形の外角の和は  $360^\circ$  なので、1 つ分は、

$$360^\circ \div 10 = 36^\circ$$

です。

**答え**

$$36^\circ$$

### 3 作図の利用

#### 3.1 垂直二等分線と角の二等分線

##### 作図で使う考え方

垂直二等分線上の点は、線分の両端からの距離が等しくなります。角の二等分線上の点は、角の2つの辺からの距離が等しくなります。

##### 例題 4

点 A、点 B から等しい距離にある点 P を作図で求めるとき、何を作図すればよいですか。

A ————— B

##### 方針

「2点からの距離が等しい点」は、垂直二等分線上にあります。

##### 解き方

点 A と点 B から等しい距離にある点は、線分 AB の垂直二等分線上にあります。

したがって、線分 AB の垂直二等分線を作図します。

その直線上の点を選べば、点 A からの距離と点 B からの距離が等しくなります。

##### 答え

線分 AB の垂直二等分線を作図する。

##### 練習問題 4

角  $\angle AOB$  の2つの辺から等しい距離にある点を作図で求めるとき、何を作図すればよいですか。

**解答解説 4****解き方**

角の 2 つの辺から等しい距離にある点は、角の二等分線上にあります。

したがって、 $\angle AOB$  の角の二等分線を作図します。

**答え**

$\angle AOB$  の角の二等分線を作図する。

## 4 面積の標準問題

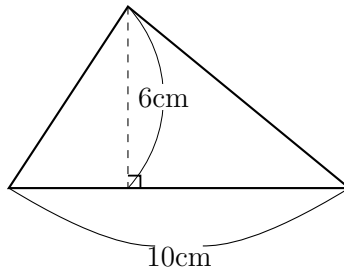
### 4.1 三角形・台形の面積

#### 面積を求めるときの注意

面積では、**底辺と高さが垂直**になっていることを確認します。斜めの辺をそのまま高さとして使わないように注意しましょう。

**例題 5**

次の三角形の面積を求めなさい。



**方針**

底辺と高さを確認して、三角形の面積公式を使います。

**解き方**

三角形の面積は、

$$\text{底辺} \times \text{高さ} \div 2$$

です。

底辺は 10cm、高さは 6cm なので、

$$10 \times 6 \div 2 = 30$$

です。

**答え**

$$30\text{cm}^2$$

**練習問題 5**

底辺が 12cm、高さが 7cm の三角形の面積を求めなさい。

**解答解説 5****解き方**

三角形の面積は、底辺 × 高さ ÷ 2 です。

したがって、

$$12 \times 7 \div 2 = 42$$

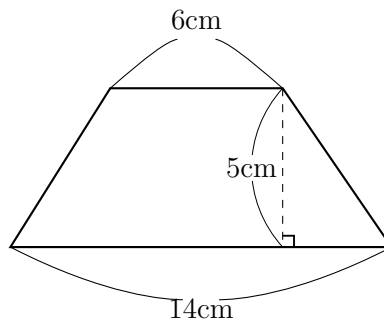
です。

**答え**

$$42\text{cm}^2$$

**例題 6**

上底が 6cm、下底が 14cm、高さが 5cm の台形の面積を求めなさい。



**方針**

台形の面積公式に、上底、下底、高さを代入します。

**解き方**

台形の面積は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

したがって、

$$(6 + 14) \times 5 \div 2 = 20 \times 5 \div 2 = 50$$

です。

**答え**

$$50\text{cm}^2$$

**練習問題 6**

上底が 5cm、下底が 11cm、高さが 6cm の台形の面積を求めなさい。

**解答解説 6****解き方**

台形の面積は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

したがって、

$$(5 + 11) \times 6 \div 2 = 16 \times 6 \div 2 = 48$$

です。

**答え**

$$48\text{cm}^2$$

## 4.2 円とおうぎ形

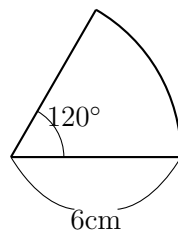
### 円とおうぎ形の公式

半径を  $r$  とすると、円の面積は  $\pi r^2$ 、円周は  $2\pi r$  です。

中心角が  $a^\circ$  のおうぎ形では、円全体の  $\frac{a}{360}$  倍として考えます。

### 例題 7

半径 6cm、中心角  $120^\circ$  のおうぎ形の面積を求めなさい。



#### 方針

円全体の面積を求めてから、中心角の割合をかけます。

#### 解き方

半径 6cm の円の面積は、

$$\pi \times 6^2 = 36\pi$$

です。

中心角は  $120^\circ$  なので、円全体の

$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

です。

したがって、おうぎ形の面積は、

$$36\pi \times \frac{1}{3} = 12\pi$$

です。

#### 答え

$$12\pi\text{cm}^2$$

**練習問題 7**

半径 9cm、中心角  $80^\circ$  のおうぎ形の面積を求めなさい。

**解答解説 7****解き方**

半径 9cm の円の面積は、

$$\pi \times 9^2 = 81\pi$$

です。

中心角は  $80^\circ$  なので、円全体の

$$\frac{80}{360} = \frac{2}{9}$$

です。

したがって、

$$81\pi \times \frac{2}{9} = 18\pi$$

です。

**答え**

$$18\pi\text{cm}^2$$

## 5 立体の体積

### 5.1 柱体と錐体の体積

#### 体積の公式

柱体の体積は、底面積  $\times$  高さです。

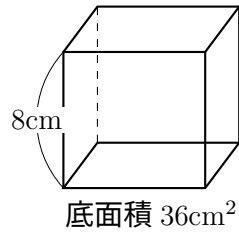
$$\text{柱体の体積} = \text{底面積} \times \text{高さ}$$

錐体の体積は、柱体の体積の  $\frac{1}{3}$  です。

$$\text{錐体の体積} = \text{底面積} \times \text{高さ} \div 3$$

**例題 8**

底面積が  $36\text{cm}^2$ 、高さが  $8\text{cm}$  の角柱の体積を求めなさい。



**方針**

柱体なので、底面積に高さをかけます。

**解き方**

柱体の体積は、

$$\text{底面積} \times \text{高さ}$$

です。

したがって、

$$36 \times 8 = 288$$

です。

**答え**

$$288\text{cm}^3$$

**練習問題 8**

底面積が  $45\text{cm}^2$ 、高さが  $6\text{cm}$  の角柱の体積を求めなさい。

**解答解説 8****解き方**

柱体の体積は、底面積 × 高さです。

したがって、

$$45 \times 6 = 270$$

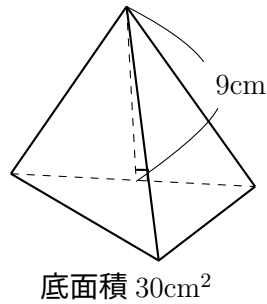
です。

**答え**

$$270\text{cm}^3$$

**例題 9**

底面積が  $30\text{cm}^2$ 、高さが  $9\text{cm}$  の三角錐の体積を求めなさい。



**方針**

錐体なので、底面積に高さをかけて3で割ります。

**解き方**

錐体の体積は、

$$\text{底面積} \times \text{高さ} \div 3$$

です。

したがって、

$$30 \times 9 \div 3 = 90$$

です。

**答え**

$$90\text{cm}^3$$

**練習問題 9**

底面積が  $42\text{cm}^2$ 、高さが  $12\text{cm}$  の円錐の体積を求めなさい。

**解答解説 9****解き方**

円錐は錐体なので、体積は底面積 × 高さ ÷ 3 です。

したがって、

$$42 \times 12 \div 3 = 168$$

です。

**答え**

$$168\text{cm}^3$$

## 6 表面積の標準問題

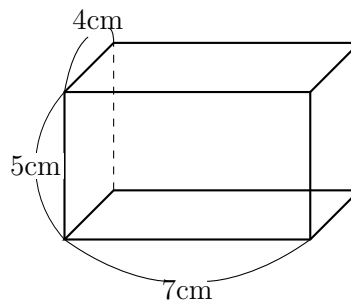
### 6.1 直方体と三角柱の表面積

#### 表面積の考え方

表面積は、すべての面の面積の合計です。直方体では 3 種類の長方形が 2 枚ずつあります。三角柱では、2 つの底面と 3 つの側面に分けて考えます。

**例題 10**

たて 4cm、横 7cm、高さ 5cm の直方体の表面積を求めなさい。



**方針**

3種類の面の面積を求めて、それぞれ2枚ずつあることを使います。

**解き方**

直方体の面は、次の3種類の長方形が2枚ずつあります。

たて 4cm、横 7cm の面は、

$$4 \times 7 = 28$$

です。

たて 4cm、高さ 5cm の面は、

$$4 \times 5 = 20$$

です。

横 7cm、高さ 5cm の面は、

$$7 \times 5 = 35$$

です。

したがって、表面積は、

$$(28 + 20 + 35) \times 2 = 166$$

です。

**答え**

$$166\text{cm}^2$$

**練習問題 10**

たて 3cm、横 8cm、高さ 6cm の直方体の表面積を求めなさい。

**解答解説 10****解き方**

3 種類の面の面積は、

$$3 \times 8 = 24, \quad 3 \times 6 = 18, \quad 8 \times 6 = 48$$

です。

したがって、表面積は、

$$(24 + 18 + 48) \times 2 = 180$$

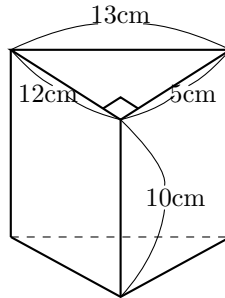
です。

**答え**

$$180\text{cm}^2$$

**例題 11**

底面が、辺の長さが 5cm、12cm、13cm の直角三角形で、高さが 10cm の三角柱の表面積を求めなさい。



**方針**

底面 2 枚と側面 3 枚に分けて表面積を求めます。

**解き方**

底面 1 枚の面積は、

$$5 \times 12 \div 2 = 30$$

です。底面は 2 枚あるので、

$$30 \times 2 = 60$$

です。

側面 3 枚の面積は、

$$5 \times 10 = 50, \quad 12 \times 10 = 120, \quad 13 \times 10 = 130$$

です。

したがって、表面積は、

$$60 + 50 + 120 + 130 = 360$$

です。

**答え**

$$360\text{cm}^2$$

**練習問題 11**

底面が、辺の長さが 6cm、8cm、10cm の直角三角形で、高さが 7cm の三角柱の表面積を求めなさい。

**解答解説 11****解き方**

底面は直角三角形なので、1枚の面積は、

$$6 \times 8 \div 2 = 24$$

です。

底面 2枚の面積は、

$$24 \times 2 = 48$$

です。

側面の面積は、

$$6 \times 7 = 42, \quad 8 \times 7 = 56, \quad 10 \times 7 = 70$$

です。

したがって、表面積は、

$$48 + 42 + 56 + 70 = 216$$

です。

**答え**

$$216\text{cm}^2$$

## 7 球の体積と表面積

### 7.1 球の公式

#### 球の公式

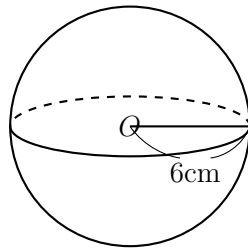
半径を  $r$  とすると、球の体積と表面積は次の公式で求められます。

$$\text{球の体積} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{球の表面積} = 4\pi r^2$$

**例題 12**

半径 6cm の球の体積を求めなさい。

**方針**

球の体積の公式に半径を代入します。

**解き方**

球の体積は、

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

です。

半径は 6cm なので、

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 = \frac{4}{3}\pi \times 216 = 288\pi$$

です。

**答え**

$$288\pi\text{cm}^3$$

**練習問題 12**

半径 3cm の球の体積を求めなさい。

## 解答解説 12

## 解き方

球の体積は、

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

です。

半径 3cm を代入すると、

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = \frac{4}{3}\pi \times 27 = 36\pi$$

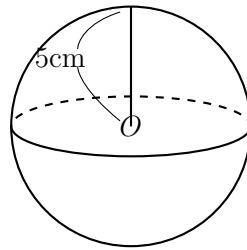
です。

## 答え

$$36\pi\text{cm}^3$$

**例題 13**

半径 5cm の球の表面積を求めなさい。



**方針**

球の表面積の公式に半径を代入します。

**解き方**

球の表面積は、

$$4\pi r^2$$

です。

半径は 5cm なので、

$$4\pi \times 5^2 = 4\pi \times 25 = 100\pi$$

です。

**答え**

$$100\pi\text{cm}^2$$

**練習問題 13**

半径 4cm の球の表面積を求めなさい。

**解答解説 13****解き方**

球の表面積は、

$$4\pi r^2$$

です。

半径 4cm を代入すると、

$$4\pi \times 4^2 = 4\pi \times 16 = 64\pi$$

です。

**答え**

$$64\pi\text{cm}^2$$

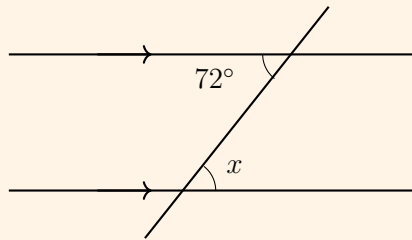
## 8 単元まとめ練習問題

ここでは、平面図形と空間図形の標準問題をまとめて確認します。

### 8.1 問題

#### 練習問題 まとめ 1

$l \parallel m$  のとき、 $x$  の大きさを求めなさい。

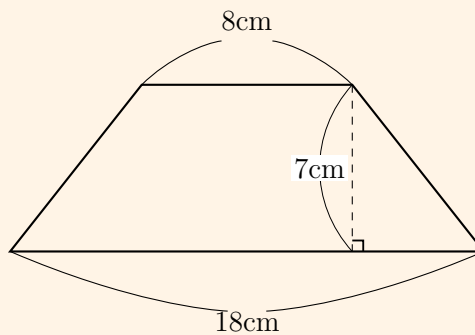


#### 練習問題 まとめ 2

七角形の内角の和を求めなさい。

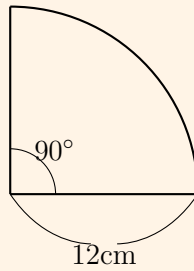
#### 練習問題 まとめ 3

上底が 8cm、下底が 18cm、高さが 7cm の台形の面積を求めなさい。



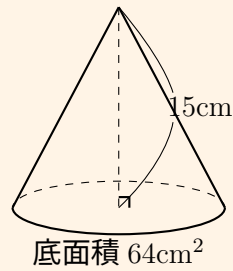
練習問題 まとめ 4

半径 12cm、中心角  $90^\circ$  のおうぎ形の面積を求めなさい。



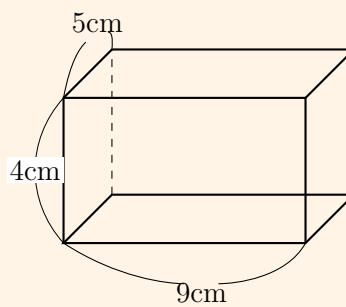
練習問題 まとめ 5

底面積が  $64\text{cm}^2$ 、高さが 15cm の円錐の体積を求めなさい。



練習問題 まとめ 6

たて 5cm、横 9cm、高さ 4cm の直方体の表面積を求めなさい。



## 8.2 解答解説

### 解答解説 まとめ 1

#### 解き方

$l \parallel m$  なので、錯角は等しくなります。

したがって、

$$x = 72^\circ$$

です。

#### 答え

$$72^\circ$$

### 解答解説 まとめ 2

#### 解き方

七角形は、1つの頂点から対角線を引くと、5つの三角形に分けられます。

したがって、内角の和は、

$$180^\circ \times 5 = 900^\circ$$

です。

#### 答え

$$900^\circ$$

## 解答解説 まとめ 3

## 解き方

台形の面積は、

$$(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$$

です。

したがって、

$$(8 + 18) \times 7 \div 2 = 26 \times 7 \div 2 = 91$$

です。

## 答え

$$91\text{cm}^2$$

## 解答解説 まとめ 4

## 解き方

半径 12cm の円の面積は、

$$\pi \times 12^2 = 144\pi$$

です。

中心角  $90^\circ$  は円全体の  $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$  なので、

$$144\pi \times \frac{1}{4} = 36\pi$$

です。

## 答え

$$36\pi\text{cm}^2$$

**解答解説 まとめ 5****解き方**

円錐の体積は、底面積 × 高さ ÷ 3 です。

したがって、

$$64 \times 15 \div 3 = 320$$

です。

**答え**

$$320\text{cm}^3$$

**解答解説 まとめ 6****解き方**

3種類の面の面積は、

$$5 \times 9 = 45, \quad 5 \times 4 = 20, \quad 9 \times 4 = 36$$

です。

したがって、表面積は、

$$(45 + 20 + 36) \times 2 = 202$$

です。

**答え**

$$202\text{cm}^2$$

## 9 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

### チェックリスト

- 平行線の同位角・錯角を使って角度を求められる。
- 三角形や多角形の角の和を使える。
- 垂直二等分線と角の二等分線の意味を説明できる。
- 三角形や台形の面積を、底辺と高さに注意して求められる。
- おうぎ形の面積を、中心角の割合で求められる。
- 柱体と錐体の体積を求められる。
- 直方体と三角柱の表面積を求められる。

## 10 まとめ

### 平面図形と空間図形・標準編のまとめ

- 平行線では、同位角と錯角が等しいことを使う。
- 多角形の内角の和は、三角形に分けて考える。
- 面積では、底辺と高さが垂直であることを確認する。
- おうぎ形は、円全体に対する中心角の割合で考える。
- 柱体の体積は底面積  $\times$  高さ、錐体の体積は底面積  $\times$  高さ  $\div 3$  で求める。
- 表面積は、すべての面をもれなく足して求める。