

中学数学

三平方の定理

基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

直角三角形の 3 辺の関係を理解し、
基本問題で長さを求められるように練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	三平方の定理の基本	3
2.1	直角三角形と斜辺	3
2.2	三平方の定理	6
3	斜辺を求める	8
3.1	2 辺から斜辺を求める	8
3.2	答えが平方根になる場合	11
4	直角をはさむ辺を求める	14
4.1	斜辺と 1 辺から残りの辺を求める	14
4.2	引き算で平方根になる場合	17
5	三平方の定理の逆	20
5.1	直角三角形か判断する	20
5.2	直角三角形でない場合	23
6	図形への基本利用	25
6.1	正方形の対角線	25
6.2	長方形の対角線	28
7	単元まとめ練習問題	30
7.1	問題	30
7.2	解答解説	31
8	学習チェックリスト	34
9	まとめ	35

1 この教材の使い方

この教材は、三平方の定理をはじめて学ぶ人、または基本を確認したい人のための基礎教材です。直角三角形の3辺の関係を使って、斜辺や残りの1辺を求める練習をします。

学習の進め方

1. まず「直角三角形」と「斜辺」の位置を確認します。
2. 三平方の定理の式 $a^2 + b^2 = c^2$ を、図と結びつけて覚えます。
3. 例題では、「方針」でどの辺を求めるかを確認してから解きます。
4. 最後のまとめ練習問題で、斜辺を求める問題と、残りの1辺を求める問題を混ぜて確認します。

注意 この教材で大切にすること

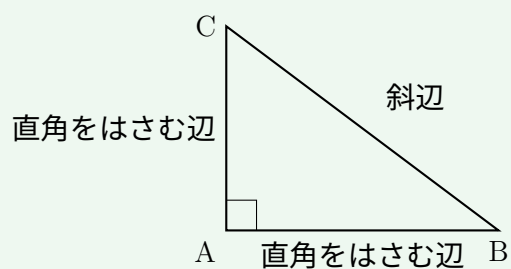
三平方の定理では、**斜辺がどこかを最初に確認すること**が大切です。斜辺は、直角の向かい側にあるいちばん長い辺です。式に入れる前に、図で斜辺を見つけましょう。

2 三平方の定理の基本

2.1 直角三角形と斜辺

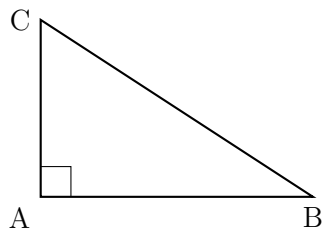
直角三角形と斜辺

1つの角が 90° である三角形を直角三角形といいます。直角の向かい側の辺を**斜辺**といいます。



例題 1

次の直角三角形で、斜辺はどの辺ですか。

**方針**

斜辺は、直角の向かい側にある辺です。

解き方

直角は点 A にあります。

点 A の向かい側にある辺は、辺 BC です。

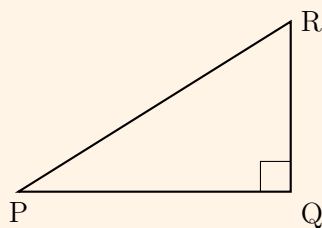
したがって、この直角三角形の斜辺は辺 BC です。

答え

辺 BC

練習問題 1

次の直角三角形で、斜辺はどの辺ですか。



解答解説 1**解き方**

直角は点 Q にあります。

点 Q の向かい側にある辺は、辺 PR です。

答え

辺 PR

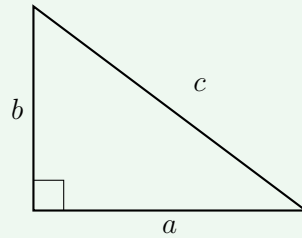
2.2 三平方の定理

三平方の定理

直角三角形で、直角をはさむ 2 辺の長さを a, b 、斜辺の長さを c とすると、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立ちます。これを三平方の定理といいます。



例題 2

直角をはさむ 2 辺が 3cm、4cm、斜辺が 5cm の直角三角形について、三平方の定理が成り立つことを確認しなさい。

方針

直角をはさむ 2 辺の 2 乗の和と、斜辺の 2 乗を比べます。

解き方

直角をはさむ 2 辺は 3cm と 4cm です。

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

斜辺は 5cm です。

$$5^2 = 25$$

どちらも 25 になるので、

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

が成り立ちます。

答え

三平方の定理が成り立つ。

練習問題 2

直角をはさむ 2 辺が 6cm、8cm、斜辺が 10cm の直角三角形について、三平方の定理が成り立つことを確認しなさい。

解答解説 2**解き方**

直角をはさむ 2 辺は 6cm と 8cm です。

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

斜辺は 10cm です。

$$10^2 = 100$$

したがって、

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

が成り立ちます。

答え

三平方の定理が成り立つ。

3 斜辺を求める

3.1 2 辺から斜辺を求める

斜辺を求める流れ

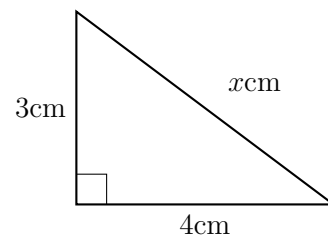
直角をはさむ 2 辺が分かっているときは、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

に代入して、斜辺 c を求めます。最後に平方根を使って長さに直します。

例題 3

次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めなさい。



方針

斜辺を x として、 $3^2 + 4^2 = x^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$3^2 + 4^2 = x^2$$

です。

左辺を計算します。

$$9 + 16 = x^2$$

$$25 = x^2$$

長さは正の数なので、

$$x = 5$$

です。

答え

5cm

練習問題 3

直角をはさむ 2 辺が 5cm、12cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

解答解説 3**解き方**

斜辺を x cm とします。

三平方の定理より、

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$25 + 144 = x^2$$

$$169 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 13$$

です。

答え

13cm

3.2 答えが平方根になる場合

平方根で答える場合

斜辺の 2 乗が平方数にならないときは、答えを根号で表します。たとえば、

$$x^2 = 13$$

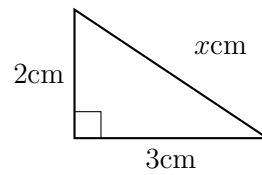
なら、長さは正なので、

$$x = \sqrt{13}$$

です。

例題 4

次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めなさい。

**方針**

三平方の定理で x^2 を求め、平方根で答えます。

解き方

三平方の定理より、

$$2^2 + 3^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$4 + 9 = x^2$$

$$13 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{13}$$

です。

答え

$\sqrt{13}$ cm

練習問題 4

直角をはさむ 2 辺が 1cm、4cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

解答解説 4**解き方**

斜辺を x cm とします。

$$1^2 + 4^2 = x^2$$

$$1 + 16 = x^2$$

$$17 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{17}$$

です。

答え

$\sqrt{17}$ cm

4 直角をはさむ辺を求める

4.1 斜辺と 1 辺から残りの辺を求める

残りの 1 辺を求める流れ

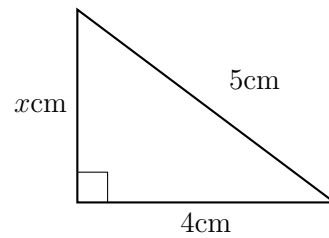
斜辺と直角をはさむ 1 辺が分かっているときは、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

のうち、**斜辺を右辺に置く**ことが大切です。残りの辺は、斜辺の 2 乗から分かっている辺の 2 乗を引いて求めます。

例題 5

次の直角三角形で、 x の長さを求めなさい。



方針

斜辺は 5cm です。 $x^2 + 4^2 = 5^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$x^2 + 4^2 = 5^2$$

です。

計算すると、

$$x^2 + 16 = 25$$

です。

両辺から 16 をひきます。

$$x^2 = 9$$

長さは正なので、

$$x = 3$$

です。

答え

3cm

練習問題 5

斜辺が 13cm、直角をはさむ 1 辺が 5cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

解答解説 5**解き方**

残りの 1 辺を x cm とします。

斜辺は 13cm なので、

$$x^2 + 5^2 = 13^2$$

です。

計算すると、

$$x^2 + 25 = 169$$

$$x^2 = 144$$

長さは正なので、

$$x = 12$$

です。

答え

12cm

4.2 引き算で平方根になる場合

平方根で残す

残りの辺を求めるときも、2乗の値が平方数にならない場合があります。そのときは、根号で答えます。

$$x^2 = 20 \Rightarrow x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

最後に根号を簡単にできるか確認しましょう。

例題 6

斜辺が 6cm、直角をはさむ 1 辺が 4cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

方針

残りの 1 辺を x cm とし、 $x^2 + 4^2 = 6^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$x^2 + 4^2 = 6^2$$

です。

計算すると、

$$x^2 + 16 = 36$$

$$x^2 = 20$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{20}$$

です。

$\sqrt{20}$ を簡単にすると、

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

です。

答え

$2\sqrt{5}$ cm

練習問題 6

斜辺が 10cm、直角をはさむ 1 辺が 6cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

解答解説 6**解き方**

残りの1辺を x cm とします。

$$x^2 + 6^2 = 10^2$$

$$x^2 + 36 = 100$$

$$x^2 = 64$$

長さは正なので、

$$x = 8$$

です。

答え

8cm

5 三平方の定理の逆

5.1 直角三角形か判断する

三平方の定理の逆

3 辺の長さが分かっている三角形で、いちばん長い辺を c とします。

もし、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立てば、その三角形は**直角三角形**です。

この考え方を三平方の定理の逆といいます。

例題 7

3 辺の長さが 3cm、4cm、5cm の三角形は直角三角形ですか。

方針

いちばん長い辺 5cm を斜辺の候補として、 $3^2 + 4^2$ と 5^2 を比べます。

解き方

いちばん長い辺は 5cm です。

まず、短い 2 辺の 2 乗の和を計算します。

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

次に、いちばん長い辺の 2 乗を計算します。

$$5^2 = 25$$

同じ値になるので、

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

が成り立ちます。

答え

直角三角形である。

練習問題 7

3 辺の長さが 6cm、8cm、10cm の三角形は直角三角形ですか。

解答解説 7**解き方**

いちばん長い辺は 10cm です。

短い 2 辺の 2 乗の和は、

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

です。

いちばん長い辺の 2 乗は、

$$10^2 = 100$$

です。

同じ値になるので、三平方の定理の逆が使えます。

答え

直角三角形である。

5.2 直角三角形でない場合

等しくならない場合

いちばん長い辺の 2 乗と、残り 2 辺の 2 乗の和が等しくならない場合、その三角形は直角三角形ではありません。

必ず、**いちばん長い辺**を斜辺の候補にして確認します。

例題 8

3 辺の長さが 4cm、5cm、6cm の三角形は直角三角形ですか。

方針

いちばん長い辺 6cm を斜辺の候補として確認します。

解き方

いちばん長い辺は 6cm です。

短い 2 辺の 2 乗の和は、

$$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

です。

いちばん長い辺の 2 乗は、

$$6^2 = 36$$

です。

41 と 36 は等しくありません。

答え

直角三角形ではない。

練習問題 8

3 辺の長さが 5cm、7cm、9cm の三角形は直角三角形ですか。

解答解説 8**解き方**

いちばん長い辺は 9cm です。

短い 2 辺の 2 乗の和は、

$$5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

です。

いちばん長い辺の 2 乗は、

$$9^2 = 81$$

です。

74 と 81 は等しくありません。

答え

直角三角形ではない。

6 図形への基本利用

6.1 正方形の対角線

正方形の対角線

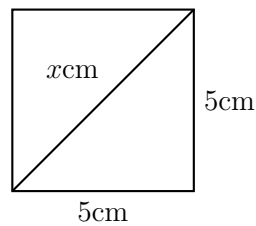
正方形の対角線を引くと、直角三角形ができます。1 辺が a cm の正方形の対角線は、

$$a^2 + a^2 = x^2$$

から求められます。

例題 9

1 辺が 5cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

**方針**

正方形の 1 辺と 1 辺を直角をはさむ 2 辺として、三平方の定理を使います。

解き方

対角線の長さを $x\text{cm}$ とします。

三平方の定理より、

$$5^2 + 5^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$25 + 25 = x^2$$

$$50 = x^2$$

です。

長さは正なので、

$$x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

です。

答え

$5\sqrt{2}\text{cm}$

練習問題 9

1 辺が 6cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

解答解説 9**解き方**

対角線の長さを x cm とします。

$$6^2 + 6^2 = x^2$$

$$36 + 36 = x^2$$

$$72 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

です。

答え

$6\sqrt{2}$ cm

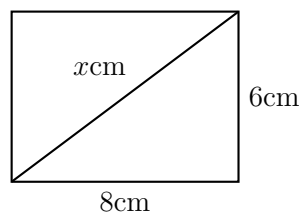
6.2 長方形の対角線

長方形の対角線

長方形の対角線を引くと、直角三角形ができます。縦と横の長さを直角をはさむ 2 辺として、三平方の定理を使います。

例題 10

縦が 6cm、横が 8cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。



方針

縦 6cm、横 8cm を直角をはさむ 2 辺として考えます。

解き方

対角線の長さを x cm とします。

三平方の定理より、

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$36 + 64 = x^2$$

$$100 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 10$$

です。

答え

10cm

練習問題 10

縦が 9cm、横が 12cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。

解答解説 10**解き方**

対角線の長さを x cm とします。

$$9^2 + 12^2 = x^2$$

$$81 + 144 = x^2$$

$$225 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 15$$

です。

答え

15cm

7 単元まとめ練習問題

7.1 問題

練習問題 まとめ 1

直角をはさむ 2 辺が 8cm、15cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 2

斜辺が 17cm、直角をはさむ 1 辺が 8cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 3

直角をはさむ 2 辺が 2cm、5cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 4

3 辺の長さが 7cm、24cm、25cm の三角形は直角三角形ですか。

練習問題 まとめ 5

1 辺が 4cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 6

縦が 5cm、横が 12cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。

7.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

斜辺を x cm とします。

$$8^2 + 15^2 = x^2$$

$$64 + 225 = x^2$$

$$289 = x^2$$

したがって、 $x = 17$ です。

答え

17cm

解答解説 まとめ 2

解き方

残りの 1 辺を x cm とします。

$$x^2 + 8^2 = 17^2$$

$$x^2 + 64 = 289$$

$$x^2 = 225$$

したがって、 $x = 15$ です。

答え

15cm

解答解説 まとめ 3**解き方**

斜辺を x cm とします。

$$2^2 + 5^2 = x^2$$

$$4 + 25 = x^2$$

$$29 = x^2$$

したがって、 $x = \sqrt{29}$ です。

答え

$\sqrt{29}$ cm

解答解説 まとめ 4**解き方**

いちばん長い辺は 25cm です。

$$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$$

$$25^2 = 625$$

等しいので、直角三角形です。

答え

直角三角形である。

解答解説 まとめ 5**解き方**

対角線を x cm とします。

$$4^2 + 4^2 = x^2$$

$$32 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

です。

答え

$4\sqrt{2}$ cm

解答解説 まとめ 6**解き方**

対角線を x cm とします。

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

$$25 + 144 = x^2$$

$$169 = x^2$$

したがって、 $x = 13$ です。

答え

13cm

8 学習チェックリスト

できるようになったか確認しよう

- 直角三角形で、斜辺を見つけられる。
- 三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を使える。
- 直角をはさむ 2 辺から、斜辺を求められる。
- 斜辺と 1 辺から、残りの 1 辺を求められる。
- 答えが平方根になる場合に、根号で表せる。
- 三平方の定理の逆を使って、直角三角形か判断できる。
- 正方形や長方形の対角線に三平方の定理を使う。

9 まとめ

三平方の定理・基礎編のまとめ

三平方の定理は、直角三角形の 3 辺の長さの関係を表す定理です。

直角をはさむ 2 辺を a, b 、斜辺を c とすると、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立ちます。

大切なのは、まず**斜辺を確認すること**です。斜辺は直角の向かい側にある辺です。斜辺を間違えなければ、式を正しく作りやすくなります。

基礎編では、次の 3 つを確実にできるようにしましょう。

- 斜辺を求める。
- 直角をはさむ残りの 1 辺を求める。
- 3 辺から直角三角形か判断する。