

2021 年度 山形県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

1 (1)

$$2 - (-5) = 2 + 5 = 7$$

答え：7

1 (2)

$$\left(\frac{4}{12} - \frac{9}{12}\right) \times \frac{6}{5} = -\frac{5}{12} \times \frac{6}{5} = -\frac{1}{2}$$

答え： $-\frac{1}{2}$

1 (3)

$$\frac{16x^2 \cdot 9xy^2}{12xy} = 12x^2y$$

答え： $12x^2y$

1 (4)

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

答え： $-2\sqrt{2}$

2

式を整理すると、

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10x - 8 &= -8x - 5 \\ 3x^2 - 2x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

となる。解の公式より、

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

答え： $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

3

$\triangle ABC$ は 30° 、 60° 、 90° の直角三角形なので、

$$AC : AB : BC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

である。 $AB = 6$ cm より、

$$AC = 3, \quad BC = 3\sqrt{3}$$

となる。三角柱の高さ $BE = 4$ cm なので、

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 4 = 18\sqrt{3}$$

答え： $18\sqrt{3}$ cm³

4

箱 A では、取り出し方は

$$(1, 2), (1, 3), (2, 3)$$

の 3 通りで、条件を満たすのは 1 通りなので、確率は $\frac{1}{3}$ である。

箱 B でも同様に、取り出し方は

$$(4, 5), (4, 6), (5, 6)$$

の 3 通りで、条件を満たすのは 1 通りなので、確率は $\frac{1}{3}$ である。

箱 C では、取り出し方は 6 通りで、条件を満たすのは 2 通りなので、確率は

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

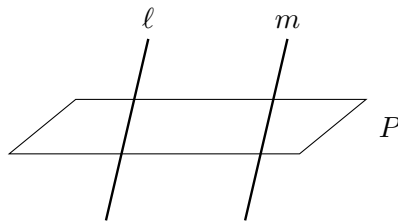
である。

したがって、どの箱も起こりやすさは同じである。

答え：エ

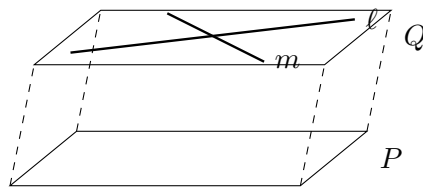
5

アは誤りである。反例の 1 つを図で表すと、次のようになる。



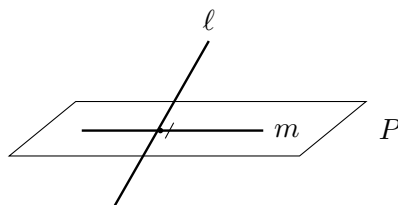
この図では、直線 l と直線 m はそれぞれ平面 P と交わっているが、 l と m は交わらない。したがって、アは誤りである。

イも誤りである。反例の 1 つを図で表すと、次のようになる。



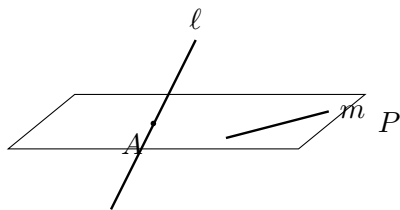
この図では、直線 l と直線 m はそれぞれ平面 P と平行であるが、 l と m は平行ではなく、1 点で交わる。したがって、イは誤りである。

ウも誤りである。反例の 1 つを図で表すと、次のようになる。



この図では、直線 ℓ は平面 P と交わり、平面 P 上にある直線 m と垂直である。しかし、直線 ℓ は平面 P に垂直ではない。したがって、ウは誤りである。

エは正しい。例えば、次の図のように、直線 ℓ が平面 P と点 A で交わり、平面 P 上にある直線 m が点 A を通らないとする。



この図では、直線 ℓ と直線 m は交わらず、また平行でもないので、ねじれの位置にある。したがって、エが正しい。

答え：エ

大問 2

1 (1)

$x = 4$ のとき、

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 = -8$$

である。グラフから最大値は 0、最小値は -8 なので、

答え： $-8 \leq y \leq 0$

1 (2)

点 A は $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上にあり、 $x = -2$ なので、

$$A(-2, -2)$$

である。

反比例の式を $y = \frac{a}{x}$ とすると、点 A を通るから、

$$-2 = \frac{a}{-2}$$

より、 $a = 4$ である。したがって、

$$y = \frac{4}{x}$$

となる。

点 B はこのグラフ上にあり、 $x = 1$ なので、

$$B(1, 4)$$

である。直線 AB の式を $y = mx + b$ とおくと、

$$m = \frac{4 - (-2)}{1 - (-2)} = 2$$

より、

$$y = 2x + 2$$

となる。点 P は x 軸上にあるので、 $y = 0$ を代入すると、

$$0 = 2x + 2$$

より、

$$x = -1$$

である。

答え： -1

2

まず、 $\angle ACB$ の二等分線を作図する。

次に、線分 AB の垂直二等分線を作図する。この 2 直線の交点を O とする。

点 O を中心として半径 OA の円を描き、この円と $\angle ACB$ の二等分線との交点を P とする。

答え：上の作図の通り

3 (1)

方程式の場合

大きい袋の枚数を x 枚とすると、小さい袋の枚数は $50 - x$ 枚である。問題文の条件より、

$$8x + 5(50 - x) + 67 = 10x + 6(50 - x - 2) + 5 \cdot 2$$

となる。

$$\text{答え：} 8x + 5(50 - x) + 67 = 10x + 6(48 - x) + 10$$

連立方程式の場合

大きい袋の枚数を x 枚、小さい袋の枚数を y 枚とすると、

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 8x + 5y + 67 = 10x + 6(y - 2) + 10 \end{cases}$$

となる。

$$\text{答え：} \begin{cases} x + y = 50 \\ 8x + 5y + 67 = 10x + 6(y - 2) + 10 \end{cases}$$

3 (2)

方程式を整理すると、

$$8x + 250 - 5x + 67 = 10x + 300 - 6x - 12 + 10$$

$$-x = -19$$

より、

$$x = 19$$

である。したがって、里芋の個数は

$$8 \cdot 19 + 5(50 - 19) + 67 = 152 + 155 + 67 = 374$$

答え：374 個

4

平均値は 2 人とも 5 m で同じであるから、平均値では差をつけられない。そこで、最頻値に着目する。

知也さんのヒストグラムでは、最も度数が大きい階級は

6 m 以上 7 m 未満

で、その度数は 6 回である。

一方、公太さんのヒストグラムでは、最も度数が大きい階級は

5 m 以上 6 m 未満

で、その度数は 5 回である。

したがって、最も多く記録した階級は、知也さんのほうが公太さんよりも大きい。このことから、本番では知也さんのほうが公太さんよりも遠くに飛ばすと予想したと考えられる。

答え：最頻値に着目すると、知也さんは 6 m 以上 7 m 未満の階級が 6 回で最も多く、公太さんは 5 m 以上 6 m 未満の階級が 5 回で最も多いから。

大問 3

1 (1)

グラフから、午前 10 時 8 分である。

答え：午前 10 時 8 分

1 (2)

$0 \leq x \leq 12$ では、グラフは原点と $(12, 6)$ を通る直線である。したがって、変化の割合は

$$\frac{6 - 0}{12 - 0} = \frac{1}{2}$$

なので、

$$y = \frac{1}{2}x$$

である。よって、

$$ア = \frac{1}{2}x$$

となる。

$12 \leq x \leq 18$ では、

$$y = 6$$

である。

次に、公園から空港までの道のりを求める。駅から空港までは 18 km、駅から公園までは 6 km なので、

$$18 - 6 = 12 \text{ km}$$

である。

公園から空港までは時速 40 km で進むから、かかる時間は

$$12 \div 40 = \frac{3}{10} \text{ 時間} = 18 \text{ 分}$$

である。したがって、空港に着くのは

$$18 + 18 = 36$$

分後であるから、

$$イ = 36$$

となる。

$18 \leq x \leq 36$ では、グラフは $(18, 6)$ と $(36, 18)$ を通る直線である。したがって、変化の割合は

$$\frac{18 - 6}{36 - 18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

である。よって、

$$y = \frac{2}{3}x + b$$

とおくと、点 $(18, 6)$ を通るから

$$6 = \frac{2}{3} \cdot 18 + b$$

$$6 = 12 + b$$

$$b = -6$$

となる。したがって、

$$y = \frac{2}{3}x - 6$$

である。よって、

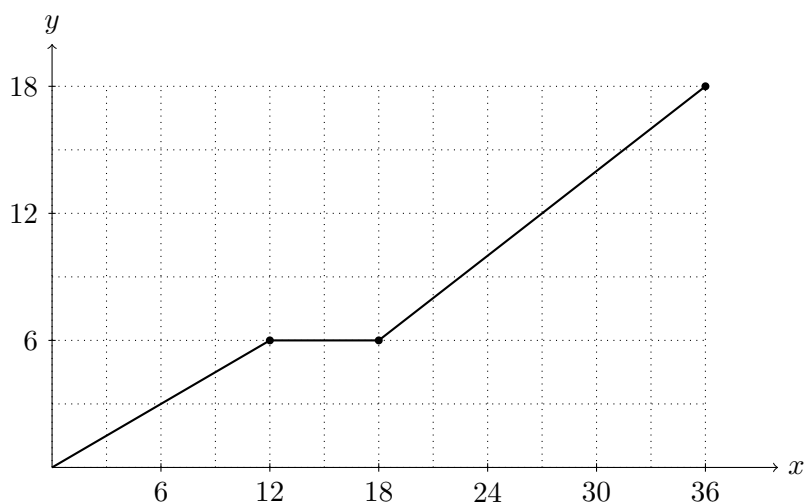
$$ウ = \frac{2}{3}x - 6$$

となる。

以上より、

$$ア = \frac{1}{2}x, \quad イ = 36, \quad ウ = \frac{2}{3}x - 6$$

であり、グラフは次の通りである。



答え：ア： $\frac{1}{2}x$ 、イ：36、ウ： $\frac{2}{3}x - 6$ 、グラフは上の通り

2

バスの速さが最も小さいのは、自動車が公園を出発したと同時にバスが追いつく場合である。このとき、バスは12分間で6 km進むので、

$$6 \div \frac{12}{60} = 30$$

より、時速 30 km である。

最も大きいのは、自動車が空港に着くと同時にバスが追いつく場合である。このとき、バスは30分間で18 km進むので、

$$18 \div \frac{30}{60} = 36$$

より、時速 36 km である。

答え：最小：時速 30 km、最大：時速 36 km

大問 4

1

$AB \parallel DE$ より錯角が等しいので、

$$\angle BGE = \angle OBC$$

である。問題図より、

$$\angle BGE = 40^\circ$$

だから、

$$\angle OBC = 40^\circ$$

である。

$\triangle OBC$ は $OB = OC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle OCB = 40^\circ$$

である。三角形の外角の定理より、

$$\angle AOC = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

答え： 80°

2

$\triangle OCH$ と $\triangle OEF$ において、共通な角より、

$$\angle COH = \angle EOF$$

である。

また、 $OC = OE$ は半円 O の半径である。

$\triangle OCB$ は二等辺三角形なので、

$$\angle OCH = \angle OBC$$

である。平行四辺形 $OBGD$ の対角は等しいので、

$$\angle OBC = \angle ODE$$

である。

さらに、 $\triangle ODE$ は $OD = OE$ の二等辺三角形なので、

$$\angle ODE = \angle OEF$$

である。したがって、

$$\angle OCH = \angle OEF$$

となる。

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle OCH \equiv \triangle OEF$$

である。

大問4の2より、

$$OH = OF, \quad \angle OCH = \angle OEF$$

であるから、

$$\angle FCG = \angle HEG$$

である。

また、 $\triangle OCB$ は二等辺三角形、 $DE \parallel AB$ 、対頂角の関係を用いると、

$$\angle CGF = \angle EGH$$

となる。したがって、 $\triangle CFG$ と $\triangle EHG$ は二等辺三角形で、

$$\angle CFG = \angle EHG$$

である。

さらに、

$$CF = OC - OF, \quad EH = OE - OH$$

であり、 $OC = OE$ 、 $OF = OH$ なので、

$$CF = EH$$

である。

よって、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle CFG \equiv \triangle EHG$$

となる。したがって、 $\triangle CFG$ の面積は $\triangle EHG$ の面積に等しい。

$\triangle EHG$ と $\triangle OHB$ は相似である。 $AB = 8$ cm より $OB = 4$ cm である。また、平行四辺形 $OBGD$ より $GD = 4$ cm、 $DE = 6$ cm なので、

$$GE = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$$

である。したがって、相似比は

$$GE : OB = 2 : 4 = 1 : 2$$

であり、

$$EH : OH = 1 : 2$$

となる。

点 O から DE に垂線を下ろし、その足を I とする。 $OD = OE$ より、 $\triangle ODE$ は二等辺三角形であるから、 I は DE の中点である。したがって、

$$EI = 3 \text{ cm}$$

である。また、 $OE = 4$ cm なので、

$$OI = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

である。

点 H から DE に垂線を下ろし、その足を J とする。 $\triangle EJH \sim \triangle EIO$ であり、

$$EH : EO = 1 : 3$$

だから、

$$JH : IO = 1 : 3$$

となる。したがって、

$$JH = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

である。

よって、

$$[\triangle EHG] = \frac{1}{2} \cdot GE \cdot JH = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

である。 $\triangle CFG \equiv \triangle EHG$ より、

$$\text{答え} : \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ cm}^2$$