

中学数学 平方根の解き方

ルートの意味・計算・有理化・近似値を基礎から整理

平方根の意味

2乗すると a になる数

$$x^2 = a$$

9の平方根は

$$\pm 3$$

ルートで表す

きれいな整数にならない数

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$$



そのまま表す

計算のポイント

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

この教材の対象

偏差値 40～50 程度の中学生が、偏差値 50 以上を目指すための復習教材です。学校の授業、定期テスト、高校入試の基礎固めに使えます。

この教材で大切にすること

平方根は、記号に慣れることが大切です。まず **2乗すると何になるか**を考え、次にルートの計算ルールを整理しましょう。

この教材の使い方

学習の進め方

- (1) まず、平方根の意味を「2乗」と結び付けて理解する。
- (2) $\sqrt{\quad}$ の記号の意味と、正負の違いを整理する。
- (3) ルートを簡単にする計算を練習する。
- (4) 加減乗除、有理化、近似値を順に確認する。
- (5) 高校入試では、計算だけでなく、数の大小や図形にもつながる。

目次

この教材の使い方	1
1 平方根の基本	2
1.1 平方根とは何か	2
1.2 0の平方根	2
2 ルートの記号	4
2.1 $\sqrt{\quad}$ の意味	4
2.2 ルートのまま表す数	4
3 ルートを簡単にする	6
3.1 根号の中を分ける	6
4 平方根の乗法・除法	8
4.1 ルートのかけ算	8
4.2 ルートのわり算	8
5 平方根の加法・減法	10
5.1 同じルートだけまとめる	10
6 分母の有理化	11
6.1 有理化とは	11
7 平方根の大小と近似値	12
7.1 平方根の大小	12
7.2 近似値	12
8 高校入試で役立つ見方	14
8.1 図形とのつながり	14
8.2 計算の最後は簡単な形にする	14

9	よくあるつまずき	15
10	勉強法	16
11	練習問題	17
12	練習問題の解答・解説	19
13	まとめ	21

1 平方根の基本

1.1 平方根とは何か

平方根の意味

ある数を2乗して a になるとき、その数を a の平方根といいます。たとえば、

$$3^2 = 9, \quad (-3)^2 = 9$$

なので、9の平方根は3と-3です。

$$9 \text{ の平方根は } \pm 3$$

と表せます。

例題1 平方根を求める

25の平方根を求めなさい。

解説

2乗して25になる数を考えます。

$$5^2 = 25, \quad (-5)^2 = 25$$

したがって、25の平方根は5と-5です。

答え：±5

1.2 0の平方根

0の平方根

0の平方根は0だけです。

$$0^2 = 0$$

なので、0の平方根は

$$0$$

です。±0とは書かず、0と書きます。

例題 2 0 の平方根

0 の平方根を求めなさい。

解説

2 乗して 0 になる数は 0 だけです。

$$0^2 = 0$$

答え：0

平方根と 2 乗を区別する

「9 の平方根」は ± 3 ですが、「 $\sqrt{9}$ 」は 3 です。

$$9 \text{ の平方根} = \pm 3, \quad \sqrt{9} = 3$$

この違いはとても大切です。

2 ルートの記号

2.1 $\sqrt{\quad}$ の意味

根号

平方根を表す記号 $\sqrt{\quad}$ を **根号** といいます。

$$\sqrt{a}$$

は、「2乗すると a になる正の数」を表します。たとえば、

$$\sqrt{16} = 4$$

です。

例題3 ルートを外す

$\sqrt{49}$ の値を求めなさい。

解説

$7^2 = 49$ なので、

$$\sqrt{49} = 7$$

です。 $\sqrt{49}$ は正の数を表すので、 -7 ではありません。

答え：7

2.2 ルートのまま表す数

整数にならない平方根

$\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ のように、整数で表せない平方根もあります。

$$\sqrt{2} = 1.414\dots, \quad \sqrt{3} = 1.732\dots$$

このような数は、ふつう **ルートのまま** 表します。

例題 4 ルートで表す

2 の平方根を求めなさい。

解説

2 乗して 2 になる数は、整数では表せません。正の方を $\sqrt{2}$ 、負の方を $-\sqrt{2}$ と表します。

答え： $\pm\sqrt{2}$

3 ルートを簡単にする

3.1 根号の中を分ける

平方数を外に出す

根号の中に平方数があるとき、外に出して簡単にできます。

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

特に、

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

のように、4、9、16、25 などの平方数を探します。

例題 5 ルートを簡単にする

$\sqrt{18}$ を簡単にしなさい。

解説

18 の中にある平方数を探します。

$$18 = 9 \times 2$$

なので、

$$\begin{aligned} \sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9}\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

答え： $3\sqrt{2}$

例題 6 大きい数のルート

$\sqrt{72}$ を簡単にしなさい。

解説

72 の中にある大きな平方数を探します。

$$72 = 36 \times 2$$

なので、

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

答え： $6\sqrt{2}$

確認ポイント： $72 = 4 \times 18$ でもできますが、36 を使うと早く計算できます。

外に出す数を間違えない

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

ですが、

$$\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

ではありません。 $\sqrt{4} = 2$ なので、外に出るのは2です。

4 平方根の乗法・除法

4.1 ルートのかけ算

ルートのかけ算

ルートどうしのかけ算は、根号の中をかけます。

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

ただし、最後に簡単にできる場合は、簡単にします。

例題 7 ルートのかけ算

$\sqrt{6} \times \sqrt{3}$ を計算しなさい。

解説

根号の中をかけます。

$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times \sqrt{3} &= \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

答え： $3\sqrt{2}$

4.2 ルートのわり算

ルートのわり算

ルートどうしのわり算は、分数にして考えます。

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

また、同じ因数があれば約分できます。

例題 8 ルートのわり算

$\sqrt{24} \div \sqrt{6}$ を計算しなさい。

解説

わり算を分数にします。

$$\begin{aligned} \sqrt{24} \div \sqrt{6} &= \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

答え：2

例題 9 係数のある乗法

$2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6}$ を計算しなさい。

解説

係数どうし、ルートどうしを分けて計算します。

$$\begin{aligned}2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} &= 8\sqrt{18} \\ &= 8 \cdot 3\sqrt{2} = 24\sqrt{2}\end{aligned}$$

答え： $24\sqrt{2}$

5 平方根の加法・減法

5.1 同じルートだけまとめる

同類項のように考える

ルートの加法・減法では、**同じルート**だけをまとめられます。

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

一方で、

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

は、これ以上まとめられません。

例題 10 同じルートをまとめる

$4\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5}$ を計算しなさい。

解説

すべて $\sqrt{5}$ なので、係数を計算します。

$$\begin{aligned} 4\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = (4 - 1 + 2)\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

答え： $5\sqrt{5}$

例題 11 簡単にしてからまとめる

$\sqrt{12} + \sqrt{27}$ を計算しなさい。

解説

まず、それぞれを簡単にします。

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \sqrt{12} + \sqrt{27} &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

答え： $5\sqrt{3}$

ルートの中が違うものは足せない

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

は、 $\sqrt{5}$ にはなりません。

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

ルートの中が同じかどうかを確認しましょう。

6 分母の有理化

6.1 有理化とは

分母にルートを残さない

分母にルートがあるとき、分母が整数になるように変形することを**有理化**といいます。

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

のように、分母と分子に同じ $\sqrt{3}$ をかけます。

例題 12 分母を有理化する

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ を有理化しなさい。

解説

分母と分子に $\sqrt{5}$ をかけます。

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{5}} &= \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

答え： $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

例題 13 係数がある分母の有理化

$\frac{3}{2\sqrt{2}}$ を有理化しなさい。

解説

分母と分子に $\sqrt{2}$ をかけます。

$$\begin{aligned} \frac{3}{2\sqrt{2}} &= \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

答え： $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

分母だけにかけない

有理化では、分母だけに \sqrt{a} をかけてはいけません。値を変えないために、**分母と分子の両方**に同じ数をかけます。

7 平方根の大小と近似値

7.1 平方根の大小

2 乗して比べる

正の数どうしの大小を比べるときは、2 乗して考えることがあります。

$$2^2 = 4, \quad 3^2 = 9$$

なので、

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

と分かります。

例題 14 平方根の大小

$\sqrt{20}$ は、どの 2 つの整数の間にあるか答えなさい。

解説

20 に近い平方数を探します。

$$4^2 = 16, \quad 5^2 = 25$$

なので、

$$16 < 20 < 25$$

したがって、

$$4 < \sqrt{20} < 5$$

です。

答え：4 と 5 の間

7.2 近似値

よく使う近似値

高校入試では、次の近似値を使うことがあります。

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots, \quad \sqrt{3} = 1.732 \dots, \quad \sqrt{5} = 2.236 \dots$$

問題で近似値が与えられたときは、それを使って計算します。

例題 15 近似値を使う

$\sqrt{2} = 1.414$ として、 $3\sqrt{2}$ の値を小数で求めなさい。

解説

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2} &= 3 \times 1.414 \\ &= 4.242 \end{aligned}$$

答え：4.242

8 高校入試で役立つ見方

8.1 図形とのつながり

三平方の定理につながる

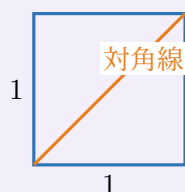
平方根は、三平方の定理でよく使います。たとえば、直角三角形の2辺が1、1のとき、斜辺の長さは

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

となります。

例題 16 図形に出る平方根

1辺が1の正方形の対角線の長さを求めなさい。



解説

正方形の対角線は、直角三角形の斜辺として考えます。

$$1^2 + 1^2 = 2$$

なので、対角線の長さは

$$\sqrt{2}$$

です。

答え： $\sqrt{2}$

8.2 計算の最後は簡単な形にする

答えの形

平方根の計算では、最後に次のことを確認しましょう。

- ルートの中に平方数が残っていないか。
- 同じルートをまとめられるか。
- 分母にルートが残っていないか。

9 よくあるつまずき

つまずき1 平方根とルートを混同する

25の平方根は ± 5 ですが、 $\sqrt{25}$ は5です。

$$25\text{の平方根} = \pm 5, \quad \sqrt{25} = 5$$

つまずき2 $\sqrt{a+b}$ を分けてしまう

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

です。たとえば、

$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

ですが、

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

となり、違う値になります。

つまずき3 同じルートでないのに足す

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

は、これ以上まとめられません。ルートの中が同じものだけをまとめます。

つまずき4 有理化で分子にかけ忘れる

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

を有理化するときは、

$$\frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

です。

10 勉強法

平方根の勉強手順

- (1) まず、平方根の意味を「2乗して戻る数」として覚える。
- (2) $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$ など、平方数をすぐ見つける。
- (3) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ のように、ルートを簡単にする練習をする。
- (4) 加法・減法では、同じルートだけをまとめる。
- (5) 有理化までできるようにして、入試問題に備える。

高校入試に向けて意識したいこと

平方根は、計算問題だけでなく、図形、関数、二次方程式にもつながります。特に、**ルートを簡単にする力と答えの形を整える力**を優先して練習しましょう。

11 練習問題

基本問題 1 平方根

36 の平方根を求めなさい。

基本問題 2 ルートを外す

$\sqrt{64}$ の値を求めなさい。

基本問題 3 ルートを簡単にする

$\sqrt{45}$ を簡単にしなさい。

基本問題 4 乗法

$\sqrt{10} \times \sqrt{5}$ を計算しなさい。

基本問題 5 除法

$\sqrt{48} \div \sqrt{3}$ を計算しなさい。

基本問題 6 加法

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3}$ を計算しなさい。

基本問題 7 簡単にしてから計算

$\sqrt{8} + \sqrt{18}$ を計算しなさい。

基本問題 8 有理化

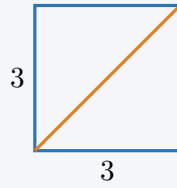
$\frac{5}{\sqrt{7}}$ を有理化しなさい。

入試問題 1 平方根の大小

$\sqrt{50}$ は、どの 2 つの整数の間にあるか答えなさい。

入試問題 2 図形と平方根

1 辺が 3 の正方形の対角線の長さを求めなさい。



入試問題 3 近似値

$\sqrt{5} = 2.236$ として、 $2\sqrt{5} - 1$ の値を小数で求めなさい。

12 練習問題の解答・解説

基本問題 1 平方根

$$6^2 = 36, \quad (-6)^2 = 36$$

なので、36 の平方根は 6 と -6 です。

答え：±6

基本問題 2 ルートを外す

$$8^2 = 64$$

なので、

$$\sqrt{64} = 8$$

答え：8

基本問題 3 ルートを簡単にする

$$45 = 9 \times 5$$

なので、

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

答え： $3\sqrt{5}$

基本問題 4 乗法

$$\begin{aligned} \sqrt{10} \times \sqrt{5} &= \sqrt{50} \\ &= \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

答え： $5\sqrt{2}$

基本問題 5 除法

$$\begin{aligned} \sqrt{48} \div \sqrt{3} &= \sqrt{\frac{48}{3}} \\ &= \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

答え：4

基本問題 6 加法

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ = (2 + 5 - 1)\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

答え： $6\sqrt{3}$

基本問題 7 簡単にしてから計算

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

したがって、

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

答え： $5\sqrt{2}$

基本問題 8 有理化

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt{7}} &= \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= \frac{5\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

答え： $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

入試問題 1 平方根の大小

50 に近い平方数を探します。

$$7^2 = 49, \quad 8^2 = 64$$

なので、

$$49 < 50 < 64$$

したがって、

$$7 < \sqrt{50} < 8$$

答え：7 と 8 の間

入試問題 2 図形と平方根

正方形の対角線は、直角三角形の斜辺です。

$$3^2 + 3^2 = 18$$

したがって、対角線の長さは

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

答え： $3\sqrt{2}$

入試問題 3 近似値

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} - 1 &= 2 \times 2.236 - 1 \\ &= 4.472 - 1 = 3.472 \end{aligned}$$

答え：3.472

13 まとめ

平方根で覚えること

- 2乗して a になる数を、 a の平方根という。
- a の平方根は、基本的に $\pm\sqrt{a}$ で表す。
- \sqrt{a} は正の平方根を表す。
- 根号の中に平方数があれば、外に出して簡単にする。
- 同じルートだけ、足したり引いたりできる。
- 分母にルートがあるときは、有理化する。
- 平方根の大小は、近い平方数を使って考える。

次につなげる学習

平方根は、二次方程式、関数、三平方の定理で多く使います。特に、**ルートを簡単**にすることと**有理化**を確実にしておきましょう。