

中学数学

相似

基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

相似な図形の見方、相似比、三角形の相似条件を、
基本問題で確認しながら練習します。

目次

1	この教材の使い方	2
2	相似な図形の基本	3
2.1	相似とは	3
2.2	相似の記号と対応	5
3	相似比	8
3.1	相似比とは	8
3.2	相似比を使って辺の長さを求める	11
4	三角形の相似条件	16
4.1	3つの相似条件	16
4.2	3組の辺の比が等しい	17
4.3	2組の辺の比とその間の角	19
4.4	2組の角が等しい	21
5	縮図と拡大図	23
5.1	縮図・拡大図の考え方	23
6	単元まとめ練習問題	25
6.1	解答解説	27
7	学習チェックリスト	31
8	まとめ	32

1 この教材の使い方

この教材は、相似をはじめて学ぶ人、または相似の基本を確認したい人のための基礎教材です。相似な図形、相似比、対応する辺、三角形の相似条件を順番に学習します。

学習の進め方

1. まず「ポイント」で、相似の意味と対応の見方を確認します。
2. 例題では、「方針」でどの比を見るかを確認してから解きます。
3. 図では、対応する頂点・辺・角を必ずそろえて読みます。
4. 最後のまとめ練習問題で、相似比と相似条件を確認します。

注意 この教材で大切にすること

相似では、図形の大きさが違ってても、**形が同じ**であることが大切です。計算では、どの辺とどの辺が対応しているかを間違えないようにしましょう。

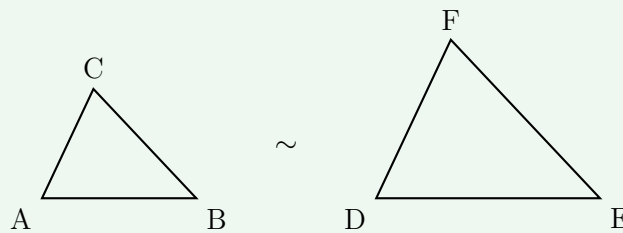
2 相似な図形の基本

2.1 相似とは

相似な図形

2つの図形で、**形が同じ**で、大きさだけが違うものを相似な図形といいます。

合同は「形も大きさも同じ」でしたが、相似では大きさが違っていてもよいです。



例題 1

次の空欄にあてはまる言葉を答えなさい。

「相似な図形は、_____が同じで、大きさだけが違う図形である。」

方針

相似の意味を確認します。

解き方

相似な図形では、大きさは違っててもよいです。

ただし、形は同じでなければなりません。

答え

形

練習問題 1

次の文のうち、正しいものを 1 つ選びなさい。

1. 相似な図形は、形が同じであれば大きさが違ってよい。
2. 相似な図形は、必ず大きさも同じである。
3. 相似な図形は、辺の長さがすべて同じである。

解答解説 1**解き方**

相似とは、形が同じで、大きさだけが違う図形のことです。

大きさが同じである必要はありません。

答え

1

2.2 相似の記号と対応

相似の表し方

三角形 ABC と三角形 DEF が相似であることを、

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

と書きます。

このとき、頂点の対応は、

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

です。

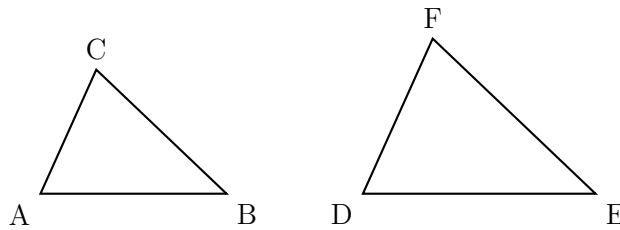
したがって、対応する辺は、

$$AB \leftrightarrow DE, \quad BC \leftrightarrow EF, \quad CA \leftrightarrow FD$$

です。

例題 2

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、辺 BC に対応する辺と、角 A に対応する角を答えなさい。



方針

相似の記号に書かれた頂点の順番を見ます。

解き方

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ なので、頂点の対応は、

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

です。

したがって、辺 BC に対応する辺は EF です。

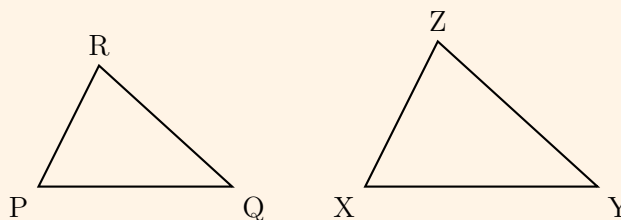
また、角 A に対応する角は角 D です。

答え

辺 EF 、角 D

練習問題 2

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ のとき、辺 PR に対応する辺と、角 Q に対応する角を答えなさい。



解答解説 2**解き方**

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ なので、

$$P \leftrightarrow X, \quad Q \leftrightarrow Y, \quad R \leftrightarrow Z$$

です。

したがって、辺 PR に対応する辺は XZ です。

また、角 Q に対応する角は角 Y です。

答え

辺 XZ 、角 Y

3 相似比

3.1 相似比とは

相似比

相似な図形で、対応する辺の長さの比を**相似比**といいます。

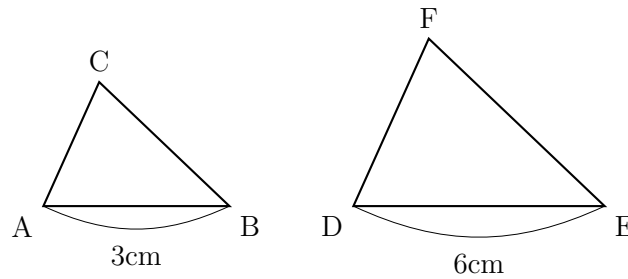
たとえば、対応する辺の長さが 3cm と 6cm なら、相似比は、

$$3 : 6 = 1 : 2$$

です。

例題 3

次の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ です。相似比を、 $\triangle ABC : \triangle DEF$ の順で求めなさい。



方針

対応する辺の長さの比を、指定された順番で書きます。

解き方

AB と DE が対応しています。

$AB = 3\text{cm}$ 、 $DE = 6\text{cm}$ なので、

$$AB : DE = 3 : 6$$

です。

比を簡単にすると、

$$3 : 6 = 1 : 2$$

です。

答え

$$1 : 2$$

練習問題 3

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ で、 $PQ = 4\text{cm}$ 、 $XY = 10\text{cm}$ です。相似比を、 $\triangle PQR : \triangle XYZ$ の順で求めなさい。

解答解説 3**解き方**

PQ と XY が対応しています。

$PQ = 4\text{cm}$ 、 $XY = 10\text{cm}$ なので、

$$PQ : XY = 4 : 10$$

です。

比を簡単にすると、

$$4 : 10 = 2 : 5$$

です。

答え

$$2 : 5$$

3.2 相似比を使って辺の長さを求める

対応する辺は同じ比になる

相似な図形では、対応する辺の長さの比はすべて同じになります。

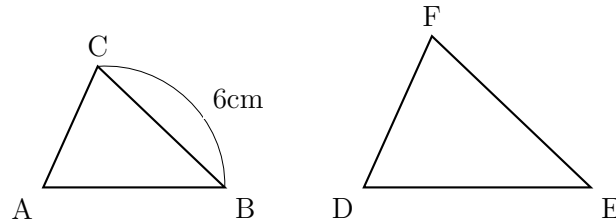
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、相似比が $1:2$ なら、

$$AB : DE = BC : EF = CA : FD = 1 : 2$$

です。

例題 4

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、相似比は $\triangle ABC : \triangle DEF = 2 : 5$ です。 $BC = 6\text{cm}$ のとき、対応する辺 EF の長さを求めなさい。



方針

小さい三角形から大きい三角形へ、辺の長さが何倍になっているかを考えます。

解き方

相似比が、

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 2 : 5$$

なので、 $\triangle DEF$ の対応する辺は、 $\triangle ABC$ の辺の

$$\frac{5}{2}\text{倍}$$

です。

$BC = 6\text{cm}$ なので、

$$EF = 6 \times \frac{5}{2} = 15$$

です。

答え

15cm

練習問題 4

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ で、相似比は $\triangle PQR : \triangle XYZ = 3 : 4$ です。 $QR = 9\text{cm}$ のとき、対応する辺 YZ の長さを求めなさい。

解答解説 4

解き方

相似比が、

$$\triangle PQR : \triangle XYZ = 3 : 4$$

なので、 $\triangle XYZ$ の対応する辺は、 $\triangle PQR$ の辺の

$$\frac{4}{3} \text{ 倍}$$

です。

$QR = 9\text{cm}$ なので、

$$YZ = 9 \times \frac{4}{3} = 12$$

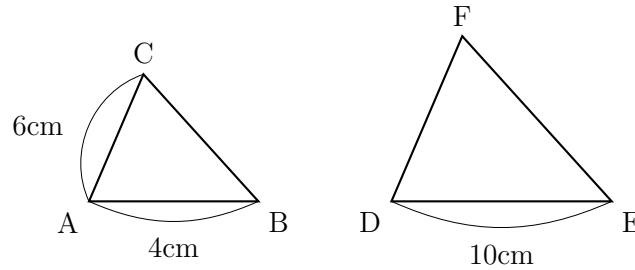
です。

答え

12cm

例題 5

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $AB = 4\text{cm}$ 、 $DE = 10\text{cm}$ 、 $AC = 6\text{cm}$ です。対応する辺 DF の長さを求めなさい。



方針

まず、対応する辺 AB と DE から相似比を求めます。

解き方

AB と DE が対応しているので、

$$AB : DE = 4 : 10 = 2 : 5$$

です。

したがって、 $\triangle DEF$ の辺は、 $\triangle ABC$ の対応する辺の

$$\frac{5}{2}\text{倍}$$

です。

$AC = 6\text{cm}$ なので、対応する辺 DF は、

$$DF = 6 \times \frac{5}{2} = 15$$

です。

答え

15cm

練習問題 5

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ で、 $PQ = 6\text{cm}$ 、 $XY = 9\text{cm}$ 、 $PR = 8\text{cm}$ です。対応する辺 XZ の長さを求めなさい。

解答解説 5

解き方

PQ と XY が対応しているので、

$$PQ : XY = 6 : 9 = 2 : 3$$

です。

したがって、 $\triangle XYZ$ の辺は、 $\triangle PQR$ の対応する辺の

$$\frac{3}{2}\text{倍}$$

です。

$PR = 8\text{cm}$ なので、

$$XZ = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

です。

答え

12cm

4 三角形の相似条件

4.1 3つの相似条件

三角形の相似条件

三角形では、次のどれかが成り立てば相似といえます。

1. 3組の辺の比がすべて等しい。
2. 2組の辺の比と、その間の角がそれぞれ等しい。
3. 2組の角がそれぞれ等しい。

注意 合同条件との違い

合同では「辺の長さが等しい」ことを使いました。相似では、辺の長さそのものではなく、**辺の比が等しい**ことを使います。

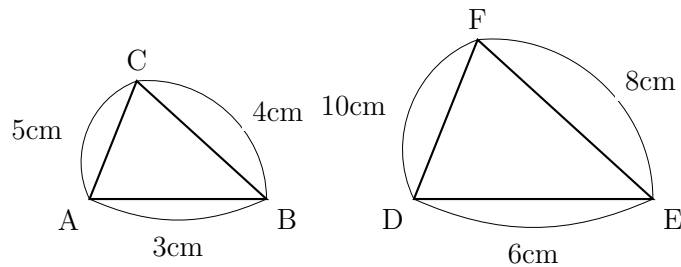
4.2 3組の辺の比が等しい

例題 6

次の2つの三角形は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

$$AB = 3\text{cm}, \quad BC = 4\text{cm}, \quad CA = 5\text{cm}$$

$$DE = 6\text{cm}, \quad EF = 8\text{cm}, \quad FD = 10\text{cm}$$



方針

対応する3組の辺の比がすべて同じか確認します。

解き方

対応する辺の比を調べます。

$$AB : DE = 3 : 6 = 1 : 2$$

$$BC : EF = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$CA : FD = 5 : 10 = 1 : 2$$

です。

3組の辺の比がすべて等しいので、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「3組の辺の比がすべて等しい」。

練習問題 6

$PQ = 4\text{cm}$ 、 $QR = 6\text{cm}$ 、 $RP = 8\text{cm}$ 、 $XY = 6\text{cm}$ 、 $YZ = 9\text{cm}$ 、 $ZX = 12\text{cm}$ です。 $\triangle PQR$ と $\triangle XYZ$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

解答解説 6**解き方**

対応する辺の比を調べます。

$$PQ : XY = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$QR : YZ = 6 : 9 = 2 : 3$$

$$RP : ZX = 8 : 12 = 2 : 3$$

です。

3組の辺の比がすべて等しいので、2つの三角形は相似です。

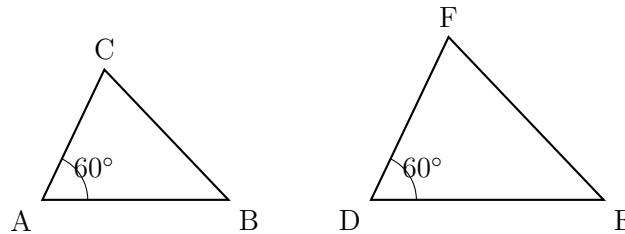
答え

相似である。相似条件は「3組の辺の比がすべて等しい」。

4.3 2組の辺の比とその間の角

例題 7

$AB : DE = 2 : 3$ 、 $AC : DF = 2 : 3$ 、 $\angle A = \angle D$ です。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。



方針

2組の辺の比と、その間の角が等しいか確認します。

解き方

AB と DE 、 AC と DF の比は、どちらも

$$2 : 3$$

です。

また、 $\angle A$ は、辺 AB と辺 AC にはさまれた角です。

$\angle D$ は、辺 DE と辺 DF にはさまれた角です。

したがって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」。

練習問題 7

$PQ : XY = 3 : 4$ 、 $PR : XZ = 3 : 4$ 、 $\angle P = \angle X$ です。 $\triangle PQR$ と $\triangle XYZ$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

解答解説 7**解き方**

$PQ : XY = 3 : 4$ 、 $PR : XZ = 3 : 4$ なので、2組の辺の比が等しいです。

また、 $\angle P$ と $\angle X$ は、それぞれその2辺にはさまれた角です。

したがって、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、2つの三角形は相似です。

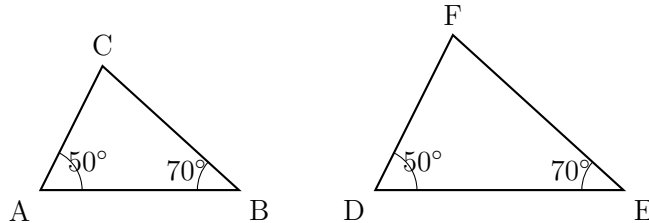
答え

相似である。相似条件は「2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい」。

4.4 2組の角が等しい

例題 8

$\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ です。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。



方針

2組の角が等しいか確認します。

解き方

問題より、

$$\angle A = \angle D,$$

$$\angle B = \angle E$$

です。

2組の角がそれぞれ等しいので、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「2組の角がそれぞれ等しい」。

練習問題 8

$\angle P = \angle X$ 、 $\angle R = \angle Z$ です。 $\triangle PQR$ と $\triangle XYZ$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

解答解説 8**解き方**

問題より、

$$\angle P = \angle X,$$

$$\angle R = \angle Z$$

です。

2組の角がそれぞれ等しいので、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「2組の角がそれぞれ等しい」。

5 縮図と拡大図

5.1 縮図・拡大図の考え方

縮図と拡大図

実際の長さを小さくして表した図を縮図、大きくして表した図を拡大図といいます。
縮図や拡大図も、元の図形と相似な関係になります。

例題 9

縮尺 1 : 500 の地図で、学校から駅までの長さが 3cm でした。実際の距離を求めなさい。

方針

縮尺 1 : 500 は、地図上の 1cm が実際の 500cm にあたるという意味です。

解き方

地図上の長さが 3cm なので、実際の長さは、

$$3 \times 500 = 1500$$

cm です。

1500cm は、

$$1500\text{cm} = 15\text{m}$$

です。

答え

15m

練習問題 9

縮尺 1 : 200 の図で、家から公園までの長さが 8cm でした。実際の距離を求めなさい。

解答解説 9**解き方**

縮尺 1 : 200 なので、図の 1cm は実際の 200cm にあたります。

図の長さが 8cm なので、実際の長さは、

$$8 \times 200 = 1600$$

cm です。

1600cm は、

$$1600\text{cm} = 16\text{m}$$

です。

答え

16m

6 単元まとめ練習問題

練習問題 まとめ 1

相似な図形について、正しい説明を 1 つ選びなさい。

1. 形が同じで、大きさだけが違う図形である。
2. 大きさが同じなら、形が違ってても相似である。
3. すべての辺の長さが等しい図形である。

練習問題 まとめ 2

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、辺 CA に対応する辺と、角 B に対応する角を答えなさい。

練習問題 まとめ 3

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、 $AB = 5\text{cm}$ 、 $DE = 15\text{cm}$ です。相似比を、 $\triangle ABC : \triangle DEF$ の順で求めなさい。

練習問題 まとめ 4

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、相似比は $\triangle ABC : \triangle DEF = 3 : 5$ です。 $BC = 12\text{cm}$ のとき、対応する辺 EF の長さを求めなさい。

練習問題 まとめ 5

$AB = 4\text{cm}$ 、 $BC = 6\text{cm}$ 、 $CA = 8\text{cm}$ 、 $DE = 6\text{cm}$ 、 $EF = 9\text{cm}$ 、 $FD = 12\text{cm}$ です。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

練習問題 まとめ 6

$\angle A = \angle D$ 、 $\angle C = \angle F$ です。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

練習問題 まとめ 7

縮尺 1 : 1000 の地図で、図上の長さが 4cm でした。実際の距離を求めなさい。

6.1 解答解説

解答解説 まとめ 1

解き方

相似な図形は、形が同じで、大きさだけが違う図形です。

答え

1

解答解説 まとめ 2

解き方

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ なので、

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

です。

辺 CA に対応する辺は FD です。

角 B に対応する角は角 E です。

答え

辺 FD 、角 E

解答解説 まとめ 3

解き方

AB と DE が対応しています。

$AB = 5\text{cm}$ 、 $DE = 15\text{cm}$ なので、

$$AB : DE = 5 : 15 = 1 : 3$$

です。

答え

1 : 3

解答解説 まとめ 4

解き方

相似比が、

$$\triangle ABC : \triangle DEF = 3 : 5$$

なので、 $\triangle DEF$ の対応する辺は、 $\triangle ABC$ の辺の

$\frac{5}{3}$ 倍

です。

$BC = 12\text{cm}$ なので、

$$EF = 12 \times \frac{5}{3} = 20$$

です。

答え

20cm

解答解説 まとめ 5**解き方**

対応する辺の比を調べます。

$$AB : DE = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$BC : EF = 6 : 9 = 2 : 3$$

$$CA : FD = 8 : 12 = 2 : 3$$

です。

3組の辺の比がすべて等しいので、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「3組の辺の比がすべて等しい」。

解答解説 まとめ 6**解き方**

問題より、2組の角がそれぞれ等しいです。

したがって、2つの三角形は相似です。

答え

相似である。相似条件は「2組の角がそれぞれ等しい」。

解答解説 まとめ 7**解き方**

縮尺 1 : 1000 なので、図上の 1cm は実際の 1000cm にあたります。

図上の長さが 4cm なので、

$$4 \times 1000 = 4000$$

cm です。

4000cm は、

$$4000\text{cm} = 40\text{m}$$

です。

答え

40m

7 学習チェックリスト

学習チェックリスト

- 相似な図形の意味を説明できる。
- 相似の記号 \sim を読み、対応する頂点・辺・角を答えられる。
- 対応する辺から相似比を求められる。
- 相似比を使って、対応する辺の長さを求められる。
- 三角形の相似条件 3 つを言える。
- 縮図・拡大図で、実際の長さを求められる。

8 まとめ

相似・基礎編のまとめ

- 相似な図形は、形が同じで、大きさだけが違う図形である。
- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ では、頂点の順番から対応を読む。
- 相似比は、対応する辺の長さの比である。
- 相似な図形では、対応する辺の比がすべて同じになる。
- 三角形の相似条件は、「3組の辺の比」「2組の辺の比とその間の角」「2組の角」の3つである。
- 縮図や拡大図も、元の図形と相似な関係になる。