

2021 年度

北海道

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

問 1

(1) 与式を計算すると、

$$3 + 6 = 9$$

答え：9

(2) 与式を計算すると、

$$9 \times (-5) + 4 = -45 + 4 = -41$$

答え：-41

(3) 与式を計算すると、

$$2\sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$$

答え： $\sqrt{7}$

問 2

それぞれの選択肢について、 x と y の関係を式で表す。

アは

$$50x = y$$

より、

$$y = 50x$$

となるので、比例の式である。

イは

$$xy = 300$$

より、

$$y = \frac{300}{x}$$

となるので、反比例の式である。

ウは

$$100 + x = y$$

より、

$$y = x + 100$$

となるので、一次関数の式である。

エは

$$x \times x \times \pi \times 5 = y$$

より、

$$y = 5\pi x^2$$

となるので、 $y = ax^2$ の形の式である。

したがって、反比例の関係を表しているのはイである。

答え：イ

問 3

展開図を立方体に組み立てたとき、同じ色で対応する辺どうしが重なる考える。

展開図を立方体にしたとき、線分 AB と平行で長さが等しい線分は、線分 HF である。

答え：線分 HF

問 4

求める直線の式を

$$y = ax + b \quad \dots \textcircled{1}$$

とする。

①は $y = 3x$ のグラフと平行なので、傾きは等しく、

$$a = 3$$

である。したがって、①は

$$y = 3x + b \quad \dots \textcircled{2}$$

と表せる。

②のグラフが点 $(0, 2)$ を通るので、 $x = 0$, $y = 2$ を代入すると、

$$2 = 3 \times 0 + b$$

$$b = 2$$

よって、求める直線の式は

$$y = 3x + 2$$

である。

答え： $y = 3x + 2$

問 5

連立方程式

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & \dots \textcircled{1} \\ y = 3x + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を解く。

②を①に代入すると、

$$2x + (3x + 1) = 11$$

$$5x + 1 = 11$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

これを②に代入すると、

$$y = 3 \times 2 + 1 = 7$$

よって、

$$x = 2, \quad y = 7$$

である。

答え： $x = 2, y = 7$

問 6

おうぎ形の弧の長さは、

$$\text{弧の長さ} = \text{直径} \times \pi \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$$

で求められる。

半径が 9cm なので、直径は 18cm である。中心角は 60° であるから、弧 AB の長さは

$$18 \times \pi \times \frac{60}{360} = 18\pi \times \frac{1}{6} = 3\pi$$

したがって、求める弧の長さは $3\pi\text{cm}$ である。

答え： $3\pi\text{cm}$

大問 2

問 1

$$x^2 + 3x - 1 = 0$$

は因数分解できないので、解の公式を用いる。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

である。

$x^2 + 3x - 1 = 0$ では、 $a = 1$, $b = 3$, $c = -1$ なので、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

答え： $x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

問 2

3 枚の硬貨について、表・裏の出方を樹形図で整理する。

100円	50円	10円	表の合計金額
表	表	表	160円
表	表	裏	150円
表	裏	表	110円
表	裏	裏	100円
裏	表	表	60円
裏	表	裏	50円
裏	裏	表	10円
裏	裏	裏	0円

表裏の出方は全部で 8 通りである。

このうち、表が出た硬貨の金額の合計が 60 円以上となるのは、

160円, 150円, 110円, 100円, 60円

の 5 通りである。

したがって、求める確率は

$$\frac{5}{8}$$

である。

答え：㉔ 8 通り、㉕ 5 通り、㉖ $\frac{5}{8}$

問 3

相対度数とは、全体の中でどれだけの割合にあたるかを示す値である。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

度数が最も多い階級は 210cm 以上 230cm 未満であり、その度数は 20 人である。また、度数の合計は 80 人である。

よって、求める相対度数は

$$\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0.25$$

である。

答え：0.25

問 4

点 B と点 D が折り重なるとき、折り目は線分 BD の垂直二等分線になる。

したがって、線分 BD の垂直二等分線を作図すればよい。

答え：線分 BD の垂直二等分線

大問 3

問 1

五角形を 1 個つくるのに必要なストローの本数は 5 本である。

五角形を 2 個つくる時、1 個目の 5 本に、共有していない部分の 4 本を加えればよいので、

$$5 + 4 = 9$$

本である。

五角形を 3 個つくる時は、さらに 4 本増えるので、

$$9 + 4 = 13$$

本である。

つまり、五角形が 1 個増えると、ストローは 4 本ずつ増える。また、五角形を n 個つくる時、増える部分のまとまりは $n - 1$ 個ある。

したがって、五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数は

$$5 + 4(n - 1)$$

と表せる。

答え：㉔ 9 本、㉕ 13 本、㉖ 4 本、㉗ $n - 1$ 個

問 2

図 4 を 1 個つくるのに必要なストローの本数は 11 本である。

図 4 を n 個つくる時、図のように 8 本ずつ囲むと、囲みの個数は $n - 1$ 個である。

したがって、図 4 を n 個つくるのに必要なストローの本数は、

$$11 + 8(n - 1)$$

と表せる。

大問 4

問 1

x 軸について対称なグラフは、 x 軸を境に折り返すと重なるグラフである。

$$y = 4x^2$$

のグラフを x 軸について対称にしたグラフでは、 y の値の符号が反対になる。

したがって、求める式は

$$y = -4x^2$$

である。

答え： $y = -4x^2$

問 2

グラフが点 $(3, 18)$ を通るので、 $y = ax^2$ に $x = 3$, $y = 18$ を代入する。

$$18 = a \times 3^2$$

$$18 = 9a$$

$$a = 2$$

答え： $a = 2$

問 3

折れ線の長さの和が最も小さくなるように考える。

点 B と y 軸について対称な点を D とする。このとき、 $BC = DC$ であるから、

$$AC + BC = AC + DC$$

となる。

したがって、 $AC + BC$ が最も小さくなるのは、3 点 A, C, D が一直線上にあるときである。

点 B の座標が $(3, 9)$ であるから、点 D の座標は

$$(-3, 9)$$

である。また、点 A の座標は

$$(2, 4)$$

である。

3 点 A, C, D を通る直線の式を $y = ax + b$ とする。点 $A(2, 4)$ 、点 $D(-3, 9)$ を通るので、

$$\begin{cases} 4 = 2a + b \\ 9 = -3a + b \end{cases}$$

これを解くと、

$$a = -1, \quad b = 6$$

よって、直線 AD の式は

$$y = -x + 6$$

である。

点 C は y 軸上の点なので、 $x = 0$ である。

$$y = -0 + 6 = 6$$

したがって、点 C の座標は

$$(0, 6)$$

である。

答え：(0, 6)

大問 5

問 1

$\triangle CDE$ は、 $CD = CE$ の二等辺三角形である。

$\angle DCE = 30^\circ$ より、底角は等しいので、

$$\angle CED = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

である。

また、点 B, E, D は一直線上にあるので、

$$\angle BED = 180^\circ$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned}\angle BEC &= \angle BED - \angle CED \\ &= 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ\end{aligned}$$

である。

答え： 105°

問 2

証明

$\triangle ADE$ と $\triangle HBF$ において、仮定より、

$$DE = BF \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

また、 $AD \parallel BC$ より、錯角が等しいので、

$$\angle ADE = \angle HBF \quad \dots \textcircled{2}$$

である。

さらに、対頂角は等しいので、

$$\angle AED = \angle CEB \quad \dots \textcircled{3}$$

である。

$AC \parallel GH$ より、同位角が等しいので、

$$\angle CEB = \angle HFB \quad \dots \textcircled{4}$$

である。

③、④より、

$$\angle AED = \angle HFB \quad \dots \textcircled{5}$$

である。

①、②、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \equiv \triangle HBF$$

である。

したがって、対応する辺は等しいので、

$$AD = HB$$

である。

以上より、 $AD = HB$ が証明された。