中学数学

確率・データの活用

応用編

偏差値55以上を目指す入試応用対策

確率・場合の数・箱ひげ図・度数分布・標本調査を、
入試大問につながる応用問題で使える形まで練習します。

目次

1　この教材の使い方

この教材は、確率・データの活用の基礎編・標準編を学んだあと、入試で差がつく応用問題に対応するための教材です。確率では、条件を読み取って場合の数を整理します。データでは、図表から読み取れることを、根拠をもって説明する力を身につけます。

応用編で意識すること

1. 確率では、すべての場合を先に決め、条件に合う場合をもれなく数えます。
2. 複雑な問題では、表・樹形図・余事象を使い分けます。
3. データでは、代表値だけでなく、四分位範囲や相対度数から特徴を判断します。
4. グラフや表を読む問題では、読み取った値を使って理由まで説明します。

注意 応用問題で大切にすること

応用問題では、答えだけでなく、**なぜその数を数えるのか**、**なぜその資料から判断できるのか**を説明できることが大切です。計算の前に、問題の条件を整理しましょう。

2　確率の応用問題

2.1　2 つのさいころと条件

条件を同時に満たす確率

2 つのさいころでは、すべての場合は 36 通りです。応用問題では、「和が◯」「積が◯」「差が◯」など、複数の条件を同時に満たす場合を数えることがあります。

例題 1

大小 2 つのさいころを同時に投げます。出た目の和が 8 以上で、かつ 2 つの目の積が 12 以上になる確率を求めなさい。

大\小	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

方針

まず和が 8 以上になる組を考え、その中で積が 12 以上になるものを数えます。

解き方

すべての場合は、

$$6 \times 6 = 36$$

通りです。

和が 8 以上になる組は、

$$(2,6),(3,5),(3,6),(4,4),(4,5),(4,6),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$$

の 15 通りです。

この中で積が 12 以上にならないのはありません。したがって、条件に合う場合は 15 通りです。

よって、確率は、

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

です。

答え

$\frac{5}{12}$

練習問題 1

大小 2 つのさいころを同時に投げます。出た目の和が 7 以上で、かつ 2 つの目の積が 10 以上になる確率を求めなさい。

解答解説 1

解き方

すべての場合は 36 通りです。

和が 7 以上で、積が 10 以上になる組を数えると、

$$(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$$

$$(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)$$

の 19 通りです。

したがって、確率は、

$$\frac{19}{36}$$

です。

答え

$\frac{19}{36}$

2.2 余事象を使う確率

直接数えにくいとき

「少なくとも 1 つ」「どちらか一方」などの問題では、直接数えるよりも、反対の場合を考えると簡単になることがあります。

$$\text{求める確率} = 1 - \text{反対の場合の確率}$$

例題 2

1 個のさいころを 3 回投げます。少なくとも 1 回は 6 の目が出る確率を求めなさい。

方針

「少なくとも 1 回 6 が出る」の反対は、「3 回とも 6 が出ない」です。

解き方

1 回で 6 が出ない確率は、

$$\frac{5}{6}$$

です。

3 回とも 6 が出ない確率は、

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

です。

したがって、少なくとも 1 回は 6 が出る確率は、

$$1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

です。

答え

$\frac{91}{216}$

練習問題 2

1 個のさいころを 3 回投げます。少なくとも 1 回は偶数の目が出る確率を求めなさい。

解答解説 2

解き方

反対の場合は、3 回とも奇数の目が出ることです。

1 回で奇数の目が出る確率は、

$$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

です。

3 回とも奇数の目が出る確率は、

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

です。

したがって、少なくとも 1 回は偶数の目が出る確率は、

$$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

です。

答え

$\frac{7}{8}$

2.3 取り出し方の確率

もどさずに取り出す

袋から玉をもどさずに取り出すとき、2 回目の全体の数は 1 つ減ります。順番を区別して数えると整理しやすくなります。

例題 3

袋の中に赤玉 3 個、白玉 2 個、青玉 1 個があります。この中から玉をもどさずに 2 個取り出します。2 個とも赤玉でない確率を求めなさい。

方針

「赤玉でない玉」は白玉 2 個と青玉 1 個の 3 個です。2 個とも赤玉でない場合を数えます。

解き方

全部で 6 個の玉から、順番を区別して 2 個取り出すと、

$$6 \times 5 = 30$$

通りです。

赤玉でない玉は 3 個なので、2 個とも赤玉でない取り出し方は、

$$3 \times 2 = 6$$

通りです。

したがって、確率は、

$$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

です。

答え

$\frac{1}{5}$

練習問題 3

袋の中に赤玉 4 個、白玉 3 個、青玉 2 個があります。この中から玉をもどさずに 2 個取り出します。2 個とも白玉でない確率を求めなさい。

解答解説 3

解き方

全部で 9 個の玉から、順番を区別して 2 個取り出すと、

$$9 \times 8 = 72$$

通りです。

白玉でない玉は、赤玉 4 個と青玉 2 個の合計 6 個です。

2 個とも白玉でない取り出し方は、

$$6 \times 5 = 30$$

通りです。

したがって、確率は、

$$\frac{30}{72} = \frac{5}{12}$$

です。

答え

$\frac{5}{12}$

3　場合の数の応用

3.1　順序と条件を整理する

条件付きの並べ方

並べ方の問題では、先に条件のある場所を決めると整理しやすくなります。応用問題では、全体を数えてから条件に合わない場合を引く方法も使います。

例題 4

A、B、C、D、E の 5 人が横 1 列に並びます。A と B が隣り合わない並び方は何通りありますか。

方針

全体の並び方から、A と B が隣り合う並び方を引きます。

解き方

5 人全員の並び方は、

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

通りです。

A と B が隣り合う場合は、AB を 1 つのかたまりと考えます。すると、かたまり、C、D、E の 4 つを並べるので、

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

通りです。

また、かたまりの中は AB、BA の 2 通りあるので、

$$24 \times 2 = 48$$

通りです。

したがって、A と B が隣り合わない並び方は、

$$120 - 48 = 72$$

通りです。

答え

72 通り

練習問題 4

A、B、C、D の 4 人が横 1 列に並びます。A と B が隣り合わない並び方は何通りありますか。

解答解説 4

解き方

4 人全員の並び方は、

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

通りです。

A と B が隣り合う場合は、AB を 1 つのかたまりと考えます。かたまり、C、D の 3 つを並べるので、

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

通りです。

かたまりの中は AB、BA の 2 通りあるので、

$$6 \times 2 = 12$$

通りです。

したがって、A と B が隣り合わない並び方は、

$$24 - 12 = 12$$

通りです。

答え

12 通り

3.2 組み合わせと条件

条件のある選び方

組み合わせでは、順序を区別しません。条件のある問題では、条件を満たす選び方を直接数えるか、全体から条件に合わない場合を引きます。

例題 5

男子 4 人、女子 3 人の中から 3 人を選びます。少なくとも 1 人は女子を含む選び方は何通りありますか。

方針

全体の選び方から、女子を 1 人も含まない選び方を引きます。

解き方

7 人から 3 人を選ぶ選び方は、

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

通りです。

女子を 1 人も含まない場合は、男子 4 人から 3 人を選ぶので、4 通りです。

したがって、少なくとも 1 人は女子を含む選び方は、

$$35 - 4 = 31$$

通りです。

答え

31 通り

練習問題 5

男子 5 人、女子 4 人の中から 3 人を選びます。少なくとも 1 人は女子を含む選び方は何通りありますか。

解答解説 5

解き方

9 人から 3 人を選ぶ選び方は、

$$\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

通りです。

女子を 1 人も含まない場合は、男子 5 人から 3 人を選ぶので、

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

通りです。

したがって、少なくとも 1 人は女子を含む選び方は、

$$84 - 10 = 74$$

通りです。

答え

74 通り

4　データの比較と読み取り

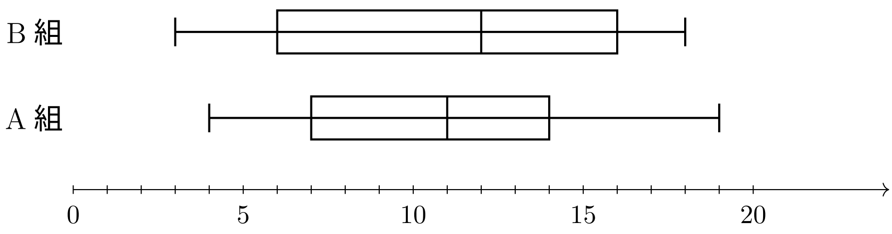
4.1　箱ひげ図を比べる

箱ひげ図の比較

箱ひげ図を比べるときは、中央値だけでなく、四分位範囲、最大値、最小値も見ます。**代表的な値**と**ちらばり**を分けて考えることが大切です。

例題 6

次の箱ひげ図は、A 組と B 組の小テストの点数を表したものです。中央値が高いのはどちらですか。また、四分位範囲が大きいのはどちらですか。



方針

中央値は箱の中の線、四分位範囲は箱の長さで比べます。

解き方

A 組の中央値は 11、B 組の中央値は 12 です。したがって、中央値が高いのは B 組です。

A 組の四分位範囲は、

$$14 - 7 = 7$$

です。

B 組の四分位範囲は、

$$16 - 6 = 10$$

です。

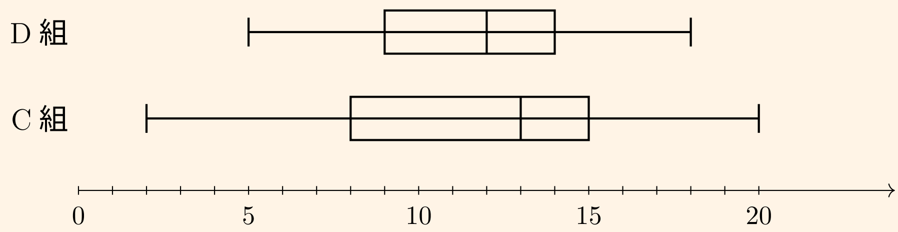
したがって、四分位範囲が大きいのも B 組です。

答え

中央値が高いのは B 組、四分位範囲が大きいのも B 組

練習問題 6

次の箱ひげ図は、C 組と D 組の小テストの点数を表したものです。中央値が高いのはどちらですか。また、四分位範囲が小さいのはどちらですか。



解答解説 6

解き方

C 組の中央値は 13、D 組の中央値は 12 です。したがって、中央値が高いのは C 組です。

C 組の四分位範囲は、

$$15 - 8 = 7$$

です。

D 組の四分位範囲は、

$$14 - 9 = 5$$

です。

したがって、四分位範囲が小さいのは D 組です。

答え

中央値が高いのは C 組、四分位範囲が小さいのは D 組

4.2 四分位範囲から説明する

データの特徴を説明する

四分位範囲が小さいほど、中央付近のデータがまとまっているといえます。ただし、最大値や最小値だけで判断しないように注意します。

例題 7

A 組の四分位範囲は 6 点、B 組の四分位範囲は 12 点でした。どちらの組のほうが中央付近の点数がまとまっているといえますか。理由も答えなさい。

方針

四分位範囲の意味から判断します。

解き方

四分位範囲は、中央付近の半分のデータのちらばりを表します。

A 組は 6 点、B 組は 12 点なので、A 組のほうが四分位範囲が小さいです。

したがって、中央付近の点数がまとまっているといえるのは A 組です。

答え

A 組。四分位範囲が小さく、中央付近のデータのちらばりが小さいから。

練習問題 7

C 組の四分位範囲は 9 点、D 組の四分位範囲は 5 点でした。どちらの組のほうが中央付近の点数がまとまっているといえますか。理由も答えなさい。

解答解説 7

解き方

四分位範囲が小さいほど、中央付近のデータがまとまっているといえます。

C 組は 9 点、D 組は 5 点なので、D 組のほうが四分位範囲が小さいです。

したがって、中央付近の点数がまとまっているといえるのは D 組です。

答え

D 組。四分位範囲が小さく、中央付近のデータのちらばりが小さいから。

5　度数分布表と相対度数の応用

5.1　度数分布表から平均を推定する

階級値を使った平均

度数分布表から平均値を求めるときは、各階級の中央の値を階級値として使います。

$$\text{平均値} = \frac{\text{階級値} \times \text{度数の合計}}{\text{度数の合計}}$$

例題 8

次の度数分布表について、階級値を使って平均値を求めなさい。

点数	階級値	度数
0 点以上 10 点未満	5	2
10 点以上 20 点未満	15	5
20 点以上 30 点未満	25	8
30 点以上 40 点未満	35	5

方針

階級値と度数をかけて、合計を人数で割ります。

解き方

階級値と度数の積の合計は、

$$5 \times 2 + 15 \times 5 + 25 \times 8 + 35 \times 5 = 10 + 75 + 200 + 175 = 460$$

です。

度数の合計は、

$$2 + 5 + 8 + 5 = 20$$

です。

したがって、平均値は、

$$460 \div 20 = 23$$

です。

答え

23 点

練習問題 8

次の度数分布表について、階級値を使って平均値を求めなさい。

記録	階級値	度数
0m 以上 10m 未満	5	3
10m 以上 20m 未満	15	7
20m 以上 30m 未満	25	6
30m 以上 40m 未満	35	4

解答解説 8

解き方

階級値と度数の積の合計は、

$$5 \times 3 + 15 \times 7 + 25 \times 6 + 35 \times 4 = 15 + 105 + 150 + 140 = 410$$

です。

度数の合計は、

$$3 + 7 + 6 + 4 = 20$$

です。

したがって、平均値は、

$$410 \div 20 = 20.5$$

です。

答え

20.5m

5.2 相対度数を比較する

人数が違う集団を比べる

人数が違う集団を比べるときは、度数だけでなく相対度数を使います。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{全体の度数}}$$

例題 9

A 中学校では 200 人中 56 人、B 中学校では 150 人中 45 人が、通学時間 30 分以上でした。通学時間 30 分以上の生徒の割合が高いのはどちらですか。

方針

それぞれの相対度数を求めて比べます。

解き方

A 中学校の相対度数は、

$$\frac{56}{200} = 0.28$$

です。

B 中学校の相対度数は、

$$\frac{45}{150} = 0.30$$

です。

$0.28 < 0.30$ なので、割合が高いのは B 中学校です。

答え

B 中学校

練習問題 9

C 中学校では 240 人中 72 人、D 中学校では 180 人中 45 人が、通学時間 30 分以上でした。通学時間 30 分以上の生徒の割合が高いのはどちらですか。

解答解説 9

解き方

C 中学校の相対度数は、

$$\frac{72}{240} = 0.30$$

です。

D 中学校の相対度数は、

$$\frac{45}{180} = 0.25$$

です。

$0.30 > 0.25$ なので、割合が高いのは C 中学校です。

答え

C 中学校

5.3 標本調査の考え方

一部から全体を推測する

標本調査では、一部のデータから全体の傾向を推測します。中学数学では、割合を使って全体の人数や個数を推測します。

例題 10

ある市の中学生から無作為に 200 人を選んで調査したところ、80 人が「週 3 日以上運動している」と答えました。この市に中学生が 5000 人いるとすると、週 3 日以上運動している中学生はおよそ何人と推測できますか。

方針

標本での割合を求め、その割合を全体にあてはめます。

解き方

標本での割合は、

$$\frac{80}{200} = 0.4$$

です。

全体の中学生は 5000 人なので、

$$5000 \times 0.4 = 2000$$

です。

答え

およそ 2000 人

練習問題 10

ある学校の生徒から無作為に 120 人を選んで調査したところ、36 人が「朝食を毎日食べる」と答えました。この学校に生徒が 800 人いるとすると、朝食を毎日食べる生徒はおよそ何人と推測できますか。

解答解説 10

解き方

標本での割合は、

$$\frac{36}{120} = 0.3$$

です。

全体の生徒は 800 人なので、

$$800 \times 0.3 = 240$$

です。

答え

およそ 240 人

6　単元まとめ練習問題

6.1　問題

練習問題 まとめ 1

大小 2 つのさいころを同時に投げます。出た目の和が 9 以上である確率を求めなさい。

練習問題 まとめ 2

1 個のさいころを 3 回投げます。少なくとも 1 回は 1 の目が出る確率を求めなさい。

練習問題 まとめ 3

袋の中に赤玉 2 個、白玉 3 個、青玉 4 個があります。この中から玉をもどさずに 2 個取り出します。2 個とも青玉でない確率を求めなさい。

練習問題 まとめ 4

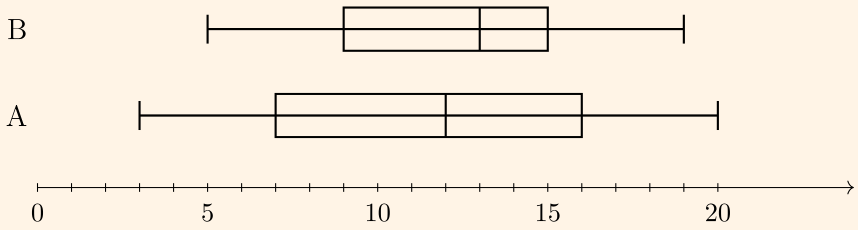
A、B、C、D、E の 5 人が横 1 列に並びます。A と B が隣り合う並び方は何通りありますか。

練習問題 まとめ 5

男子 5 人、女子 3 人の中から 3 人を選びます。少なくとも 1 人は女子を含む選び方は何通りありますか。

練習問題 まとめ 6

次の箱ひげ図から、中央値が高い組と、四分位範囲が小さい組を答えなさい。



練習問題 まとめ 7

あるクラスの小テストの結果を度数分布表にまとめました。階級値を使って平均値を求めなさい。

点数	階級値	度数
0 点以上 10 点未満	5	1
10 点以上 20 点未満	15	4
20 点以上 30 点未満	25	10
30 点以上 40 点未満	35	5

練習問題 まとめ 8

A 市では 300 人中 75 人、B 市では 240 人中 72 人が「図書館を月 1 回以上利用する」と答えました。利用する人の割合が高いのはどちらですか。

練習問題 まとめ 9

ある地域で無作為に 250 人を調査したところ、40 人が「自転車通学である」と答えました。この地域に中学生が 6000 人いるとすると、自転車通学の中学生はおよそ何人と推測できますか。

練習問題 まとめ 10

次のデータについて、第 1 四分位数、第 3 四分位数、四分位範囲を求めなさい。

$$3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 13,\ 15,\ 20$$

6.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

和が 9 以上になる組は、和が 9、10、11、12 の場合です。

それぞれ、4 通り、3 通り、2 通り、1 通りなので、合計は、

$$4+3+2+1=10$$

通りです。

すべての場合は 36 通りなので、確率は、

$$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$$

です。

答え

$\frac{5}{18}$

解答解説 まとめ 2

解き方

反対の場合は、3 回とも 1 の目が出ないことです。

1 回で 1 の目が出ない確率は $\frac{5}{6}$ なので、3 回とも 1 の目が出ない確率は、

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

です。

したがって、少なくとも 1 回は 1 の目が出る確率は、

$$1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

です。

答え

$\frac{91}{216}$

解答解説 まとめ 3

解き方

全部で 9 個の玉から、順番を区別して 2 個取り出すと、

$$9 \times 8 = 72$$

通りです。

青玉でない玉は、赤玉 2 個と白玉 3 個の合計 5 個です。

2 個とも青玉でない取り出し方は、

$$5 \times 4 = 20$$

通りです。

したがって、確率は、

$$\frac{20}{72} = \frac{5}{18}$$

です。

答え

$\frac{5}{18}$

解答解説 まとめ 4

解き方

A と B を 1 つのかたまりと考えます。すると、かたまり、C、D、E の 4 つを並べるので、

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

通りです。

かたまりの中は AB、BA の 2 通りあるので、

$$24 \times 2 = 48$$

通りです。

答え

48 通り

解答解説 まとめ 5

解き方

8 人から 3 人を選ぶ選び方は、

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

通りです。

女子を 1 人も含まない場合は、男子 5 人から 3 人を選ぶので、

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

通りです。

したがって、少なくとも 1 人は女子を含む選び方は、

$$56 - 10 = 46$$

通りです。

答え

46 通り

解答解説 まとめ 6

解き方

A の中央値は 12、B の中央値は 13 なので、中央値が高いのは B です。

A の四分位範囲は、

$$16 - 7 = 9$$

です。

B の四分位範囲は、

$$15 - 9 = 6$$

です。

したがって、四分位範囲が小さいのは B です。

答え

中央値が高い組：B、四分位範囲が小さい組：B

解答解説 まとめ 7

解き方

階級値と度数の積の合計は、

$$5 \times 1 + 15 \times 4 + 25 \times 10 + 35 \times 5 = 5 + 60 + 250 + 175 = 490$$

です。

度数の合計は、

$$1 + 4 + 10 + 5 = 20$$

です。

したがって、平均値は、

$$490 \div 20 = 24.5$$

です。

答え

24.5 点

解答解説 まとめ 8

解き方

A 市の相対度数は、

$$\frac{75}{300} = 0.25$$

です。

B 市の相対度数は、

$$\frac{72}{240} = 0.30$$

です。

したがって、利用する人の割合が高いのは B 市です。

答え

B 市

解答解説 まとめ 9

解き方

標本での割合は、

$$\frac{40}{250} = 0.16$$

です。

全体の中学生は 6000 人なので、

$$6000 \times 0.16 = 960$$

です。

答え

およそ 960 人

解答解説 まとめ 10

解き方

下半分は、

$$3,\ 4,\ 6,\ 8$$

なので、第 1 四分位数は、

$$\frac{4+6}{2}=5$$

です。

上半分は、

$$10,\ 13,\ 15,\ 20$$

なので、第 3 四分位数は、

$$\frac{13+15}{2}=14$$

です。

四分位範囲は、

$$14-5=9$$

です。

答え

第 1 四分位数 5、第 3 四分位数 14、四分位範囲 9

7 学習チェックリスト

できるようになったか確認しよう

- □2 つのさいころの応用問題で、条件を整理して確率を求められる。
- □余事象を使って「少なくとも」の確率を求められる。
- □玉をもどさずに取り出す確率を求められる。
- □並べ方で、隣り合う場合・隣り合わない場合を整理できる。
- □組み合わせで、条件を満たす選び方を求められる。
- □箱ひげ図を比較し、中央値や四分位範囲の違いを説明できる。
- □四分位範囲から、データのちらばりを説明できる。
- □度数分布表から階級値を使って平均値を求められる。
- □相対度数を使って、人数が違う集団を比較できる。
- □標本調査の割合から、全体の人数を推測できる。

8　まとめ

確率・データの活用・応用編のまとめ

確率の応用問題では、条件を正しく整理することが大切です。表、樹形図、余事象、全体から引く考え方を使い分けましょう。

場合の数では、順序を区別するか、同じものを重複して数えていないかを確認します。並べ方と組み合わせを区別することが重要です。

データの活用では、平均値だけでなく、中央値、四分位数、四分位範囲、箱ひげ図、相対度数を使って資料の特徴を読み取ります。説明問題では、**どの値を根拠にしたか**をはっきり書きましょう。