

中学数学

三平方の定理

標準編

偏差値 50 前後を目指す入試標準対策

三平方の定理を使った平面図形・座標・立体の問題を、
入試標準レベルで安定して得点できる形まで練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	三平方の定理の確認	3
2.1	斜辺を確認して式を作る	3
2.2	残りの1辺を求める	6
3	根号を含む標準計算	8
3.1	答えを根号で表す	8
3.2	引き算で根号になる場合	11
4	特別な直角三角形	13
4.1	正方形と45度の直角三角形	13
4.2	正三角形の高さ	16
5	平面図形への利用	18
5.1	長方形の対角線	18
5.2	台形の高さを求める	20
6	座標平面への利用	23
6.1	2点間の距離	23
6.2	座標上の図形の辺の長さ	26
7	立体への利用	28
7.1	直方体の対角線	28
8	三平方の定理の逆	31
8.1	直角三角形か判断する	31
8.2	直角三角形でない場合	33
9	単元まとめ練習問題	35
9.1	問題	35
9.2	解答解説	37
10	学習チェックリスト	43
11	まとめ	44

1 この教材の使い方

この教材は、三平方の定理の基本を学習したあと、入試標準問題で使えるようにするための教材です。単に公式に代入するだけでなく、図の中から直角三角形を見つけ、長さを求める力を身につけます。

学習の進め方

1. まず、斜辺と直角をはさむ2辺を正しく見分けます。
2. 例題では、どの直角三角形に三平方の定理を使うかを確認します。
3. 根号が出る問題では、最後に簡単にできるか確認します。
4. 座標や立体では、見えない直角三角形を自分で作る練習をします。

注意 標準編で大切にすること

標準問題では、最初から式を作るのではなく、**どこに直角三角形があるか**を探ることが大切です。正方形、長方形、座標、直方体では、対角線を引くと直角三角形が見えます。

2 三平方の定理の確認

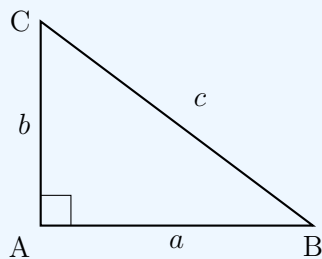
2.1 斜辺を確認して式を作る

三平方の定理の基本

直角三角形で、直角をはさむ2辺を a, b 、斜辺を c とすると、

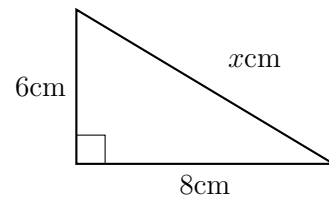
$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立ちます。斜辺 c は、**直角の向かい側**にある辺です。



例題 1

次の直角三角形で、 x の長さを求めなさい。

**方針**

x は斜辺なので、 $6^2 + 8^2 = x^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$36 + 64 = x^2$$

$$100 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 10$$

です。

答え

10cm

練習問題 1

直角をはさむ 2 辺が 9cm、12cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

解答解説 1**解き方**

斜辺を x cm とします。

$$9^2 + 12^2 = x^2$$

$$81 + 144 = x^2$$

$$225 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 15$$

です。

答え

15cm

2.2 残りの1辺を求める

斜辺から引いて求める

斜辺と直角をはさむ1辺が分かっているときは、斜辺の2乗から、分かっている辺の2乗を引きます。

$$x^2 + a^2 = c^2 \Rightarrow x^2 = c^2 - a^2$$

斜辺を右辺に置くことを忘れないようにしましょう。

例題 2

斜辺が15cm、直角をはさむ1辺が9cmの直角三角形があります。残りの1辺の長さを求めなさい。

方針

残りの1辺を x cm として、 $x^2 + 9^2 = 15^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$x^2 + 9^2 = 15^2$$

です。

計算すると、

$$x^2 + 81 = 225$$

$$x^2 = 144$$

長さは正なので、

$$x = 12$$

です。

答え

12cm

練習問題 2

斜辺が 25cm、直角をはさむ 1 辺が 7cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

解答解説 2**解き方**

残りの 1 辺を x cm とします。

$$x^2 + 7^2 = 25^2$$

$$x^2 + 49 = 625$$

$$x^2 = 576$$

長さは正なので、

$$x = 24$$

です。

答え

24cm

3 根号を含む標準計算

3.1 答えを根号で表す

平方数にならない場合

計算しても x^2 が平方数にならないときは、根号で答えます。

$$x^2 = 45 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

最後に根号を簡単にすることが大切です。

例題 3

直角をはさむ 2 辺が 6cm、9cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

方針

斜辺を x cm として、 $6^2 + 9^2 = x^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$6^2 + 9^2 = x^2$$

です。

計算すると、

$$36 + 81 = x^2$$

$$117 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{117}$$

です。

根号を簡単にすると、

$$\sqrt{117} = \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$$

です。

答え

$3\sqrt{13}$ cm

練習問題 3

直角をはさむ 2 辺が 4cm、10cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

解答解説 3**解き方**

斜辺を x cm とします。

$$4^2 + 10^2 = x^2$$

$$16 + 100 = x^2$$

$$116 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{116} = \sqrt{4 \times 29} = 2\sqrt{29}$$

です。

答え

$2\sqrt{29}$ cm

3.2 引き算で根号になる場合

例題 4

斜辺が 10cm、直角をはさむ 1 辺が 3cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

方針

残りの 1 辺を x cm として、 $x^2 + 3^2 = 10^2$ を作ります。

解き方

三平方の定理より、

$$x^2 + 3^2 = 10^2$$

です。

計算すると、

$$x^2 + 9 = 100$$

$$x^2 = 91$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{91}$$

です。

答え

$\sqrt{91}$ cm

練習問題 4

斜辺が 9cm、直角をはさむ 1 辺が 4cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

解答解説 4**解き方**

残りの1辺を x cm とします。

$$x^2 + 4^2 = 9^2$$

$$x^2 + 16 = 81$$

$$x^2 = 65$$

長さは正なので、

$$x = \sqrt{65}$$

です。

答え

$\sqrt{65}$ cm

4 特別な直角三角形

4.1 正方形と 45 度の直角三角形

1:1: $\sqrt{2}$ の直角三角形

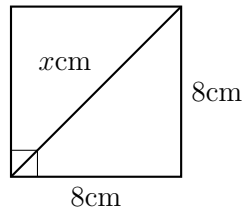
正方形を対角線で 2 つに分けると、直角をはさむ 2 辺が等しい直角三角形になります。直角をはさむ 2 辺が a, a なら、斜辺は

$$a\sqrt{2}$$

です。

例題 5

1 辺が 8cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

**方針**

対角線を斜辺とする直角三角形を考えます。

解き方

対角線の長さを x cm とします。

$$8^2 + 8^2 = x^2$$

$$64 + 64 = x^2$$

$$128 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

です。

答え

$8\sqrt{2}$ cm

練習問題 5

1 辺が 7cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

解答解説 5**解き方**

対角線を x cm とします。

$$7^2 + 7^2 = x^2$$

$$98 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

です。

答え

$7\sqrt{2}$ cm

4.2 正三角形の高さ

1:2: $\sqrt{3}$ の直角三角形

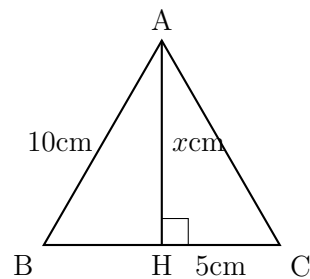
正三角形に高さを引くと、底辺は半分に分かれます。1 辺が $2a$ の正三角形では、高さは

$$a\sqrt{3}$$

になります。

例題 6

1 辺が 10cm の正三角形の高さを求めなさい。



方針

高さを引くと、底辺は 5cm ずつに分かれます。斜辺 10cm、1 辺 5cm の直角三角形を考えます。

解き方

高さを x cm とします。

$$x^2 + 5^2 = 10^2$$

$$x^2 + 25 = 100$$

$$x^2 = 75$$

したがって、

$$x = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

です。

答え

$5\sqrt{3}$ cm

練習問題 6

1 辺が 12cm の正三角形の高さを求めなさい。

解答解説 6**解き方**

高さを x cm とします。

底辺は半分に分かれるので、6cm です。

$$x^2 + 6^2 = 12^2$$

$$x^2 + 36 = 144$$

$$x^2 = 108$$

したがって、

$$x = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

です。

答え

$6\sqrt{3}$ cm

5 平面図形への利用

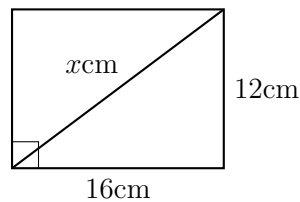
5.1 長方形の対角線

長方形の中の直角三角形

長方形の対角線を引くと、直角三角形ができます。縦と横が直角をはさむ 2 辺、対角線が斜辺になります。

例題 7

縦が 12cm、横が 16cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。



方針

縦 12cm、横 16cm を直角をはさむ 2 辺として考えます。

解き方

対角線の長さを x cm とします。

$$12^2 + 16^2 = x^2$$

$$144 + 256 = x^2$$

$$400 = x^2$$

長さは正なので、

$$x = 20$$

です。

答え

20cm

練習問題 7

縦が 10cm、横が 24cm の長方形の対角線の長さを求めなさい。

解答解説 7**解き方**

対角線を x cm とします。

$$10^2 + 24^2 = x^2$$

$$100 + 576 = x^2$$

$$676 = x^2$$

したがって、

$$x = 26$$

です。

答え

26cm

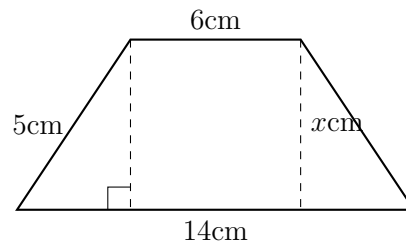
5.2 台形の高さを求める

補助線で直角三角形を作る

台形や三角形の中では、垂線を引くことで直角三角形を作れることがあります。標準問題では、まず補助線で直角三角形を見つけます。

例題 8

次の等脚台形で、上底が 6cm、下底が 14cm、斜めの辺が 5cm です。高さを求めなさい。



方針

下底と上底の差を左右に分けます。片側の底辺は $(14 - 6) \div 2 = 4\text{cm}$ です。

解き方

高さを $x\text{cm}$ とします。

等脚台形なので、下底と上底の差は左右に同じだけ分かります。

$$(14 - 6) \div 2 = 4$$

よって、斜辺 5cm、1 辺 4cm の直角三角形ができます。

$$x^2 + 4^2 = 5^2$$

$$x^2 + 16 = 25$$

$$x^2 = 9$$

したがって、

$$x = 3$$

です。

答え

3cm

練習問題 8

等脚台形で、上底が 8cm、下底が 20cm、斜めの辺が 10cm です。高さを求めなさい。

解答解説 8

解き方

高さを x cm とします。

下底と上底の差は、

$$20 - 8 = 12$$

です。左右に分けるので、片側は

$$12 \div 2 = 6$$

cm です。

斜辺 10cm、1 辺 6cm の直角三角形より、

$$x^2 + 6^2 = 10^2$$

$$x^2 + 36 = 100$$

$$x^2 = 64$$

したがって、

$$x = 8$$

です。

答え

8cm

6 座標平面への利用

6.1 2点間の距離

横の差と縦の差を見る

座標平面上の2点間の距離は、横の差と縦の差を直角三角形の2辺として考えます。

$$\text{距離} = \sqrt{(\text{横の差})^2 + (\text{縦の差})^2}$$

例題 9

2点 A(1, 2)、B(7, 10) の距離を求めなさい。

方針

横の差と縦の差を求め、三平方の定理を使います。

解き方

横の差は、

$$7 - 1 = 6$$

です。

縦の差は、

$$10 - 2 = 8$$

です。

したがって、距離を x とすると、

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

$$36 + 64 = x^2$$

$$100 = x^2$$

よって、

$$x = 10$$

です。

答え

10

練習問題 9

2点 A(-2, 3)、B(4, 11) の距離を求めなさい。

解答解説 9

解き方

横の差は、

$$4 - (-2) = 6$$

です。

縦の差は、

$$11 - 3 = 8$$

です。

距離を x とすると、

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

$$100 = x^2$$

したがって、

$$x = 10$$

です。

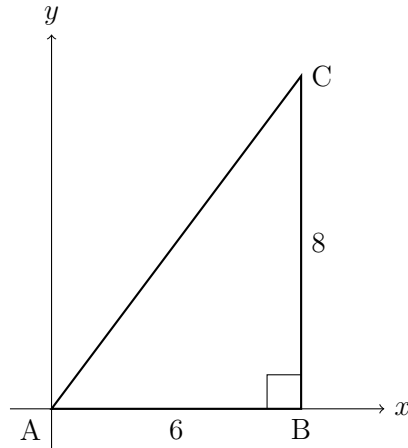
答え

10

6.2 座標上の図形の辺の長さ

例題 10

$A(0,0)$ 、 $B(6,0)$ 、 $C(6,8)$ のとき、三角形 ABC の辺 AC の長さを求めなさい。



方針

AB と BC が直角をはさむ 2 辺、AC が斜辺です。

解き方

AC の長さを x とします。

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

$$36 + 64 = x^2$$

$$100 = x^2$$

したがって、

$$x = 10$$

です。

答え

10

練習問題 10

$A(0,0)$ 、 $B(5,0)$ 、 $C(5,12)$ のとき、三角形 ABC の辺 AC の長さを求めなさい。

解答解説 10**解き方**

AB は 5、BC は 12 です。

AC を x とすると、

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

$$25 + 144 = x^2$$

$$169 = x^2$$

したがって、

$$x = 13$$

です。

答え

13

7 立体への利用

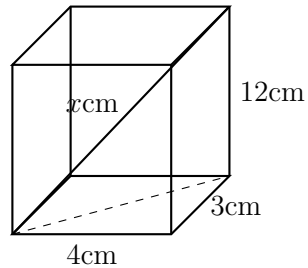
7.1 直方体の対角線

立体の対角線の考え方

直方体の対角線を求めるときは、まず底面の対角線を求めます。そのあと、底面の対角線と高さで、もう一度三平方の定理を使います。

例題 11

たて 3cm、横 4cm、高さ 12cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。



方針

底面の対角線を先に求めます。底面は 3cm と 4cm の長方形です。

解き方

底面の対角線を y cm とします。

$$3^2 + 4^2 = y^2$$

$$9 + 16 = y^2$$

$$y = 5$$

です。

次に、底面の対角線 5cm と高さ 12cm を使います。直方体の対角線を x cm とすると、

$$5^2 + 12^2 = x^2$$

$$25 + 144 = x^2$$

$$169 = x^2$$

したがって、

$$x = 13$$

です。

答え

13cm

練習問題 11

たて 6cm、横 8cm、高さ 24cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

解答解説 11**解き方**

底面の対角線を y cm とします。

$$6^2 + 8^2 = y^2$$

$$36 + 64 = y^2$$

$$y = 10$$

です。

直方体の対角線を x cm とすると、

$$10^2 + 24^2 = x^2$$

$$100 + 576 = x^2$$

$$676 = x^2$$

したがって、

$$x = 26$$

です。

答え

26cm

8 三平方の定理の逆

8.1 直角三角形か判断する

三平方の定理の逆

3 辺の長さが分かっている三角形で、いちばん長い辺を c とします。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立てば、その三角形は直角三角形です。

例題 12

3 辺の長さが 8cm、15cm、17cm の三角形は直角三角形ですか。

方針

いちばん長い辺 17cm を斜辺の候補として確認します。

解き方

短い 2 辺の 2 乗の和は、

$$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

です。

いちばん長い辺の 2 乗は、

$$17^2 = 289$$

です。

等しいので、三平方の定理の逆が使えます。

答え

直角三角形である。

練習問題 12

3 辺の長さが 9cm、12cm、15cm の三角形は直角三角形ですか。

解答解説 12**解き方**

いちばん長い辺は 15cm です。

$$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$15^2 = 225$$

です。

等しいので、三平方の定理の逆が使えます。

答え

直角三角形である。

8.2 直角三角形でない場合

例題 13

3 辺の長さが 6cm、7cm、10cm の三角形は直角三角形ですか。

方針

いちばん長い辺 10cm を斜辺の候補として確認します。

解き方

短い 2 辺の 2 乗の和は、

$$6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

です。

いちばん長い辺の 2 乗は、

$$10^2 = 100$$

です。

85 と 100 は等しくありません。

答え

直角三角形ではない。

練習問題 13

3 辺の長さが 7cm、9cm、12cm の三角形は直角三角形ですか。

解答解説 13**解き方**

いちばん長い辺は 12cm です。

$$7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130$$

$$12^2 = 144$$

です。

130 と 144 は等しくありません。

答え

直角三角形ではない。

9 単元まとめ練習問題

9.1 問題

練習問題 まとめ 1

直角をはさむ 2 辺が 12cm、35cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 2

斜辺が 20cm、直角をはさむ 1 辺が 16cm の直角三角形があります。残りの 1 辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 3

直角をはさむ 2 辺が 5cm、11cm の直角三角形があります。斜辺の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 4

1 辺が 9cm の正方形の対角線の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 5

1 辺が 14cm の正三角形の高さを求めなさい。

練習問題 まとめ 6

2 点 $A(2, -1)$ 、 $B(8, 7)$ の距離を求めなさい。

練習問題 まとめ 7

たて 5cm、横 12cm、高さ 84cm の直方体の対角線の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 8

3 辺の長さが 10cm、24cm、26cm の三角形は直角三角形ですか。

9.2 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

斜辺を x cm とします。

$$12^2 + 35^2 = x^2$$

$$144 + 1225 = x^2$$

$$1369 = x^2$$

したがって、

$$x = 37$$

です。

答え

37cm

解答解説 まとめ 2

解き方

残りの 1 辺を x cm とします。

$$x^2 + 16^2 = 20^2$$

$$x^2 + 256 = 400$$

$$x^2 = 144$$

したがって、

$$x = 12$$

です。

答え

12cm

解答解説 まとめ 3**解き方**

斜辺を x cm とします。

$$5^2 + 11^2 = x^2$$

$$25 + 121 = x^2$$

$$146 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{146}$$

です。

答え

$$\sqrt{146}\text{cm}$$

解答解説 まとめ 4**解き方**

対角線を x cm とします。

$$9^2 + 9^2 = x^2$$

$$162 = x^2$$

したがって、

$$x = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

です。

答え

$$9\sqrt{2}\text{cm}$$

解答解説 まとめ 5**解き方**

高さを x cm とします。

底辺は半分に分かれるので、7cm です。

$$x^2 + 7^2 = 14^2$$

$$x^2 + 49 = 196$$

$$x^2 = 147$$

したがって、

$$x = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$$

です。

答え

$7\sqrt{3}$ cm

解答解説 まとめ 6**解き方**

横の差は、

$$8 - 2 = 6$$

です。

縦の差は、

$$7 - (-1) = 8$$

です。

距離を x とすると、

$$6^2 + 8^2 = x^2$$

$$100 = x^2$$

したがって、

$$x = 10$$

です。

答え

10

解答解説 まとめ 7

解き方

底面の対角線を y cm とします。

$$5^2 + 12^2 = y^2$$

$$y = 13$$

です。

直方体の対角線を x cm とすると、

$$13^2 + 84^2 = x^2$$

$$169 + 7056 = x^2$$

$$7225 = x^2$$

したがって、

$$x = 85$$

です。

答え

85cm

解答解説 まとめ 8**解き方**

いちばん長い辺は 26cm です。

$$10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$$

$$26^2 = 676$$

です。

等しいので、三平方の定理の逆が使えます。

答え

直角三角形である。

10 学習チェックリスト

できるようになったか確認しよう

- 直角三角形で、斜辺を正しく見つけられる。
- 斜辺を求める問題と、残りの 1 辺を求める問題を区別できる。
- 答えが根号になる場合に、根号を簡単にできる。
- 正方形の対角線を、三平方の定理で求められる。
- 正三角形の高さを、三平方の定理で求められる。
- 長方形や台形の中に、直角三角形を見つけれられる。
- 座標平面上の 2 点間の距離を求められる。
- 直方体の対角線を、2 回の三平方の定理で求められる。
- 三平方の定理の逆を使って、直角三角形か判断できる。

11 まとめ

三平方の定理・標準編のまとめ

三平方の定理は、直角三角形の辺の長さを求めるだけでなく、平面図形、座標、立体の問題にも使われます。

標準編で大切なのは、次の3つです。

- 図の中から直角三角形を見つける。
- 斜辺を確認して、 $a^2 + b^2 = c^2$ の形にする。
- 答えが根号になる場合は、最後に簡単にする。

入試標準問題では、対角線、正三角形の高さ、座標の距離、直方体の対角線などに三平方の定理がよく使われます。公式を覚えるだけでなく、**どの直角三角形に使うか**を説明できるようにしましょう。