

2021 年度 秋田県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

---

(1)

$$4 - (-12) = 4 + 12 = 16$$

答え：16

(2)

$$\frac{3(x-2y)-(3x-y)}{6} = \frac{3x-6y-3x+y}{6} = -\frac{5}{6}y$$

答え： $-\frac{5}{6}y$

(3)

$$x^2 + xy - 12y^2 - xy = x^2 - 12y^2$$

答え： $x^2 - 12y^2$

(4)

$$a^3 + 2a = a(a^2 + 2)$$

である。 $a = \sqrt{3} - 1$  を代入すると,

$$a(a^2 + 2) = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2$$

となる。

答え：2

(5)

$$\frac{3}{2}x + 1 = 10$$

両辺を2倍して,

$$3x + 2 = 20$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

答え： $x = 6$

(6)

ミルクティーに使う牛乳を  $x$  mL とする。紅茶と牛乳の量の比は  $5 : 3$  だから、

$$450 : x = 5 : 3$$

$$5x = 1350$$

$$x = 270$$

となる。牛乳は 180 mL あるので、さらに必要な量は、

$$270 - 180 = 90$$

答え：90 mL

(7)

$$\begin{cases} x + 4y = -1 \\ -2x + y = 11 \end{cases}$$

第 1 式を 2 倍して第 2 式と加えると、

$$9y = 9$$

$$y = 1$$

である。これを第 1 式に代入して、

$$x + 4 = -1$$

$$x = -5$$

となる。

答え： $x = -5, y = 1$

(8)

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

に解の公式を用いると、

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

答え： $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(9)

平均値は,

$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 1}{20} = \frac{85}{20} = 4.25$$

冊である。

データを小さい順に並べると, 10 番目が 4 冊, 11 番目が 5 冊なので, 中央値は

$$\frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

冊である。また, 最も度数が大きい値は 5 冊である。

したがって, 正しいものはウである。

答え: ウ

(10)

$$10 < \sqrt{n} < 11$$

を  $\sqrt{7}$  倍して 2 乗すると,

$$700 < 7n < 847$$

となる。 $\sqrt{7n}$  が整数になるには,  $7n$  が平方数であればよい。

この範囲にある平方数は,

$$729 = 27^2, \quad 784 = 28^2, \quad 841 = 29^2$$

である。このうち 7 で割った値が整数になるのは,

$$n = \frac{784}{7} = 112$$

だけである。

答え: 112

(11)

三角形の外角の定理より,

$$x = 44^\circ + 62^\circ = 106^\circ$$

答え:  $106^\circ$

(12)

おうぎ形の面積は,

$$5^2 \pi \cdot \frac{240}{360} = 25\pi \cdot \frac{2}{3} = \frac{50\pi}{3}$$

答え： $\frac{50\pi}{3} \text{ cm}^2$

(13)

$OB, OC$  を結ぶ。 $OA, OB, OC$  は円  $O$  の半径だから、

$$OA = OB = OC$$

である。また、仮定より  $AB = OA$  なので、 $\triangle OAB$  は正三角形である。したがって、

$$\angle OAB = \angle ABO = \angle BOA = 60^\circ$$

である。

問題図より、

$$\angle OBC = 78^\circ - 60^\circ = 18^\circ$$

となる。 $\triangle OBC$  は  $OB = OC$  の二等辺三角形だから、

$$\angle OCB = 18^\circ$$

である。

$\angle OAC = x^\circ$  とすると、 $\triangle OAC$  も二等辺三角形なので、

$$\angle OCA = x^\circ$$

である。三角形  $ABC$  の内角の和より、

$$(x + 60^\circ) + 78^\circ + (18^\circ + x) = 180^\circ$$

$$2x = 24^\circ$$

$$x = 12^\circ$$

となる。したがって、

$$\angle BAC = x + 60^\circ = 72^\circ$$

答え： $72^\circ$

(14)

$AB$  を軸として回転させてできる円錐の体積は、

$$\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 6\pi$$

である。

一方、 $BC$  を軸として回転させてできる円錐の体積は、

$$\frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 4\pi$$

である。

したがって、2 つの体積の比は、

$$6\pi : 4\pi = 3 : 2$$

となる。

答え： $AB$  を軸としてできる立体の体積は、 $BC$  を軸としてできる立体の体積の  $\frac{3}{2}$  倍

(15)

立方体の体積は  $1000 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$  だから、1 辺の長さは  $10 \text{ cm}$  である。

$\triangle DEG$  では、

$$DE = DG = EG = 10\sqrt{2}$$

だから、正三角形である。点  $D$  から  $EG$  に垂線を下ろし、その足を  $I$  とすると、

$$EI = GI = 5\sqrt{2}$$

である。三平方の定理より、

$$DI = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

となる。したがって、

$$[\triangle DEG] = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{6} = 50\sqrt{3}$$

である。

三角錐  $H - DEG$  の体積は、

$$\frac{1}{6} \cdot 10^3 = \frac{500}{3}$$

である。平面  $DEG$  までの高さを  $x \text{ cm}$  とすると、

$$\frac{1}{3} \cdot 50\sqrt{3} \cdot x = \frac{500}{3}$$

$$50\sqrt{3}x = 500$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

答え：  $\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

## (1) ①

グラフ上の2点  $(1, 6)$ ,  $(3, 2)$  を用いると、変化の割合は、

$$\frac{2-6}{3-1} = -2$$

答え：-2

## (1) ②

4つの関数はいずれも原点を頂点とする放物線である。

まず、上に開く放物線ア、イについて考える。 $y = ax^2$ ,  $y = bx^2$  では、係数が大きいほど放物線の開き方はせまくなる。図ではアの方がイよりも  $y$  軸に近いので、

$$a > b > 0$$

である。

次に、下に開く放物線ウ、エについて考える。 $y = cx^2$ ,  $y = dx^2$  では  $c, d < 0$  であり、係数の絶対値が大きいほど放物線の開き方はせまくなる。図ではウの方がエよりも  $y$  軸に近いので、

$$|c| > |d|$$

である。どちらも負の数だから、

$$c < d < 0$$

となる。

したがって、小さい順に並べると、

$$c < d < b < a$$

である。

答え：エ

## (2) ①

1行に5個ずつ自然数を並べ、行が変わるたびに向きが反対になる。

|     | 1列目 | 2列目 | 3列目 | 4列目 | 5列目 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1行目 | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
| 2行目 | 10  | 9   | 8   | 7   | 6   |
| 3行目 | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  |
| 4行目 | 20  | 19  | 18  | 17  | 16  |
| 5行目 | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  |
| 6行目 | 30  | 29  | 28  | 27  | 26  |

したがって、6 行目の 1 列目のカードに書かれている数は 30 である。

答え：30

(2) ②

各行の 3 列目の数は、

$$3, 8, 13, \dots$$

と 5 ずつ増える。 $n$  行目の数は、

$$3 + 5(n - 1) = 5n - 2$$

答え： $5n - 2$

(3)

まず、線分  $BC$  の垂直二等分線を作図し、 $BC$  との交点を  $O$  とする。次に、 $O$  を中心、 $OB$  を半径とする円をかく。その円と直線  $AC$  との交点を  $P$  とする。

このとき、 $BC$  は円の直径なので、

$$\angle BPC = 90^\circ$$

となる。

答え：上記の作図の通り

(4)

麻衣さんは、道のりを  $x$  km,  $y$  km としている。

地点  $S$  から地点  $G$  までの道のりは 30 km だから、

$$x + y = 30$$

である。また、それぞれの区間にかかる時間は、

$$\frac{x}{12} \text{時間}, \quad \frac{y}{9} \text{時間}$$

であり、合計 3 時間だから、

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{9} = 3$$

となる。

一方、飛鳥さんは、かかった時間を  $x$  時間,  $y$  時間としている。

全体で 3 時間だから、

$$x + y = 3$$

である。また、それぞれの区間の道のりは、

$$12x \text{ km}, \quad 9y \text{ km}$$

であり、合計 30 km だから、

$$12x + 9y = 30$$

となる。

答え：ア：30、イ： $\frac{x}{12} + \frac{y}{9}$ 、ウ：3、エ： $12x + 9y$

(1)

$\triangle ABC$  と  $\triangle ADE$  において,  $DE \parallel BC$  より, 同位角が等しいので,

$$\angle ABC = \angle ADE$$

$$\angle ACB = \angle AED$$

である。したがって, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

となる。

(2) ①

仮定より,  $AE = EB$ ,  $BF = FC$  である。したがって, 中点連結定理より,

$$EH : BD = FG : BD = 1 : 2$$

となるので,

$$EH = FG$$

である。

また, 中点連結定理より,

$$EH \parallel BD, \quad FG \parallel BD$$

だから,

$$EH \parallel FG$$

である。

したがって, 四角形  $EFGH$  では, 1 組の対辺  $EH, FG$  が平行で, その長さが等しい。よって, 四角形  $EFGH$  は平行四辺形である。

答え: 1 組の対辺が平行で, その長さが等しい

(2) ②

$E, F$  はそれぞれ  $AB, BC$  の中点だから, 中点連結定理より,

$$EF = \frac{1}{2}AC$$

である。同様に,

$$FG = \frac{1}{2}BD, \quad GH = \frac{1}{2}AC, \quad HE = \frac{1}{2}BD$$

となる。

したがって、四角形  $EFGH$  がひし形になるためには、

$$AC = BD$$

であればよい。

答え： $AC = BD$

(3)

四角形  $ABCD$  の対角線は垂直であり、面積が 18 だから、

$$\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 18$$

より、

$$AC \cdot BD = 36 \quad \dots 1$$

である。

まず、 $\triangle BEF$  と  $\triangle BAC$  において、

$$BE : BA = 1 : 3, \quad BF : BC = 1 : 3$$

であり、共通な角より、

$$\angle EBF = \angle ABC$$

である。したがって、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BEF \sim \triangle BAC$$

となる。対応する辺の比より、

$$EF : AC = 1 : 3$$

だから、

$$EF = \frac{1}{3}AC \quad \dots 2$$

である。

次に、 $\triangle AEH$  と  $\triangle ABD$  において、

$$AE : AB = 2 : 3, \quad AH : AD = 2 : 3$$

であり、共通な角より、

$$\angle EAH = \angle BAD$$

である。したがって、

$$\triangle AEH \sim \triangle ABD$$

となる。対応する辺の比より、

$$EH : BD = 2 : 3$$

だから,

$$EH = \frac{2}{3}BD \quad \dots 3$$

である。

また,  $EF \parallel AC$ ,  $EH \parallel BD$  であり,  $AC \perp BD$  だから,

$$EF \perp EH$$

である。四角形  $EFGH$  は平行四辺形で, 1 つの角が直角なので長方形である。したがって,

$$[EFGH] = EF \cdot EH$$

である。

2, 3 より,

$$[EFGH] = \frac{1}{3}AC \cdot \frac{2}{3}BD = \frac{2}{9}(AC \cdot BD)$$

となる。1 を代入して,

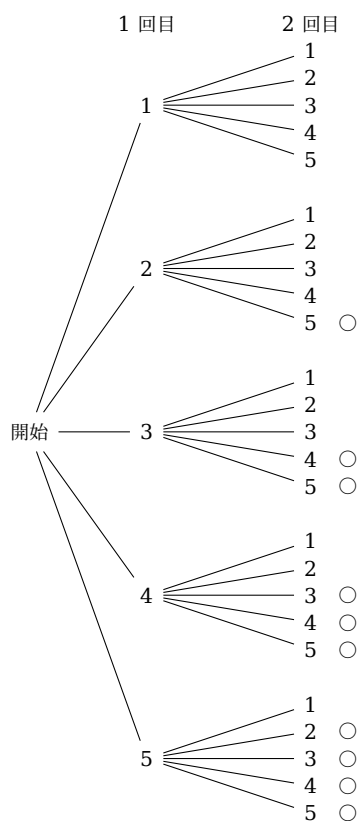
$$[EFGH] = \frac{2}{9} \cdot 36 = 8$$

である。

答え : 8

## (1) ①

1 回目, 2 回目とも, 1 から 5 までの玉が出る。すべての取り出し方を樹形図に表すと, 次の通りである。図中の ○ は, 2 個の玉に書かれた数の和が 7 以上になる場合を表す。



全部で

$$5 \times 5 = 25$$

通りあり, ○ を付けた場合は

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

通りである。したがって, 求める確率は,

$$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

答え:  $\frac{2}{5}$

## (1) ②

同じ玉を戻さずに 2 個取り出すので, 取り出し方は

$$5 \times 4 = 20$$

通りである。

少なくとも 1 つが偶数になる取り出し方を、1 回目、2 回目の順に並べると、

$$\begin{aligned} & (1, 2), (1, 4), \\ & (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), \\ & (3, 2), (3, 4), \\ & (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), \\ & (5, 2), (5, 4) \end{aligned}$$

の 14 通りである。

別の見方をすると、2 個とも奇数になるのは、奇数の玉 1, 3, 5 から異なる 2 個を順に取り出す

$$3 \times 2 = 6$$

通りである。したがって、

$$20 - 6 = 14$$

通りと求めることもできる。

よって、求める確率は、

$$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

答え：  $\frac{7}{10}$

(2)

3 けたの自然数の百の位の数  $a$ 、十の位の数  $b$ 、一の位の数  $c$  とすると、その数は

$$100a + 10b + c$$

と表せる。

この数から各位の数の和  $a + b + c$  を引くと、

$$\begin{aligned} 100a + 10b + c - (a + b + c) &= 100a + 10b + c - a - b - c \\ &= 99a + 9b \\ &= 9(11a + b) \end{aligned}$$

となる。

$a, b$  は整数だから、 $11a + b$  も整数である。したがって、

$$9(11a + b)$$

は 9 の倍数である。

答え：ア：上記に記載した通り

## I (1)

点 B から  $x$  軸に垂線を下ろし、その足を G とする。問題図より、

$$BG = 3, \quad AG = 8 - 2 = 6$$

である。三平方の定理より、

$$AB = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

答え： $3\sqrt{5}$

## I (2)

直線は  $A(8, 0)$ ,  $B(2, 3)$  を通る。式を

$$y = ax + b$$

とおくと、

$$0 = 8a + b, \quad 3 = 2a + b$$

である。差をとると、

$$-3 = 6a$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

となる。これを  $3 = 2a + b$  に代入して、

$$b = 4$$

である。

答え： $y = -\frac{1}{2}x + 4$

## I (3)

点 P から  $x$  軸に垂線を下ろし、その足を H とする。また、 $PH$  と直線  $AB$  との交点を I とする。点 P の  $x$  座標を  $s$  とする。

点 C は直線  $AB$  の切片だから、

$$C(0, 4)$$

であり、

$$[\triangle COP] = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot s = 2s$$

となる。

また、点 P は直線  $y = 3x$  上にあるので、

$$P(s, 3s)$$

である。点 I は  $y = -\frac{1}{2}x + 4$  上にあるので、

$$I\left(s, -\frac{1}{2}s + 4\right)$$

となる。したがって、

$$PI = 3s - \left(-\frac{1}{2}s + 4\right) = \frac{7}{2}s - 4$$

である。

問題図の面積を整理すると、

$$[\triangle BAP] = 6s - 12$$

となる。面積が等しいので、

$$2s = 6s - 12$$

$$s = 3$$

答え：3

## II (1)

点 C は直線  $y = 3x - 5$  と  $x$  軸との交点だから、

$$0 = 3x - 5$$

より、

$$C\left(\frac{5}{3}, 0\right)$$

である。

直線  $BC$  は  $B(0, 3)$  を通るので、傾きは、

$$\frac{0 - 3}{\frac{5}{3} - 0} = -\frac{9}{5}$$

である。

$$\text{答え：} y = -\frac{9}{5}x + 3$$

## II (2) ①

点 P から  $y$  軸に垂線を下ろし、その足を J とする。点 P の  $x$  座標を  $t$  とすると、P は  $y = 3x - 5$  上にあるから、

$$P(t, 3t - 5)$$

である。

$D(0, -5)$  だから、

$$JD = 3t$$

であり、

$$PJ = t$$

である。三平方の定理より、

$$PD^2 = t^2 + (3t)^2 = 10t^2$$

となる。 $PD = 8$  だから、

$$10t^2 = 64$$

$$t^2 = \frac{32}{5}$$

問題図より  $t > 0$  なので、

$$t = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$\text{答え} : \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

## II (2) ②

問題図の面積の関係から、

$$[\triangle ABD] = [\triangle POD]$$

となる。

$$[\triangle ABD] = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12$$

である。点 P の  $x$  座標を  $u$  とすると、

$$[\triangle POD] = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot u = \frac{5}{2}u$$

となる。したがって、

$$12 = \frac{5}{2}u$$

$$u = \frac{24}{5}$$

$$\text{答え} : \frac{24}{5}$$