

# 中学数学

## 相似

### 標準編

偏差値 50 前後を目指す入試標準対策

相似条件・線分比・面積比を使って、  
入試標準問題で得点する力を身につけます。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	相似比と対応する辺	3
2.1	対応をそろえて相似比を見る	3
2.2	対応する辺の差から求める	6
3	三角形の相似条件	9
3.1	相似条件の見分け方	9
3.2	平行線から相似を証明する	12
4	平行線と線分比	15
4.1	三角形の中の平行線	15
4.2	平行線にはさまれた線分比	18
5	面積比と相似比	21
5.1	面積比は相似比の 2 乗	21
5.2	辺の長さから面積比を求める	24
5.3	体積比は相似比の 3 乗	26
6	縮図・影・身近な相似	29
6.1	縮図を使う問題	29
6.2	影の長さを使う問題	32
7	単元まとめ練習問題	34
7.1	解答解説	36
8	学習チェックリスト	42
9	まとめ	43

## 1 この教材の使い方

この教材は、相似の基本を学習したあと、入試標準レベルの問題で得点できるようにするための教材です。相似比だけでなく、相似条件の証明、平行線と線分比、面積比、縮図や影の問題まで扱います。

### 標準編で意識すること

1. 相似な三角形を見つけるときは、まず**角が等しいところ**を探します。
2. 相似比を使うときは、**対応する辺の順番**を必ずそろえます。
3. 面積比は**相似比の2乗**、体積比は**相似比の3乗**を使います。
4. 図の中に平行線があるときは、錯角・同位角から相似を考えます。

### 注意 標準問題で多いミス

相似比を作るときに、対応していない辺を並べると計算が合いません。必ず、

小さい図形の辺 : 大きい図形の対応する辺

のように、同じ順番で比を作りましょう。

## 2 相似比と対応する辺

### 2.1 対応をそろえて相似比を見る

#### 相似比の確認

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  のとき、頂点の対応は

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F$$

です。

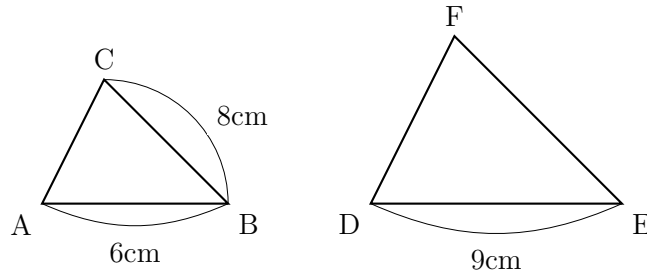
対応する辺は、

$$AB \leftrightarrow DE, \quad BC \leftrightarrow EF, \quad CA \leftrightarrow FD$$

です。相似比を考えるときは、**対応する辺どうし**を比べます。

## 例題 1

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で、 $AB = 6\text{cm}$ 、 $DE = 9\text{cm}$  です。 $BC = 8\text{cm}$  のとき、 $EF$  の長さを求めなさい。



## 方針

$AB$  と  $DE$  が対応しているので、相似比を求めてから  $BC$  と  $EF$  を比べます。

## 解き方

$AB$  に対応する辺は  $DE$  です。

したがって、相似比は、

$$AB : DE = 6 : 9 = 2 : 3$$

です。

$BC$  に対応する辺は  $EF$  なので、

$$BC : EF = 2 : 3$$

です。

$BC = 8\text{cm}$  より、

$$8 : EF = 2 : 3$$

です。

よって、

$$EF = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

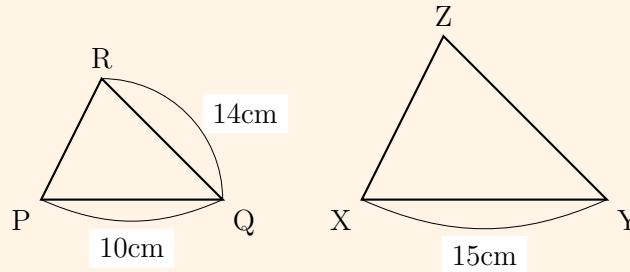
です。

## 答え

12cm

## 練習問題 1

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$  で、 $PQ = 10\text{cm}$ 、 $XY = 15\text{cm}$  です。 $QR = 14\text{cm}$  のとき、 $YZ$  の長さを求めなさい。



## 解答解説 1

## 解き方

$PQ$  に対応する辺は  $XY$  です。

相似比は、

$$PQ : XY = 10 : 15 = 2 : 3$$

です。

$QR$  に対応する辺は  $YZ$  なので、

$$14 : YZ = 2 : 3$$

です。

したがって、

$$YZ = 14 \times \frac{3}{2} = 21$$

です。

## 答え

21cm

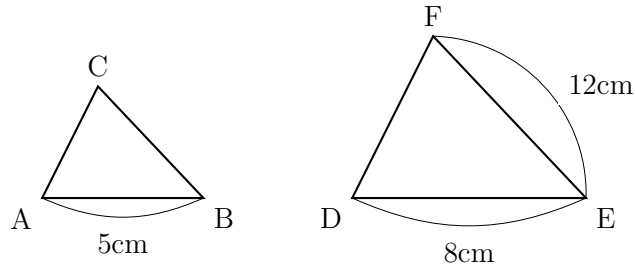
## 2.2 対応する辺の差から求める

### 全体と一部を使う問題

標準問題では、対応する辺の一方が直接書かれていないことがあります。その場合は、図の中の長さを足したり引いたりして、対応する辺を作ります。

## 例題 2

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  です。 $AB = 5\text{cm}$ 、 $DE = 8\text{cm}$ 、 $EF = 12\text{cm}$  のとき、 $BC$  の長さを求めなさい。



## 方針

$AB : DE$  から相似比を作り、 $BC : EF$  に使います。

## 解き方

$AB$  に対応する辺は  $DE$  なので、

$$AB : DE = 5 : 8$$

です。

$BC$  に対応する辺は  $EF$  なので、

$$BC : EF = 5 : 8$$

です。

$EF = 12\text{cm}$  より、

$$BC : 12 = 5 : 8$$

です。

したがって、

$$BC = 12 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{2}$$

です。

## 答え

$$\frac{15}{2}\text{cm}$$

## 練習問題 2

$\triangle LMN \sim \triangle PQR$  です。 $LM = 6\text{cm}$ 、 $PQ = 10\text{cm}$ 、 $QR = 15\text{cm}$  のとき、 $MN$  の長さを求めなさい。

## 解答解説 2

## 解き方

$LM$  に対応する辺は  $PQ$  なので、

$$LM : PQ = 6 : 10 = 3 : 5$$

です。

$MN$  に対応する辺は  $QR$  なので、

$$MN : QR = 3 : 5$$

です。

$QR = 15\text{cm}$  より、

$$MN : 15 = 3 : 5$$

です。

したがって、

$$MN = 15 \times \frac{3}{5} = 9$$

です。

## 答え

9cm

## 3 三角形の相似条件

### 3.1 相似条件の見分け方

#### 三角形の相似条件

三角形の相似を示す条件は、主に次の3つです。

1. 3組の辺の比がすべて等しい。
2. 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
3. 2組の角がそれぞれ等しい。

特に入試標準問題では、**2組の角が等しい**を使う問題が多く出ます。

**例題 3**

次の条件で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

$$AB : DE = 3 : 5, \quad BC : EF = 3 : 5, \quad CA : FD = 3 : 5$$

**方針**

3組の辺の比がすべて等しいかを確認します。

**解き方**

3組の対応する辺について、

$$AB : DE = 3 : 5,$$

$$BC : EF = 3 : 5,$$

$$CA : FD = 3 : 5$$

です。

すべて同じ比なので、

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

です。

相似条件は、3組の辺の比がすべて等しい、です。

**答え**

相似である。相似条件は「3組の辺の比がすべて等しい」。

**練習問題 3**

次の条件で、 $\triangle PQR$  と  $\triangle XYZ$  は相似といえますか。いえる場合は相似条件も答えなさい。

$$PQ : XY = 2 : 3, \quad QR : YZ = 2 : 3, \quad RP : ZX = 2 : 3$$

**解答解説 3****解き方**

3組の対応する辺の比が、すべて

$$2:3$$

で等しくなっています。

したがって、

$$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$$

です。

**答え**

相似である。相似条件は「3組の辺の比がすべて等しい」。

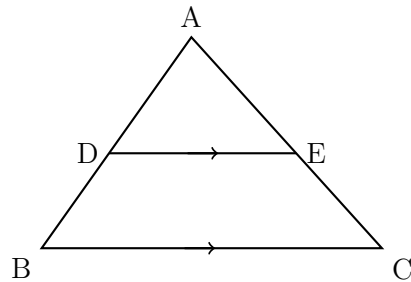
## 3.2 平行線から相似を証明する

### 平行線があるときの証明

図の中に平行線があるときは、錯角や同位角が等しいことを使います。2組の角が等しいと分かれば、三角形の相似を示せます。

## 例題 4

次の図で、 $DE \parallel BC$  です。 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  であることを証明しなさい。



## 方針

共通な角と、平行線による同位角を使います。

## 解き方

$\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  において、角  $A$  は共通なので、

$$\angle DAE = \angle BAC$$

です。

また、 $DE \parallel BC$  より、同位角が等しいので、

$$\angle ADE = \angle ABC$$

です。

したがって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

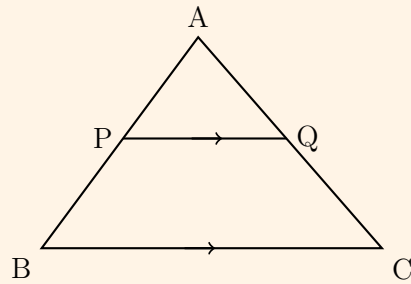
です。

## 答え

上の証明の通り。

## 練習問題 4

次の図で、 $PQ \parallel BC$  です。 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$  であることを証明しなさい。



## 解答解説 4

## 解き方

$\triangle APQ$  と  $\triangle ABC$  において、角  $A$  は共通なので、

$$\angle PAQ = \angle BAC$$

です。

また、 $PQ \parallel BC$  より、同位角が等しいので、

$$\angle APQ = \angle ABC$$

です。

したがって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle APQ \sim \triangle ABC$$

です。

## 答え

上の証明の通り。

## 4 平行線と線分比

### 4.1 三角形の中の平行線

#### 平行線と線分比

三角形  $ABC$  で、 $DE \parallel BC$  のとき、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

です。

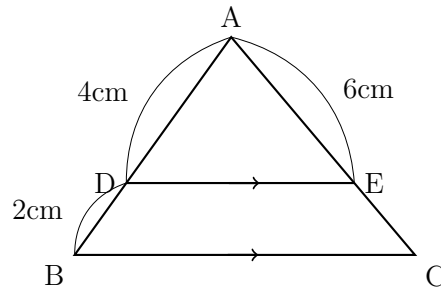
そのため、対応する辺の比から、

$$AD : AB = AE : AC = DE : BC$$

が成り立ちます。

## 例題 5

次の図で、 $DE \parallel BC$  です。 $AD = 4\text{cm}$ 、 $DB = 2\text{cm}$ 、 $AE = 6\text{cm}$  のとき、 $EC$  の長さを求めなさい。



## 方針

$AD : AB = AE : AC$  を使います。 $AB$  と  $AC$  は全体の長さです。

## 解き方

$AB = AD + DB = 4 + 2 = 6$  です。

また、 $DE \parallel BC$  より、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  です。

したがって、 $AD : AB = AE : AC$  より、

$$4 : 6 = 6 : AC$$

となります。

よって、

$$AC = 6 \times \frac{6}{4} = 9$$

です。

したがって、

$$EC = AC - AE = 9 - 6 = 3$$

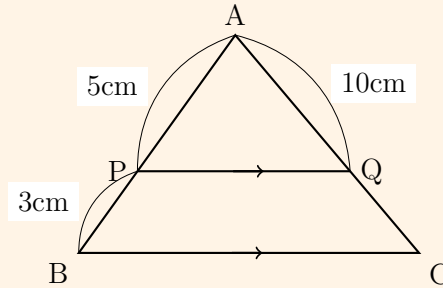
です。

## 答え

3cm

## 練習問題 5

次の図で、 $PQ \parallel BC$  です。 $AP = 5\text{cm}$ 、 $PB = 3\text{cm}$ 、 $AQ = 10\text{cm}$  のとき、 $QC$  の長さを求めなさい。



## 解答解説 5

## 解き方

$AB = AP + PB$  なので、

$$AB = 5 + 3 = 8$$

です。

$PQ \parallel BC$  より、

$$\triangle APQ \sim \triangle ABC$$

です。

したがって、 $AP : AB = AQ : AC$  です。

数を入れると、 $5 : 8 = 10 : AC$  です。

よって、 $AC = 10 \times \frac{8}{5} = 16$  です。

求めるのは  $QC$  なので、 $QC = AC - AQ = 16 - 10 = 6$  です。

## 答え

6cm

## 4.2 平行線にはさまれた線分比

### 同じ比で分けられる

2本の直線が何本かの平行線で切られるとき、対応する線分の比は等しくなります。

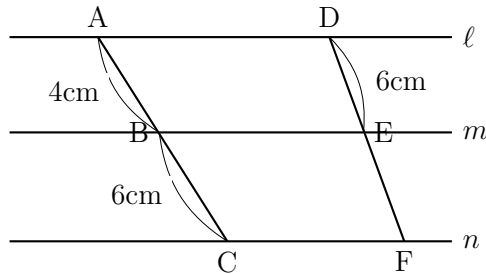
標準問題では、

$$\text{左側の比} = \text{右側の比}$$

を作って解きます。

**例題 6**

次の図で、 $\ell \parallel m \parallel n$  です。  $AB = 4\text{cm}$ 、 $BC = 6\text{cm}$ 、 $DE = 6\text{cm}$  のとき、 $EF$  の長さを求めなさい。



**方針**

平行線にはさまれた対応する線分の比を使います。

**解き方**

$\ell \parallel m \parallel n$  なので、対応する線分の比は等しくなります。

したがって、

$$AB : BC = DE : EF$$

です。

数を入れると、

$$4 : 6 = 6 : EF$$

です。

よって、

$$EF = 6 \times \frac{6}{4} = 9$$

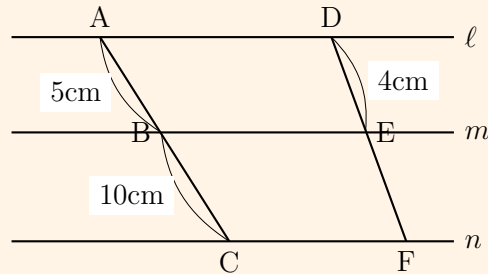
です。

**答え**

9cm

## 練習問題 6

次の図で、 $\ell \parallel m \parallel n$  です。  $AB = 5\text{cm}$ 、 $BC = 10\text{cm}$ 、 $DE = 4\text{cm}$  のとき、 $EF$  の長さを求めなさい。



## 解答解説 6

## 解き方

平行線にはさまれた線分の比を使います。

したがって、

$$AB : BC = DE : EF$$

です。

数を入れると、

$$5 : 10 = 4 : EF$$

です。

よって、

$$EF = 4 \times \frac{10}{5} = 8$$

です。

## 答え

8cm

## 5 面積比と相似比

### 5.1 面積比は相似比の 2 乗

#### 相似比と面積比

相似な 2 つの図形で、相似比が  $a : b$  のとき、面積比は、

$$a^2 : b^2$$

です。

たとえば、相似比が  $2 : 3$  なら、面積比は、

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

です。

## 例題 7

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で、相似比が  $2 : 5$  です。 $\triangle ABC$  の面積が  $12\text{cm}^2$  のとき、 $\triangle DEF$  の面積を求めなさい。

## 方針

相似比  $2 : 5$  から、面積比を  $2^2 : 5^2$  にします。

## 解き方

相似比は、

$$2 : 5$$

です。

したがって、面積比は、

$$2^2 : 5^2 = 4 : 25$$

です。

$\triangle ABC$  の面積が  $12\text{cm}^2$  なので、

$$12 : \triangle DEF \text{の面積} = 4 : 25$$

です。

よって、

$$\triangle DEF \text{の面積} = 12 \times \frac{25}{4} = 75$$

です。

## 答え

$$75\text{cm}^2$$

## 練習問題 7

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$  で、相似比が  $3 : 4$  です。 $\triangle PQR$  の面積が  $27\text{cm}^2$  のとき、 $\triangle XYZ$  の面積を求めなさい。

## 解答解説 7

## 解き方

相似比は、

$$3 : 4$$

です。

したがって、面積比は、

$$3^2 : 4^2 = 9 : 16$$

です。

$\triangle PQR$  の面積が  $27\text{cm}^2$  なので、

$$27 : \triangle XYZ \text{の面積} = 9 : 16$$

です。

よって、

$$\triangle XYZ \text{の面積} = 27 \times \frac{16}{9} = 48$$

です。

## 答え

$$48\text{cm}^2$$

## 5.2 辺の長さから面積比を求める

### 例題 8

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で、 $AB = 6\text{cm}$ 、 $DE = 10\text{cm}$  です。 $\triangle ABC$  と  $\triangle DEF$  の面積比を求めなさい。

#### 方針

対応する辺から相似比を求め、面積比はその 2 乗にします。

#### 解き方

$AB$  に対応する辺は  $DE$  です。

相似比は、

$$AB : DE = 6 : 10 = 3 : 5$$

です。

したがって、面積比は、

$$3^2 : 5^2 = 9 : 25$$

です。

#### 答え

$$9 : 25$$

### 練習問題 8

$\triangle PQR \sim \triangle XYZ$  で、 $PQ = 8\text{cm}$ 、 $XY = 12\text{cm}$  です。 $\triangle PQR$  と  $\triangle XYZ$  の面積比を求めなさい。

**解答解説 8****解き方**

対応する辺の比から、相似比は、

$$PQ : XY = 8 : 12 = 2 : 3$$

です。

したがって、面積比は、

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

です。

**答え**

$$4 : 9$$

### 5.3 体積比は相似比の 3 乗

#### 相似比と体積比

相似な 2 つの立体で、相似比が  $a : b$  のとき、体積比は、

$$a^3 : b^3$$

です。

たとえば、相似比が  $2 : 3$  なら、体積比は、

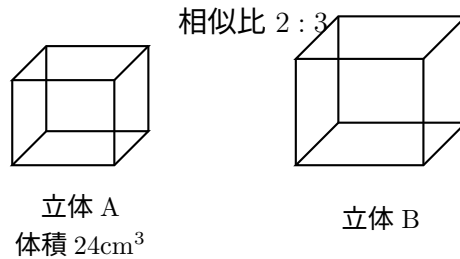
$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

です。

面積比は 2 乗、体積比は 3 乗になることを区別しましょう。

例題 9

相似な 2 つの立体 A、B があります。A と B の相似比が  $2 : 3$  で、A の体積が  $24\text{cm}^3$  です。B の体積を求めなさい。



方針

相似比  $2 : 3$  から、体積比を  $2^3 : 3^3$  にします。

解き方

相似比は、

$$2 : 3$$

です。

したがって、体積比は、

$$2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

です。

A の体積が  $24\text{cm}^3$  なので、

$$24 : \text{B の体積} = 8 : 27$$

です。

よって、

$$\text{B の体積} = 24 \times \frac{27}{8} = 81$$

です。

答え

$$81\text{cm}^3$$

## 練習問題 9

相似な 2 つの立体 P、Q があります。P と Q の相似比が 3 : 5 で、P の体積が  $54\text{cm}^3$  です。Q の体積を求めなさい。

## 解答解説 9

## 解き方

相似比は、

$$3 : 5$$

です。

したがって、体積比は、

$$3^3 : 5^3 = 27 : 125$$

です。

P の体積が  $54\text{cm}^3$  なので、

$$54 : \text{Q の体積} = 27 : 125$$

です。

よって、

$$\text{Q の体積} = 54 \times \frac{125}{27} = 250$$

です。

## 答え

$$250\text{cm}^3$$

## 6 縮図・影・身近な相似

### 6.1 縮図を使う問題

#### 縮図と実際の長さ

縮図では、図の長さを実際の長さが相似比で対応します。

単位が違うときは、先に単位をそろえます。

**例題 9**

地図上で、A 地点から B 地点までの長さが 6cm でした。この地図の縮尺が 1 : 25000 のとき、実際の距離を求めなさい。

**方針**

地図上の長さ 1cm が、実際には 25000cm に対応します。

**解き方**

縮尺が 1 : 25000 なので、地図上の 1cm は、実際の 25000cm です。

地図上で 6cm なので、実際の距離は、

$$6 \times 25000 = 150000$$

cm です。

150000cm を m に直すと、

$$150000 \div 100 = 1500$$

m です。

さらに km に直すと、

$$1500 \div 1000 = 1.5$$

km です。

**答え**

1.5km

**練習問題 9**

地図上で、P 地点から Q 地点までの長さが 4cm でした。この地図の縮尺が 1 : 50000 のとき、実際の距離を求めなさい。

**解答解説 9****解き方**

縮尺が 1 : 50000 なので、地図上の 1cm は、実際の 50000cm です。

地図上で 4cm なので、実際の距離は、

$$4 \times 50000 = 200000$$

cm です。

200000cm を m に直すと、

$$200000 \div 100 = 2000$$

m です。

さらに km に直すと、

$$2000 \div 1000 = 2$$

km です。

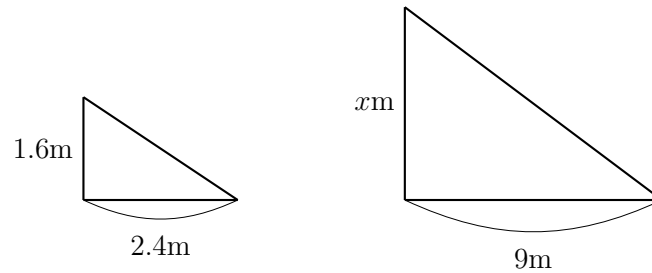
**答え**

2km

## 6.2 影の長さを使う問題

### 例題 11

高さ 1.6m の人の影の長さが 2.4m でした。同じ時刻に、木の影の長さが 9m でした。木の高さを求めなさい。



### 方針

人と木で、直角三角形が相似になります。高さとの影の長さの比をそろえます。

### 解き方

人と木のできる三角形は相似です。

高さとの影の長さの比をそろえると、

$$1.6 : 2.4 = x : 9$$

です。

$1.6 : 2.4 = 2 : 3$  なので、

$$2 : 3 = x : 9$$

です。

したがって、

$$x = 9 \times \frac{2}{3} = 6$$

です。

### 答え

6m

## 練習問題 10

高さ 1.5m の棒の影の長さが 2m でした。同じ時刻に、建物の影の長さが 18m でした。建物の高さを求めなさい。

## 解答解説 10

## 解き方

棒と建物でできる三角形は相似です。

高さと言の長さの比をそろえると、

$$1.5 : 2 = x : 18$$

です。

$1.5 : 2 = 3 : 4$  なので、

$$3 : 4 = x : 18$$

です。

したがって、

$$x = 18 \times \frac{3}{4} = 13.5$$

です。

## 答え

13.5m

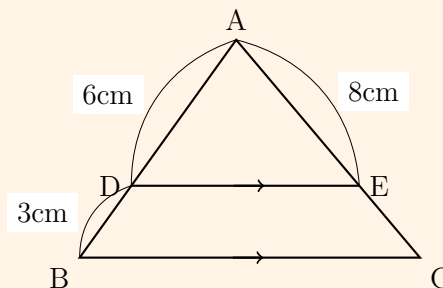
## 7 単元まとめ練習問題

### 練習問題 まとめ 1

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で、 $AB = 8\text{cm}$ 、 $DE = 12\text{cm}$  です。 $AC = 10\text{cm}$  のとき、 $DF$  の長さを求めなさい。

### 練習問題 まとめ 2

次の図で、 $DE \parallel BC$  です。 $AD = 6\text{cm}$ 、 $DB = 3\text{cm}$ 、 $AE = 8\text{cm}$  のとき、 $EC$  の長さを求めなさい。

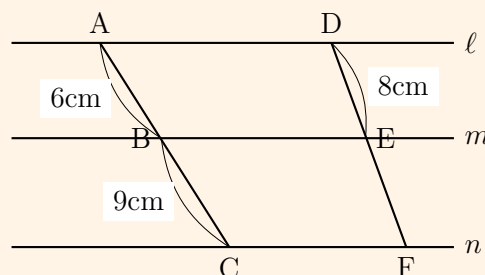


### 練習問題 まとめ 3

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  で、相似比が  $4 : 7$  です。 $\triangle ABC$  の面積が  $32\text{cm}^2$  のとき、 $\triangle DEF$  の面積を求めなさい。

### 練習問題 まとめ 4

次の図で、 $\ell \parallel m \parallel n$  です。 $AB = 6\text{cm}$ 、 $BC = 9\text{cm}$ 、 $DE = 8\text{cm}$  のとき、 $EF$  の長さを求めなさい。



**練習問題 まとめ 5**

高さ 1.2m の棒の影の長さが 1.8m でした。同じ時刻に、塔の影の長さが 15m でした。塔の高さを求めなさい。

**練習問題 まとめ 6**

相似な 2 つの立体 A、B があります。A と B の相似比が 4 : 5 で、A の体積が  $128\text{cm}^3$  です。B の体積を求めなさい。

## 7.1 解答解説

### 解答解説 まとめ 1

#### 解き方

$AB$  に対応する辺は  $DE$  なので、

$$AB : DE = 8 : 12 = 2 : 3$$

です。

$AC$  に対応する辺は  $DF$  なので、

$$AC : DF = 2 : 3$$

です。

$AC = 10\text{cm}$  より、

$$10 : DF = 2 : 3$$

です。

したがって、

$$DF = 10 \times \frac{3}{2} = 15$$

です。

#### 答え

15cm

## 解答解説 まとめ 2

## 解き方

$AB = AD + DB$  なので、

$$AB = 6 + 3 = 9$$

です。

$DE \parallel BC$  より、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

です。

したがって、

$$AD : AB = AE : AC$$

です。

数を入れると、

$$6 : 9 = 8 : AC$$

です。

よって、

$$AC = 8 \times \frac{9}{6} = 12$$

です。

求めるのは  $EC$  なので、

$$EC = 12 - 8 = 4$$

です。

## 答え

4cm

## 解答解説 まとめ 3

## 解き方

相似比は、

$$4 : 7$$

です。

面積比は、

$$4^2 : 7^2 = 16 : 49$$

です。

$\triangle ABC$  の面積が  $32\text{cm}^2$  なので、

$$32 : \triangle DEF \text{の面積} = 16 : 49$$

です。

したがって、

$$\triangle DEF \text{の面積} = 32 \times \frac{49}{16} = 98$$

です。

## 答え

$$98\text{cm}^2$$

## 解答解説 まとめ 4

## 解き方

平行線にはさまれた対応する線分の比を使います。

したがって、

$$AB : BC = DE : EF$$

です。

数を入れると、

$$6 : 9 = 8 : EF$$

です。

よって、

$$EF = 8 \times \frac{9}{6} = 12$$

です。

## 答え

12cm

## 解答解説 まとめ 5

## 解き方

棒と塔でできる三角形は相似です。

高さと言の長さの比をそろえると、

$$1.2 : 1.8 = x : 15$$

です。

$1.2 : 1.8 = 2 : 3$  なので、

$$2 : 3 = x : 15$$

です。

したがって、

$$x = 15 \times \frac{2}{3} = 10$$

です。

## 答え

10m

## 解答解説 まとめ 6

## 解き方

相似比は、

$$4 : 5$$

です。

したがって、体積比は、

$$4^3 : 5^3 = 64 : 125$$

です。

A の体積が  $128\text{cm}^3$  なので、

$$128 : \text{B の体積} = 64 : 125$$

です。

よって、

$$\text{B の体積} = 128 \times \frac{125}{64} = 250$$

です。

## 答え

$$250\text{cm}^3$$

## 8 学習チェックリスト

### できるようになったか確認しよう

- 相似な図形で、対応する頂点・辺・角を正しく読める。
- 相似比を使って、辺の長さを求められる。
- 三角形の相似条件を選び、相似を証明できる。
- 平行線から相似な三角形を見つけられる。
- 平行線と線分比を使って長さを求められる。
- 面積比は相似比の 2 乗になることを使える。
- 縮図や影の問題で、相似を使って実際の長さを求められる。

## 9 まとめ

### 相似・標準編のまとめ

- 相似では、対応する頂点・辺・角の順番をそろえる。
- 相似比を使うときは、対応する辺どうしで比を作る。
- 三角形の相似条件は、3組の辺の比、2組の辺の比とその間の角、2組の角の3つ。
- 平行線があるときは、錯角・同位角から相似を見つける。
- 面積比は、相似比を2乗して求める。
- 縮図や影の問題では、対応する長さの比をそろえて計算する。