

# 中学数学

## 平方根

### 基礎編

偏差値 40 前後からの基本定着

平方根の意味・根号の表し方・簡単な計算を、  
基本問題で落とさないレベルまで練習します。

## 目次

1	この教材の使い方	2
2	平方根の意味	3
2.1	平方根とは	3
2.2	平方根と0	4
3	根号を使った表し方	6
3.1	根号の意味	6
3.2	平方根を根号で表す	7
4	根号を簡単にする	10
4.1	平方数を外に出す	10
4.2	係数がある根号	12
5	平方根の乗法と除法	15
5.1	根号どうしのかけ算	15
5.2	根号どうしのわり算	16
6	平方根の加法と減法	19
6.1	同じ根号だけまとめる	19
6.2	簡単にしてからまとめる	20
7	平方根の大小と近似値	23
7.1	平方数にはさむ	23
7.2	根号を含む数の大小	25
8	分母の根号をなくす	28
8.1	有理化の基本	28
9	単元まとめ練習問題	31
9.1	問題	31
9.2	解答解説	32
10	学習チェックリスト	37
11	まとめ	38

## 1 この教材の使い方

この教材は、平方根が苦手な人が、学校の基本問題や高校入試の小問で失点しないことを目標にした基礎教材です。まずは、平方根の意味を理解し、根号を使った基本計算を安定させましょう。

### 学習の進め方

1. まず「平方根とは何か」を、2乗と結びつけて確認します。
2. 例題では、「方針」で考え方をつかんでから「解き方」を読みます。
3. 例題の直後にある練習問題を、自分で途中式を書いて解きます。
4. 最後のまとめ練習問題で、単元全体を確認します。

### 注意 この教材で大切にすること

平方根では、**2乗してその数になるもの**を考えることが大切です。計算の形だけを覚えるのではなく、「なぜその答えになるのか」を確認しながら進めましょう。

## 2 平方根の意味

### 2.1 平方根とは

#### 平方根の意味

ある数を 2 乗すると  $a$  になるとき、その数を  $a$  の平方根といいます。たとえば、

$$3^2 = 9, \quad (-3)^2 = 9$$

なので、9 の平方根は **3 と -3** です。

#### 例題 1

16 の平方根をすべて答えなさい。

#### 方針

2 乗して 16 になる数を考えます。正の数だけでなく、負の数も確認します。

#### 解き方

4 を 2 乗すると、

$$4^2 = 16$$

です。

また、 $-4$  を 2 乗しても、

$$(-4)^2 = 16$$

です。

したがって、16 の平方根は 2 つあります。

#### 答え

$$4, \quad -4$$

**練習問題 1**

25 の平方根をすべて答えなさい。

**解答解説 1****解き方**

2 乗して 25 になる数を考えます。

$$5^2 = 25, \quad (-5)^2 = 25$$

です。

**答え**

5, -5

**2.2 平方根と 0****0 の平方根**

0 を 2 乗して 0 になる数は 0 だけです。

$$0^2 = 0$$

そのため、0 の平方根は **0 だけ**です。

**例題 2**

0 の平方根を答えなさい。

**方針**

2 乗して 0 になる数を考えます。

**解き方**

0 を 2 乗すると、

$$0^2 = 0$$

です。

0 以外の数を 2 乗すると正の数になるので、2 乗して 0 になる数は 0 だけです。

**答え**

0

**練習問題 2**

次の数の平方根をすべて答えなさい。

36, 0

**解答解説 2****解き方**

36 は、 $6^2 = 36$ 、 $(-6)^2 = 36$  です。

0 は、 $0^2 = 0$  です。

**答え**

36 の平方根：6, -6

0 の平方根：0

### 3 根号を使った表し方

#### 3.1 根号の意味

##### $\sqrt{a}$ の読み方

$\sqrt{a}$  は「ルート  $a$ 」と読みます。これは、**2 乗すると  $a$  になる正の数**を表します。たとえば、

$$\sqrt{9} = 3$$

です。

##### 例題 3

次の値を求めなさい。

$$\sqrt{49}$$

##### 方針

$\sqrt{49}$  は、2 乗して 49 になる正の数を表します。

##### 解き方

7 を 2 乗すると、

$$7^2 = 49$$

です。

$\sqrt{49}$  は正の数を表すので、答えは 7 です。

##### 答え

$$\sqrt{49} = 7$$

## 練習問題 3

次の値を求めなさい。

$$\sqrt{64}$$

## 解答解説 3

## 解き方

8 を 2 乗すると、

$$8^2 = 64$$

です。

$\sqrt{64}$  は正の数を表すので、答えは 8 です。

## 答え

$$\sqrt{64} = 8$$

## 3.2 平方根を根号で表す

## 平方根を 2 つ書く

$a > 0$  のとき、 $a$  の平方根は

$$\sqrt{a}, \quad -\sqrt{a}$$

の 2 つです。まとめて  $\pm\sqrt{a}$  と書くこともあります。

**例題 4**

5 の平方根を根号を使って表しなさい。

**方針**

5 は平方数ではないので、整数では表せません。根号を使って、正と負の 2 つを表します。

**解き方**

5 の平方根は、2 乗して 5 になる数です。

正の方を  $\sqrt{5}$ 、負の方を  $-\sqrt{5}$  と表します。

**答え**

$$\sqrt{5}, -\sqrt{5}$$

**練習問題 4**

7 の平方根を根号を使って表しなさい。

**解答解説 4****解き方**

7 の平方根は、2 乗して 7 になる数です。

正の方を  $\sqrt{7}$ 、負の方を  $-\sqrt{7}$  と表します。

**答え**

$$\sqrt{7}, -\sqrt{7}$$

**注意 よくあるミス**

$\sqrt{9}$  は 3 です。 $\sqrt{9} = \pm 3$  とは書きません。一方、「9 の平方根」は 3 と  $-3$  です。**記号の意味と問題文の聞き方**を区別しましょう。

## 4 根号を簡単にする

### 4.1 平方数を外に出す

#### 根号を簡単にする考え方

根号の中に平方数があるときは、平方数を外に出せます。

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

このように、**根号の中に 2 乗の形がないか**を探します。

**例題 5**

次の数を簡単にしなさい。

$$\sqrt{18}$$

**方針**

18 を、平方数を含む積に分けます。18 の中には 9 が含まれます。

**解き方**

18 を分解すると、

$$18 = 9 \times 2$$

です。

したがって、

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$$

です。

$\sqrt{9} = 3$  なので、

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

となります。

**答え**

$$3\sqrt{2}$$

**練習問題 5**

次の数を簡単にしなさい。

$$\sqrt{20}$$

**解答解説 5****解き方**

20 を、平方数を含む積に分けます。

$$20 = 4 \times 5$$

です。

したがって、

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

です。

**答え**

$$2\sqrt{5}$$

**4.2 係数がある根号****係数はそのままかける**

$2\sqrt{8}$  のように、根号の前に数があるときは、まず根号の中を簡単にします。そのあと、外に出た数と係数をかけます。

**例題 6**

次の数を簡単にしなさい。

$$2\sqrt{12}$$

**方針**

まず  $\sqrt{12}$  を簡単にします。そのあと、前の 2 をかけます。

**解き方**

12 を、平方数を含む積に分けます。

$$12 = 4 \times 3$$

です。

したがって、

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

です。

もとの式は  $2\sqrt{12}$  なので、

$$2\sqrt{12} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

となります。

**答え**

$$4\sqrt{3}$$

**練習問題 6**

次の数を簡単にしなさい。

$$3\sqrt{8}$$

**解答解説 6****解き方**

まず、 $\sqrt{8}$  を簡単にします。

$$8 = 4 \times 2$$

なので、

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

です。

したがって、

$$3\sqrt{8} = 3 \times 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

です。

**答え**

$$6\sqrt{2}$$

## 5 平方根の乗法と除法

### 5.1 根号どうしのかけ算

#### かけ算の基本

根号どうしのかけ算では、根号の中どうしをかけます。

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

計算後に、根号の中を簡単にできるか確認します。

#### 例題 7

次の計算をなさい。

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12}$$

#### 方針

根号の中どうしをかけます。そのあと、根号の中を簡単にします。

#### 解き方

根号の中どうしをかけると、

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36}$$

です。

36 は 6 の 2 乗なので、

$$\sqrt{36} = 6$$

です。

#### 答え

6

**練習問題 7**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{5} \times \sqrt{20}$$

**解答解説 7****解き方**

根号の中どうしをかけます。

$$\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100}$$

です。

100 は 10 の 2 乗なので、

$$\sqrt{100} = 10$$

です。

**答え**

10

**5.2 根号どうしのわり算****わり算の基本**

根号どうしのわり算では、根号の中どうしをわります。

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

ただし、基礎編では、割り切れる形を中心に練習します。

**例題 8**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{45} \div \sqrt{5}$$

**方針**

根号の中どうしをわります。計算後に、平方数になっていないか確認します。

**解き方**

根号の中どうしをわると、

$$\sqrt{45} \div \sqrt{5} = \sqrt{45 \div 5}$$

です。

$45 \div 5 = 9$  なので、

$$\sqrt{45} \div \sqrt{5} = \sqrt{9}$$

です。

$\sqrt{9} = 3$  です。

**答え**

3

**練習問題 8**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{72} \div \sqrt{8}$$

**解答解説 8****解き方**

根号の中どうしをわります。

$$\sqrt{72} \div \sqrt{8} = \sqrt{72 \div 8}$$

です。

$72 \div 8 = 9$  なので、

$$\sqrt{72} \div \sqrt{8} = \sqrt{9} = 3$$

です。

**答え**

## 6 平方根の加法と減法

### 6.1 同じ根号だけまとめる

#### たし算・ひき算の基本

根号のたし算・ひき算では、**根号の中が同じものだけ**まとめられます。

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

一方、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  はまとめられません。

#### 例題 9

次の計算をなさい。

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

#### 方針

根号の中が同じなので、係数だけをたします。

#### 解き方

どちらも  $\sqrt{2}$  を含む項です。

係数だけを見ると、3 と 5 です。

$$3 + 5 = 8$$

なので、

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

です。

#### 答え

$$8\sqrt{2}$$

**練習問題 9**

次の計算をなさい。

$$7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

**解答解説 9****解き方**

どちらも  $\sqrt{3}$  を含む項です。

係数だけをひくと、

$$7 - 2 = 5$$

です。

**答え**

$$5\sqrt{3}$$

**6.2 簡単にしてからまとめる****先に根号を簡単にする**

根号の中が違って見えても、簡単にすると同じ根号になることがあります。

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

**例題 10**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{12} + \sqrt{27}$$

**方針**

まず、それぞれの根号を簡単にします。そのあと、同じ根号どうしをまとめます。

**解き方**

$\sqrt{12}$  を簡単にすると、

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

です。

$\sqrt{27}$  を簡単にすると、

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

です。

したがって、

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

です。

係数をたして、

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

となります。

**答え**

$$5\sqrt{3}$$

**練習問題 10**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{20} + \sqrt{45}$$

**解答解説 10****解き方**

それぞれの根号を簡単にします。

$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

です。

したがって、

$$\sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

です。

**答え**

$$5\sqrt{5}$$

## 7 平方根の大小と近似値

### 7.1 平方数にはさむ

#### 大小の考え方

平方根の大小を考えるときは、近い平方数にはさみます。

$$4 < 7 < 9$$

なので、

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

です。

**例題 11**

$\sqrt{10}$  は、どの 2 つの整数の間にありますか。

**方針**

10 を、近い平方数ではさみます。平方数は、1, 4, 9, 16, ... です。

**解き方**

10 の前後にある平方数は、9 と 16 です。

$$9 < 10 < 16$$

です。

平方根を考えると、

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$$

となります。

$\sqrt{9} = 3$ 、 $\sqrt{16} = 4$  なので、

$$3 < \sqrt{10} < 4$$

です。

**答え**

3 と 4 の間

**練習問題 11**

$\sqrt{30}$  は、どの 2 つの整数の間にありますか。

**解答解説 11****解き方**

30 の前後にある平方数は、25 と 36 です。

$$25 < 30 < 36$$

です。

したがって、

$$\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}$$

です。

$\sqrt{25} = 5$ 、 $\sqrt{36} = 6$  なので、

$$5 < \sqrt{30} < 6$$

です。

**答え**

5 と 6 の間

**7.2 根号を含む数の大小****係数があるとき**

$2\sqrt{3}$  のような数では、必要に応じて 2 乗して比べると分かりやすくなります。基礎編では、まず簡単な形に直してから比べます。

**例題 12**

次の2つの数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$$\sqrt{8}, 3$$

**方針**

$\sqrt{8}$  がどの整数の間にあるかを考えます。

**解き方**

8 は、4 と 9 の間にあります。

$$4 < 8 < 9$$

です。

したがって、

$$2 < \sqrt{8} < 3$$

です。

つまり、 $\sqrt{8}$  は 3 より小さいです。

**答え**

$$\sqrt{8} < 3$$

**練習問題 12**

次の2つの数の大小を、不等号を使って表しなさい。

$$\sqrt{15}, 4$$

**解答解説 12****解き方**

15 は、9 と 16 の間にあります。

$$9 < 15 < 16$$

です。

したがって、

$$3 < \sqrt{15} < 4$$

です。

つまり、 $\sqrt{15}$  は 4 より小さいです。

**答え**

$$\sqrt{15} < 4$$

## 8 分母の根号をなくす

### 8.1 有理化の基本

#### 有理化とは

分母に根号があるとき、分母の根号をなくす変形を有理化といいます。

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

基礎編では、分母が  $\sqrt{2}$  や  $\sqrt{3}$  のような簡単な形を練習します。

**例題 13**

次の数の分母を有理化しなさい。

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

**方針**

分母と分子に同じ  $\sqrt{3}$  をかけます。分母を 3 にすることが目的です。

**解き方**

分母の  $\sqrt{3}$  をなくすために、分子と分母に  $\sqrt{3}$  をかけます。

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

です。

分母は、

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

なので、

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

です。

**答え**

$$\frac{\sqrt{3}}{3}$$

**練習問題 13**

次の数の分母を有理化しなさい。

$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$

## 解答解説 13

## 解き方

分子と分母に  $\sqrt{5}$  をかけます。

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

です。

分母は5になるので、

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

です。

## 答え

$$\frac{\sqrt{5}}{5}$$

## 9 単元まとめ練習問題

ここでは、平方根で学んだ内容をまとめて確認します。途中式を書き、根号の中を簡単にできるか確認しましょう。

### 9.1 問題

#### 練習問題 まとめ 1

81 の平方根をすべて答えなさい。

#### 練習問題 まとめ 2

次の値を求めなさい。

$$\sqrt{121}$$

#### 練習問題 まとめ 3

次の数を簡単にしなさい。

$$\sqrt{48}$$

#### 練習問題 まとめ 4

次の数を簡単にしなさい。

$$4\sqrt{18}$$

#### 練習問題 まとめ 5

次の計算をしなさい。

$$\sqrt{6} \times \sqrt{24}$$

**練習問題 まとめ 6**

次の計算をなさい。

$$\sqrt{27} + \sqrt{12}$$

**練習問題 まとめ 7**

$\sqrt{50}$  は、どの 2 つの整数の間にありますか。

**練習問題 まとめ 8**

次の数の分母を有理化しなさい。

$$\frac{1}{\sqrt{7}}$$

## 9.2 解答解説

**解答解説 まとめ 1****解き方**

2 乗して 81 になる数を考えます。

$$9^2 = 81, \quad (-9)^2 = 81$$

です。

**答え**

$$9, -9$$

**解答解説 まとめ 2****解き方**

11 を 2 乗すると、

$$11^2 = 121$$

です。

**答え**

$$\sqrt{121} = 11$$

**解答解説 まとめ 3****解き方**

48 を平方数を含む積に分けます。

$$48 = 16 \times 3$$

です。

したがって、

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

です。

**答え**

$$4\sqrt{3}$$

**解答解説 まとめ 4****解き方**

まず、 $\sqrt{18}$  を簡単にします。

$$18 = 9 \times 2$$

なので、

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

です。

したがって、

$$4\sqrt{18} = 4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

です。

**答え**

$$12\sqrt{2}$$

**解答解説 まとめ 5****解き方**

根号の中どうしをかけます。

$$\sqrt{6} \times \sqrt{24} = \sqrt{144}$$

です。

$\sqrt{144} = 12$  です。

**答え**

$$12$$

**解答解説 まとめ 6****解き方**

それぞれの根号を簡単にします。

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}, \quad \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

です。

したがって、

$$\sqrt{27} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

です。

**答え**

$$5\sqrt{3}$$

**解答解説 まとめ 7****解き方**

50 の前後にある平方数は、49 と 64 です。

$$49 < 50 < 64$$

です。

したがって、

$$7 < \sqrt{50} < 8$$

です。

**答え**

7 と 8 の間

**解答解説 まとめ 8****解き方**

分子と分母に  $\sqrt{7}$  をかけます。

$$\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

です。

**答え**

$$\frac{\sqrt{7}}{7}$$

## 10 学習チェックリスト

次の項目を確認し、できるようになったものにチェックを入れましょう。

### チェックリスト

- 平方根を「2乗してその数になるもの」と説明できる。
- 正の数の平方根が2つあることを理解している。
- $\sqrt{a}$  が正の平方根を表すことを理解している。
- 平方数を使って、根号を簡単にできる。
- 係数がある根号を簡単にできる。
- 根号どうしのかけ算・わり算ができる。
- 根号の中が同じものだけ、たし算・ひき算でまとめられる。
- 平方数にはさんで、平方根の大小を判断できる。
- 簡単な有理化ができる。

## 11 まとめ

### 平方根の重要ポイント

- 平方根とは、2乗してその数になる数である。
- 正の数の平方根は、正と負の2つある。
- $\sqrt{a}$  は、2乗して  $a$  になる正の数を表す。
- 根号の中に平方数があるときは、外に出して簡単にする。
- 根号のたし算・ひき算は、根号の中が同じものだけまとめられる。
- 平方根の大小は、近い平方数にはさんで考える。
- 分母に根号があるときは、有理化して分母の根号をなくす。

### 次に取り組むこと

平方根の基本計算が安定したら、標準編で入試小問や計算の組み合わせ問題に進みましょう。特に、根号を簡単にしてから計算する流れを身につけることが大切です。