

# 中学数学

## 正負の数

### 応用編

偏差値 55 以上を目指す入試応用対策

符号判断・絶対値・累乗・四則混合を組み合わせ、  
高校入試の大問につながる考え方まで練習します。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	符号判断を速く正確にする	3
2.1	符号だけを先に見る	3
2.2	かっこと累乗の違い	4
3	絶対値を使う応用問題	7
3.1	絶対値の条件から数を決める	7
3.2	絶対値と大小	8
4	計算の工夫と文字を含む式	11
4.1	分配法則を使う	11
4.2	文字に数を代入する	12
5	規則性と正負の数	15
5.1	数列の変化を読む	15
5.2	表を使って考える	16
6	入試大問につながる応用例題	19
6.1	条件を満たす整数	19
6.2	数の入れ替えと最大・最小	21
7	単元まとめ練習問題	24
7.1	問題	24
7.2	解答解説	25
8	学習チェックリスト	30
9	まとめ	31

## 1 この教材の使い方

この教材は、正負の数の基本計算がある程度できる人が、入試で差がつく問題に対応するための応用教材です。計算の速さだけでなく、式の構造を読み取り、ミスしやすい符号を正確に処理する力を身につけます。

### 学習の進め方

1. まず「ポイント」で、応用問題で使う見方を確認します。
2. 例題では、「方針」で解く道筋を考えたから「解き方」を読みます。
3. 練習問題では、答えだけでなく途中式と符号判断を書きます。
4. 最後のまとめ練習問題で、入試小問から大問の入口まで確認します。

### 注意 この教材で大切にすること

応用編では、単に計算するだけではなく、**どの順番で処理するか、どこで符号が変わるか**を意識します。途中式を1行飛ばすだけで、正負が逆になることがあります。

## 2 符号判断を速く正確にする

### 2.1 符号だけを先に見る

#### 応用計算の基本姿勢

複雑な式では、最初から数値をすべて計算しようとせず、**符号**と**絶対値**を分けて考えます。とくに積や商では、負の数の個数を見ると符号判断が速くなります。

#### 例題 1

次の計算をなさい。

$$(-2) \times (+3) \times (-4) \div (-6)$$

#### 方針

積と商だけの式なので、**負の数の個数**を先に数えます。そのあと、絶対値だけで計算します。

#### 解き方

負の数は、 $-2$ 、 $-4$ 、 $-6$  の 3 個です。

負の数が奇数個なので、答えの符号は負になります。

絶対値だけで計算すると、

$$2 \times 3 \times 4 \div 6 = 4$$

です。

#### 答え

$$(-2) \times (+3) \times (-4) \div (-6) = -4$$

**練習問題 1**

次の計算をなさい。

$$(-5) \times (-2) \div (+10) \times (-6)$$

**解答解説 1****解き方**

負の数は、 $-5$ 、 $-2$ 、 $-6$  の 3 個です。

負の数が奇数個なので、答えの符号は負です。

絶対値だけで計算すると、

$$5 \times 2 \div 10 \times 6 = 6$$

です。

**答え**

$$(-5) \times (-2) \div (+10) \times (-6) = -6$$

**2.2 かけこと累乗の違い****累乗で差がつくポイント**

$-3^2$  は  $-(3^2)$  を表すので  $-9$  です。一方、 $(-3)^2$  は  $(-3) \times (-3)$  を表すので  $+9$  です。応用問題では、**かっこの有無**が答えを大きく変えます。

**例題 2**

次の計算をなさい。

$$-2^3 + (-2)^2 \times (-3)$$

**方針**

累乗を先に計算します。 $-2^3$  と  $(-2)^2$  の意味を区別します。

**解き方**

まず、累乗を計算します。

$$-2^3 = -(2^3) = -8$$

$$(-2)^2 = 4$$

したがって、もとの式は

$$-8 + 4 \times (-3)$$

になります。

かけ算を先に計算すると、

$$4 \times (-3) = -12$$

です。

よって、

$$-8 + (-12) = -20$$

となります。

**答え**

$$-2^3 + (-2)^2 \times (-3) = -20$$

**練習問題 2**

次の計算をなさい。

$$-3^2 + (-3)^2 \div (-1)$$

**解答解説 2****解き方**

累乗を先に計算します。

$$-3^2 = -(3^2) = -9$$

$$(-3)^2 = 9$$

したがって、

$$-3^2 + (-3)^2 \div (-1) = -9 + 9 \div (-1)$$

となります。

わり算を計算すると、

$$9 \div (-1) = -9$$

です。

よって、

$$-9 + (-9) = -18$$

です。

**答え**

$$-3^2 + (-3)^2 \div (-1) = -18$$

### 3 絶対値を使う応用問題

#### 3.1 絶対値の条件から数を決める

##### 絶対値の見方

絶対値は、数直線上で 0 からの距離です。 $|x| = a$  の形では、 $a > 0$  のとき、 $x = a$  と  $x = -a$  の 2 通りを考えます。

##### 例題 3

絶対値が 5 以下である整数をすべて答えなさい。

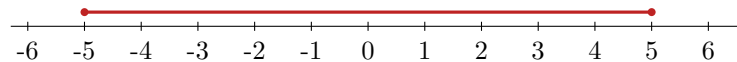
##### 方針

「絶対値が 5 以下」とは、0 からの距離が 5 以下という意味です。数直線で範囲を考えます。

##### 解き方

0 から 5 以下の距離にある整数を考えます。

数直線で表すと、-5 から +5 までの整数です。



したがって、整数は

$$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

です。

##### 答え

$$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

##### 練習問題 3

絶対値が 3 より大きく、7 以下である整数をすべて答えなさい。

**解答解説 3****解き方**

絶対値が3より大きいので、0からの距離は3より大きいです。

また、絶対値が7以下なので、0からの距離は7以下です。

正の整数では、4, 5, 6, 7です。

負の整数では、-4, -5, -6, -7です。

**答え**

-7, -6, -5, -4, 4, 5, 6, 7

**3.2 絶対値と大小****負の数と絶対値の関係**

負の数どうしでは、**絶対値が大きい方が小さい**です。たとえば、 $|-8| > |-3|$  ですが、数としては  $-8 < -3$  です。

**例題 4**

次の 4 つの数を小さい順に並べなさい。

$$-|-6|, \quad |-4|, \quad -3^2, \quad (-3)^2$$

**方針**

まず、それぞれの数を普通の数に直します。絶対値と累乗を先に処理します。

**解き方**

それぞれ計算します。

$$-|-6| = -6$$

$$|-4| = 4$$

$$-3^2 = -(3^2) = -9$$

$$(-3)^2 = 9$$

したがって、4 つの数は

$$-6, \quad 4, \quad -9, \quad 9$$

です。

小さい順に並べると、

$$-9, \quad -6, \quad 4, \quad 9$$

です。

**答え**

$$-3^2, \quad -|-6|, \quad |-4|, \quad (-3)^2$$

**練習問題 4**

次の 4 つの数を小さい順に並べなさい。

$$-|-5|, \quad (-2)^3, \quad -2^4, \quad |-7|$$

## 解答解説 4

## 解き方

それぞれ普通の数に直します。

$$-|-5| = -5$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2^4 = -(2^4) = -16$$

$$|-7| = 7$$

したがって、小さい順に並べると、

$$-16, \quad -8, \quad -5, \quad 7$$

です。

## 答え

$$-2^4, \quad (-2)^3, \quad -|-5|, \quad |-7|$$

## 4 計算の工夫と文字を含む式

### 4.1 分配法則を使う

#### 工夫して計算する

数が大きい計算では、そのまま計算するより、**分配法則**や**まとまり**を使うとミスが減ります。

$$a(b + c) = ab + ac$$

#### 例題 5

次の計算をなさい。

$$(-25) \times 17 + (-25) \times 3$$

#### 方針

共通している  $-25$  に注目して、分配法則を逆に使います。

#### 解き方

$(-25)$  が共通しているので、次のようにまとめます。

$$(-25) \times 17 + (-25) \times 3 = (-25) \times (17 + 3)$$

かっこの中を計算すると、

$$17 + 3 = 20$$

です。

したがって、

$$(-25) \times 20 = -500$$

となります。

#### 答え

$$(-25) \times 17 + (-25) \times 3 = -500$$

## 練習問題 5

次の計算をなさい。

$$(-16) \times 28 + (-16) \times 22$$

## 解答解説 5

## 解き方

$(-16)$  が共通しているので、分配法則を逆に使います。

$$(-16) \times 28 + (-16) \times 22 = (-16) \times (28 + 22)$$

かっこの中を計算すると、

$$28 + 22 = 50$$

です。

したがって、

$$(-16) \times 50 = -800$$

です。

## 答え

$$(-16) \times 28 + (-16) \times 22 = -800$$

## 4.2 文字に数を代入する

## 代入の注意

負の数を代入するときは、**必ずかっこをつける**とミスが減ります。とくに累乗がある式では、かっこを省略しないことが大切です。

**例題 6**

$a = -2, b = 3$  のとき、次の式の値を求めなさい。

$$a^2 - 2ab - b^2$$

**方針**

$a = -2$  を代入するときは、 $(-2)^2$  のようにかっこをつけます。項ごとに計算します。

**解き方**

式に  $a = -2, b = 3$  を代入します。

$$a^2 - 2ab - b^2 = (-2)^2 - 2 \times (-2) \times 3 - 3^2$$

それぞれ計算します。

$$(-2)^2 = 4$$

$$-2 \times (-2) \times 3 = 12$$

$$3^2 = 9$$

したがって、

$$4 + 12 - 9 = 7$$

です。

**答え**

7

**練習問題 6**

$a = -3, b = -2$  のとき、次の式の値を求めなさい。

$$2a^2 - ab + b^3$$

**解答解説 6****解き方**

$a = -3, b = -2$  を代入します。

$$2a^2 - ab + b^3 = 2 \times (-3)^2 - (-3) \times (-2) + (-2)^3$$

それぞれ計算します。

$$2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$$

$$-(-3) \times (-2) = -6$$

$$(-2)^3 = -8$$

したがって、

$$18 - 6 - 8 = 4$$

です。

**答え**

## 5 規則性と正負の数

### 5.1 数列の変化を読む

#### 規則性問題の見方

正負の数を使う規則性では、前の数からどれだけ変化したかを調べます。**差の変化**を見ると、次の数を予想しやすくなります。

#### 例題 7

次の数の並びについて、空欄に入る数を求めなさい。

$$12, 7, 2, -3, \square$$

#### 方針

隣り合う数の差を調べます。同じ数ずつ減っているかを確認します。

#### 解き方

隣り合う数の差を調べます。

$$7 - 12 = -5$$

$$2 - 7 = -5$$

$$-3 - 2 = -5$$

毎回 5 ずつ小さくなっています。

したがって、 $-3$  からさらに 5 小さくなるので、

$$-3 - 5 = -8$$

です。

#### 答え

$$-8$$

## 練習問題 7

次の数の並びについて、空欄に入る数を求めなさい。

$$-18, -11, -4, 3, \square$$

## 解答解説 7

## 解き方

隣り合う数の差を調べます。

$$-11 - (-18) = 7$$

$$-4 - (-11) = 7$$

$$3 - (-4) = 7$$

毎回 7 ずつ大きくなっています。

したがって、次は

$$3 + 7 = 10$$

です。

## 答え

10

## 5.2 表を使って考える

## 表の利用

条件が複数ある問題では、頭の中だけで考えるより、表に整理すると安全です。**変化量**を 1 つずつ確認しましょう。

**例題 8**

あるゲームでは、勝つと +4 点、負けると -3 点です。5 回行って合計が +6 点になりました。勝った回数を求めなさい。

**方針**

勝った回数を 1 つの文字のように考えます。5 回のうち、勝ちと負けの回数の合計が 5 になることを使います。

**解き方**

勝った回数を  $x$  回とします。

5 回行うので、負けた回数は  $5 - x$  回です。

合計点は、

$$4x + (-3)(5 - x)$$

で表せます。

これが +6 点なので、

$$4x - 3(5 - x) = 6$$

です。

左辺を計算します。

$$4x - 15 + 3x = 6$$

$$7x - 15 = 6$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

**答え**

3回

## 練習問題 8

あるクイズでは、正解すると +5 点、不正解だと -2 点です。6 問答えて合計が +9 点でした。正解した問題数を求めなさい。

## 解答解説 8

## 解き方

正解した問題数を  $x$  問とします。

6 問答えるので、不正解の問題数は  $6 - x$  問です。

合計点は、

$$5x + (-2)(6 - x)$$

で表せます。

これが 9 点なので、

$$5x - 2(6 - x) = 9$$

となります。

計算すると、

$$5x - 12 + 2x = 9$$

$$7x - 12 = 9$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

です。

**答え**

3問

## 6 入試大問につながる応用例題

### 6.1 条件を満たす整数

#### 条件整理のコツ

整数を探す問題では、範囲を先にしぼります。そのあと、条件に合うかを 1 つずつ確認します。**候補を減らしてから調べる**ことが大切です。

**例題 9**

整数  $x$  について、 $|x| \leq 6$  であり、 $x$  を 3 で割ると余りが 1 になる。条件を満たす  $x$  をすべて求めなさい。

**方針**

まず  $|x| \leq 6$  から  $x$  の候補を出します。その中で、3 で割った余りが 1 になるものを選びます。

**解き方**

$|x| \leq 6$  なので、 $x$  は

$$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

のいずれかです。

3 で割った余りが 1 になる整数を、この中から選びます。

順に確認すると、

$$-5 = 3 \times (-2) + 1$$

$$-2 = 3 \times (-1) + 1$$

$$1 = 3 \times 0 + 1$$

$$4 = 3 \times 1 + 1$$

です。

**答え**

$$-5, -2, 1, 4$$

**練習問題 9**

整数  $x$  について、 $|x| \leq 8$  であり、 $x$  を 4 で割ると余りが 2 になる。条件を満たす  $x$  をすべて求めなさい。

## 解答解説 9

## 解き方

$|x| \leq 8$  なので、 $x$  は  $-8$  から  $8$  までの整数です。

4 で割った余りが 2 になる整数を探します。

$$-6 = 4 \times (-2) + 2$$

$$-2 = 4 \times (-1) + 2$$

$$2 = 4 \times 0 + 2$$

$$6 = 4 \times 1 + 2$$

です。

## 答え

$$-6, -2, 2, 6$$

## 6.2 数の入れ替えと最大・最小

## 最大・最小の考え方

正負の数を式に入れる問題では、**負の数をかけると大小が逆に働く**ことがあります。係数の符号に注目して、どの数をどこに入れると大きくなるかを考えます。

## 例題 10

$-4, -1, 2$  をそれぞれ 1 回ずつ使って、式  $3a - 2b + c$  の値を最大にします。最大値を求めなさい。

## 方針

$3a$  は  $a$  が大きいほど大きくなります。 $-2b$  は  $b$  が小さいほど大きくなります。係数に注目して入れる数を決めます。

## 解き方

式は

$$3a - 2b + c$$

です。

$a$  の係数は  $+3$  なので、 $a$  には最も大きい  $2$  を入れると値が大きくなります。

$b$  の係数は  $-2$  なので、 $b$  には最も小さい  $-4$  を入れると、 $-2b$  が大きくなります。

残った  $-1$  を  $c$  に入れます。

したがって、

$$3 \times 2 - 2 \times (-4) + (-1) = 6 + 8 - 1 = 13$$

です。

## 答え

13

## 練習問題 10

$-5, -2, 4$  をそれぞれ 1 回ずつ使って、式  $2a - 3b + c$  の値を最大にします。最大値を求めなさい。

**解答解説 10****解き方**

$a$  の係数は  $+2$  なので、 $a$  には最も大きい  $4$  を入れます。

$b$  の係数は  $-3$  なので、 $b$  には最も小さい  $-5$  を入れます。

残った  $-2$  を  $c$  に入れます。

計算すると、

$$2 \times 4 - 3 \times (-5) + (-2) = 8 + 15 - 2 = 21$$

です。

**答え**

## 7 単元まとめ練習問題

ここでは、正負の数の応用問題をまとめて確認します。計算問題では、必ず途中式を書き、符号の変化を確認しましょう。

### 7.1 問題

#### 練習問題 まとめ 1

次の計算をなさい。

$$(-3)^2 - 2^4 + (-12) \div (+3)$$

#### 練習問題 まとめ 2

次の4つの数を小さい順に並べなさい。

$$-|-8|, (-4)^2, -4^2, |-3|$$

#### 練習問題 まとめ 3

次の計算をなさい。

$$(-18) \times 13 + (-18) \times 7$$

#### 練習問題 まとめ 4

$a = -2$ ,  $b = -3$  のとき、 $a^3 - 2ab + b^2$  の値を求めなさい。

#### 練習問題 まとめ 5

絶対値が2より大きく、6以下である整数をすべて答えなさい。

**練習問題 まとめ 6**

整数  $x$  について、 $|x| \leq 7$  であり、 $x$  を 5 で割ると余りが 3 になる。条件を満たす  $x$  をすべて求めなさい。

**練習問題 まとめ 7**

$-6, -1, 3$  をそれぞれ 1 回ずつ使って、式  $4a - 2b + c$  の値を最大にします。最大値を求めなさい。

**練習問題 まとめ 8**

ある大会では、勝つと  $+6$  点、負けると  $-4$  点です。8 回行って合計が  $+18$  点になりました。勝った回数を求めなさい。

**7.2 解答解説****解答解説 まとめ 1****解き方**

まず、累乗とわり算を計算します。

$$(-3)^2 = 9$$

$$2^4 = 16$$

$$(-12) \div (+3) = -4$$

したがって、

$$9 - 16 + (-4) = -7 - 4 = -11$$

です。

**答え**

-11

## 解答解説 まとめ 2

## 解き方

それぞれ普通の数に直します。

$$-|-8| = -8$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$-4^2 = -(4^2) = -16$$

$$|-3| = 3$$

小さい順に並べると、

$$-16, -8, 3, 16$$

です。

## 答え

$$-4^2, \quad -|-8|, \quad |-3|, \quad (-4)^2$$

## 解答解説 まとめ 3

## 解き方

$(-18)$  が共通しています。

$$(-18) \times 13 + (-18) \times 7 = (-18) \times (13 + 7)$$

$$13 + 7 = 20$$

なので、

$$(-18) \times 20 = -360$$

です。

## 答え

$$-360$$

## 解答解説 まとめ 4

## 解き方

$a = -2, b = -3$  を代入します。

$$a^3 - 2ab + b^2 = (-2)^3 - 2 \times (-2) \times (-3) + (-3)^2$$

それぞれ計算します。

$$(-2)^3 = -8$$

$$-2 \times (-2) \times (-3) = -12$$

$$(-3)^2 = 9$$

したがって、

$$-8 - 12 + 9 = -11$$

です。

## 答え

$$-11$$

## 解答解説 まとめ 5

## 解き方

絶対値が 2 より大きいので、0 からの距離は 2 より大きいです。

絶対値が 6 以下なので、0 からの距離は 6 以下です。

条件を満たす整数は、

$$-6, -5, -4, -3, 3, 4, 5, 6$$

です。

## 答え

$$-6, -5, -4, -3, 3, 4, 5, 6$$

## 解答解説 まとめ 6

## 解き方

$|x| \leq 7$  なので、 $x$  は  $-7$  から  $7$  までの整数です。

5 で割った余りが 3 になるものを探します。

$$-7 = 5 \times (-2) + 3$$

$$-2 = 5 \times (-1) + 3$$

$$3 = 5 \times 0 + 3$$

です。

## 答え

$$-7, -2, 3$$

## 解答解説 まとめ 7

## 解き方

$a$  の係数は  $+4$  なので、 $a$  には最も大きい  $3$  を入れます。

$b$  の係数は  $-2$  なので、 $b$  には最も小さい  $-6$  を入れます。

残った  $-1$  を  $c$  に入れます。

$$4 \times 3 - 2 \times (-6) + (-1) = 12 + 12 - 1 = 23$$

です。

## 答え

$$23$$

## 解答解説 まとめ 8

## 解き方

勝った回数を  $x$  回とします。

8 回行うので、負けた回数は  $8 - x$  回です。

合計点は、

$$6x + (-4)(8 - x)$$

です。

これが 18 点なので、

$$6x - 4(8 - x) = 18$$

$$6x - 32 + 4x = 18$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

です。

## 答え

5回

## 8 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

### チェックリスト

- 積や商で、負の数の個数から符号を判断できる。
- $-a^2$  と  $(-a)^2$  の違いを説明できる。
- 絶対値の条件から、整数の範囲を求められる。
- 絶対値・累乗を含む数を小さい順に並べられる。
- 分配法則を使って、計算を工夫できる。
- 負の数を代入するとき、かっこを使って正確に計算できる。
- 規則性の問題で、差の変化を調べられる。
- 点数や勝敗の問題を、正負の数を使って式にできる。
- 条件を満たす整数を、候補をしぼって探せる。
- 係数の符号に注目して、式の最大値を考えられる。

## 9 まとめ

### 正負の数・応用編の重要ポイント

- 複雑な計算では、**符号**と**絶対値**を分けて考える。
- 積や商だけの式では、負の数の個数で符号を判断できる。
- $-a^2$  と  $(-a)^2$  は意味が違う。
- 絶対値の条件は、数直線上の距離として考える。
- 分配法則を使うと、大きい数の計算でもミスが減らせる。
- 負の数を文字に代入するときは、かっこをつける。
- 条件が複数ある問題では、候補をしぼってから確認する。
- 最大・最小の問題では、係数の符号に注目する。

### 次に取り組むこと

正負の数の応用計算が安定したら、文字式の応用問題に進みましょう。文字式でも、符号判断・累乗・代入の正確さが得点差になります。