

2021 年度

茨城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

得失点差は、得点合計から失点合計を引いて求める。

$$3 - 7 = -4$$

答え：-4

(2)

斜線部分は、1 辺が $\sqrt{5}$ m の正方形の上部にある長方形である。

横の長さは $\sqrt{5}$ m、縦の長さは

$$\sqrt{10} - \sqrt{5}$$

m である。したがって、周の長さは

$$2\sqrt{5} + 2(\sqrt{10} - \sqrt{5}) = 2\sqrt{10}$$

となる。

答え： $2\sqrt{10}$ m

(3)

クリームパン 5 個とジャムパン 3 個の合計金額は

$$5a + 3b$$

円である。

1000 円で買うことができるので、

$$5a + 3b \leq 1000$$

である。移項すると、

$$1000 - (5a + 3b) \geq 0$$

となる。

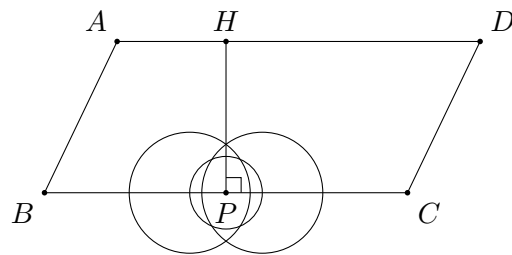
答え：ウ

(4)

辺 BC を底辺とすると、高さは点 P から直線 AD までの距離である。したがって、 P を通り BC に垂直な直線と AD との交点を H とすればよい。

作図は次の手順で行う。

1. 点 P を中心とする円をかき、辺 BC との 2 つの交点をとる。
2. その 2 点を中心に、同じ半径の円をかく。
3. 2 つの円の交点と点 P を結ぶ。
4. その直線と AD との交点を H とする。



答え：上の作図の通り

2

(1)

連続する 3 つの整数のうち、最も小さい整数を n とすると、3 つの整数は

$$n, \quad n+1, \quad n+2$$

と表せる。

その和は

$$n + (n+1) + (n+2) = 3(n+1)$$

である。 $n+1$ は整数だから、 $3(n+1)$ は 3 の倍数である。

答え：ア： $n+1$ 、イ： $n+2$ 、ウ： $n+1$

(2)

縦の長さを x m とすると、横の長さは

$$x+5 \text{ m}$$

である。

面積が 24 m^2 なので、

$$x(x+5) = 24$$

となる。整理すると、

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

より、

$$(x+8)(x-3) = 0$$

である。したがって、

$$x = -8, 3$$

となる。

長さは正なので、 $x = -8$ は適さない。

答え：ア： $x(x+5)$ 、イ： -8 、ウ： 3

(3)

点 B は点 A を y 軸について対称移動した点で、 B の x 座標は -1 である。したがって、点 A の x 座標は 1 である。

点 A は

$$y = \frac{2}{x}$$

上にあるから、

$$y = \frac{2}{1} = 2$$

となり、

$$A(1, 2)$$

である。

また、点 A は

$$y = ax^2$$

上にもあるので、

$$2 = a \cdot 1^2$$

より、

$$a = 2$$

である。

関数 $y = ax^2$ において、 x が p から q まで増加するときの変化の割合は

$$a(p + q)$$

である。したがって、 $y = 2x^2$ で x が 1 から 3 まで増加するとき、

$$2(1 + 3) = 8$$

となる。

答え：ア：2、イ：8

(4)

最頻値を比べて A さんを選ぶ場合と、中央値を比べて B さんを選ぶ場合のどちらも考えられる。

A さんの最頻値は 11.9 秒、B さんの最頻値は 12.0 秒である。最頻値は A さんの方が小さいので、最頻値を根拠にすると、A さんの方が次の 1 回でより速く走れそうだと判断できる。

一方、A さんの中央値は 12.1 秒、B さんの中央値は 12.0 秒である。中央値は B さんの方が小さいので、中央値を根拠にすると、B さんの方が次の 1 回でより速く走れそうだと判断できる。

答え：A さんの場合：A さん。最頻値が 11.9 秒で、B さんの 12.0 秒より小さいから。

B さんの場合：B さん。中央値が 12.0 秒で、A さんの 12.1 秒より小さいから。

3

(1)

回転後も

$$AB = AB'$$

であるから、三角形 ABB' は二等辺三角形である。

底角はともに 66° なので、

$$\angle BAB' = 180^\circ - 66^\circ \times 2 = 48^\circ$$

となる。

答え： 48°

(2)

三角形 ADB と三角形 AEC において、仮定より、

$$AB = AC$$

である。

また、 $BD \perp \ell$ 、 $CE \perp \ell$ より、

$$\angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$$

である。

$BC \parallel \ell$ より、錯角は等しいので、

$$\angle CBA = \angle DAB, \quad \angle BCA = \angle EAC$$

である。さらに、 $AB = AC$ だから、三角形 ABC は二等辺三角形であり、

$$\angle CBA = \angle BCA$$

である。したがって、

$$\angle DAB = \angle EAC$$

となる。

よって、斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので、

$$\triangle ADB \equiv \triangle AEC$$

である。

(3)

$AB = AC = 3 \text{ cm}$ であり、三角形 ABC は直角二等辺三角形なので、

$$BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

である。

点 B の軌跡と直線 ℓ で囲まれる部分は、半径 3 cm 、中心角 90° のおうぎ形、底辺と高さがともに 3 cm の三角形、半径 $3\sqrt{2} \text{ cm}$ 、中心角 135° のおうぎ形に分けられる。

それぞれの面積は、

$$3^2\pi \times \frac{90}{360} = \frac{9\pi}{4},$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2},$$

$$(3\sqrt{2})^2\pi \times \frac{135}{360} = 18\pi \times \frac{3}{8} = \frac{27\pi}{4}$$

である。

したがって、求める面積は

$$\frac{9\pi}{4} + \frac{9}{2} + \frac{27\pi}{4} = 9\pi + \frac{9}{2}$$

となる。

答え： $9\pi + \frac{9}{2} \text{ cm}^2$

4

(1)

燃料 A は 1 時間あたり 30 L 消費される。20 時間後の残量が 200 L なので、「ある時刻」の残量は

$$200 + 30 \times 20 = 800$$

となる。

答え：800 L

(2)

20 時間後から 35 時間後までの 15 時間で、燃料 A の残量は

$$1700 - 200 = 1500 \text{ L}$$

増えている。したがって、見かけ上の増加量は 1 時間あたり

$$1500 \div 15 = 100 \text{ L}$$

である。

補給中も 1 時間あたり 30 L 消費しているので、実際の補給量は

$$100 + 30 = 130$$

となる。

答え：1 時間あたり 130 L

(3)

35 時間後から 80 時間後までは 45 時間である。燃料 A は 1 時間あたり 30 L 減るので、80 時間後の残量は

$$1700 - 30 \times 45 = 350 \text{ L}$$

である。

燃料 A は燃料 B より 700 L 少ないから、80 時間後の燃料 B の残量は

$$350 + 700 = 1050 \text{ L}$$

である。

燃料 B のグラフを

$$y = ax + b$$

とおくと、 $(0, 1450)$ 、 $(80, 1050)$ を通るので、

$$a = \frac{1050 - 1450}{80} = -5, \quad b = 1450$$

である。したがって、

$$y = -5x + 1450$$

となる。

燃料 B が補給され始めるのは残量が 200 L になったときだから、

$$200 = -5x + 1450$$

より、

$$5x = 1250, \quad x = 250$$

となる。

答え：250 時間後

5

(1) ①

さいころの目の和 $a + b$ は 2 から 12 までである。コマは 8 回動くごとに同じ位置へ戻るので、E に止まるのは

$$a + b = 4, 12$$

のときである。

$a + b = 4$ は

$$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$$

の 3 通り、 $a + b = 12$ は

$$(6, 6)$$

の 1 通りである。

全部で 36 通りだから、

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

となる。

答え： $\frac{1}{9}$

(1) ②

さいころの出方は全部で

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

である。1 回目と 2 回目の目を順に (a, b) と表す。

各マスに止まる組をすべて調べる。

A に止まるのは $a + b = 8$ のときで、

$$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$$

の 5 通りである。

B に止まるのは $a + b = 7, 9$ のときである。

$$a + b = 7: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1),$$

$$a + b = 9: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)$$

より、

$$6 + 4 = 10 \text{通り}$$

である。

C に止まるのは $a + b = 2, 6, 10$ のときである。

$$\begin{aligned}a + b = 2 &: (1, 1), \\a + b = 6 &: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), \\a + b = 10 &: (4, 6), (5, 5), (6, 4)\end{aligned}$$

より、

$$1 + 5 + 3 = 9 \text{通り}$$

である。

D に止まるのは $a + b = 3, 5, 11$ のときである。

$$\begin{aligned}a + b = 3 &: (1, 2), (2, 1), \\a + b = 5 &: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), \\a + b = 11 &: (5, 6), (6, 5)\end{aligned}$$

より、

$$2 + 4 + 2 = 8 \text{通り}$$

である。

E に止まるのは $a + b = 4, 12$ のときである。

$$\begin{aligned}a + b = 4 &: (1, 3), (2, 2), (3, 1), \\a + b = 12 &: (6, 6)\end{aligned}$$

より、

$$3 + 1 = 4 \text{通り}$$

である。

したがって、止まる場合の数が最も多いのは B であり、その確率は

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

である。

答え：B、 $\frac{5}{18}$

(2)

条件は a^b である。 $a = 4, b = 5$ だから、

$$a^b = 4^5 = 1024$$

である。

コマの位置は 8 回動くごとに元の A へ戻る。

$$1024 \div 8 = 128$$

で余りは 0 だから、コマは A に止まる。

答え：A

6

(1)

三角形 ABC は直角三角形で、

$$AB = 12 \text{ cm}, \quad AC = 9 \text{ cm}$$

である。三平方の定理より、

$$BC = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

となる。

展開図を組み立てると、辺 BC と辺 CD は重なるので、

$$CD = 15 \text{ cm}$$

である。

$\angle CDE = 90^\circ$ 、 $DE = 5 \text{ cm}$ だから、

$$\text{三角形 } CDE = \frac{1}{2} \times 15 \times 5 = \frac{75}{2}$$

となる。

$$\text{答え} : \frac{75}{2} \text{ cm}^2$$

(2)

まず、問題図の面えを底面として組み立てたとき、面えに垂直になる面を考える。

面えは三角形 ABC である。展開図を組み立てると、点 B, D, F が 1 点に重なる。

面あには辺 DE があり、

$$\angle CDE = 90^\circ$$

である。また、辺 CD は組み立てると辺 CB に重なる。したがって、

$$DE \perp BC$$

である。

さらに、面うには辺 FE があり、

$$\angle EFA = 90^\circ$$

である。辺 FA は組み立てると辺 BA に重なるので、

$$FE \perp BA$$

である。

辺 DE と辺 FE は組み立てると同じ 1 本の辺になり、その辺は底面で交わる 2 直線 AB, BC の両方に垂直である。したがって、その辺は面えに垂直である。

よって、面えに垂直になる面は、その辺を含む面あ、面うである。

答え：イ：面あ、面う

次に、三角すいの体積を求める。

三角形 ABC を底面とすると、底面積は

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$$

である。

組み立てたとき、面あ・面うの共通の辺は面えに垂直であり、その長さは

$$DE = 5 \text{ cm}$$

である。したがって、三角すいの高さは 5 cm である。

よって、三角すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times 54 \times 5 = 90$$

となる。

答え：ウ： 90 cm^3

(3)

三角すいの体積は一定であり、

$$V = \frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$$

である。したがって、底面積が小さいほど高さは大きく、底面積が大きいほど高さは小さい。

各面の面積を求める。

面あ：

$$\frac{1}{2} \times 15 \times 5 = \frac{75}{2}$$

面い：まず、

$$AE = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

であるから、

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 13 = \frac{117}{2}$$

面う：

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$$

面え：

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54$$

最も小さい面積は面うの 30 cm^2 、最も大きい面積は面いの $\frac{117}{2} \text{ cm}^2$ である。

したがって、高さが最も高くなるのは面うを底面としたとき、高さが最も低くなるのは面いを底面としたときである。

答え：最も高い：面う、最も低い：面い