

2022年度 秋田県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

$$-3 \times (-3) = 9$$

答え：9

(2)

$$a^3b^2 \div a^3b = \frac{a^3b^2}{a^3b} = b$$

答え： b

(3)

$$4\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 4 \times 5 = 20$$

答え：20

(4)

無理数とは、分数で表すことのできない数である。

$$\sqrt{2}, \pi$$

は無理数であり、 $\sqrt{9} = 3$, $\frac{5}{7}$, -0.6 は有理数である。

答え： $\sqrt{2}, \pi$

(5)

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 0.5x - y = 3 \end{cases}$$

第2式を2倍すると、

$$x - 2y = 6$$

となる。第1式の2倍と加えると、

$$3x = 21$$

だから,

$$x = 7$$

である。これを $x + y = 9$ に代入して,

$$7 + y = 9$$

$$y = 2$$

となる。

答え： $x = 7, y = 2$

(6)

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 2)(x + 1) = 0$$

だから,

$$x = -2, -1$$

答え： $x = -2, -1$

(7)

y は x に反比例するので,

$$y = \frac{a}{x}$$

とおく。 $x = 2, y = 4$ を代入すると,

$$4 = \frac{a}{2}$$

より,

$$a = 8$$

である。

答え： $y = \frac{8}{x}$

(8)

60 個のうち白い基石が 18 個なので、白い基石の割合は

$$\frac{18}{60}$$

である。したがって、500 個のときの白い基石の個数は,

$$500 \times \frac{18}{60} = 150$$

答え：150 個

(9)

$$25x^2 - y^2 = (5x + y)(5x - y)$$

である。 $x = 11$, $y = 54$ を代入すると,

$$(55 + 54)(55 - 54) = 109 \times 1 = 109$$

答え：109

(10)

148 を n で割ると 4 余り, 245 を n で割ると 5 余るから,

$$148 = an + 4, \quad 245 = bn + 5$$

と表せる。したがって,

$$144 = an, \quad 240 = bn$$

となり, n は 144 と 240 の公約数である。

144 と 240 の最大公約数は 48 なので, n は 48 の約数である。また, 余りが 5 であることから $n > 5$ である。したがって,

$$n = 6, 8, 12, 16, 24, 48$$

の 6 個である。

答え：6 個

(11)

問題図より,

$$18 : 12 = 15 : x$$

だから,

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

答え：10 cm

(12)

四角形の内角の和は 360° だから,

$$360^\circ - (41^\circ + 39^\circ + 35^\circ) = 245^\circ$$

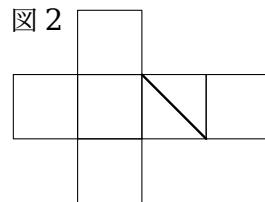
である。したがって、

$$x = 360^\circ - 245^\circ = 115^\circ$$

答え：115°

(13)

図 2 では、立方体の右側の面にあたる正方形の中に、頂点 B と G を結ぶ対角線をかけばよい。



答え：上の図の通り

(14)

円錐の底面の半径を 3 cm, 高さを x cm, 母線を y cm とする。

底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいから、

$$2\pi \cdot 3 = 2\pi y \cdot \frac{135}{360}$$

である。よって、

$$6\pi = \frac{3}{4}\pi y$$

$$y = 8$$

となる。

三平方の定理より、

$$x = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55}$$

である。したがって、円錐の体積は、

$$\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot \sqrt{55} = 3\sqrt{55}\pi$$

答え： $3\sqrt{55}\pi$ cm³

(15)

直方体を平面 $BDHF$ で切り、 HF と EG の交点を O 、 O の真上で MG と交わる点を N 、 DB との交点を P とする。

正方形 $ABCD$ の対角線より、

$$BD = 6\sqrt{2}$$

である。

また、 $\triangle GNO$ と $\triangle GME$ は、 $NO \parallel ME$ より相似である。点 O は GE の中点だから、相似比は

$$GO : GE = 1 : 2$$

である。したがって、

$$NO : ME = 1 : 2$$

であり、 $ME = 6$ より、

$$NO = 3$$

となる。

$PO = AE = 12$ だから、

$$PN = 12 - 3 = 9$$

である。よって、

$$[\triangle BDN] = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 9 = 27\sqrt{2}$$

となる。

四面体 $BDGM$ は、三角錐 $M - BDN$ と三角錐 $G - BDN$ に分けられる。2 つの三角錐の高さはいずれも $3\sqrt{2}$ cm なので、

$$\frac{1}{3} \cdot 27\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} + \frac{1}{3} \cdot 27\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 54 + 54 = 108$$

答え：108 cm³

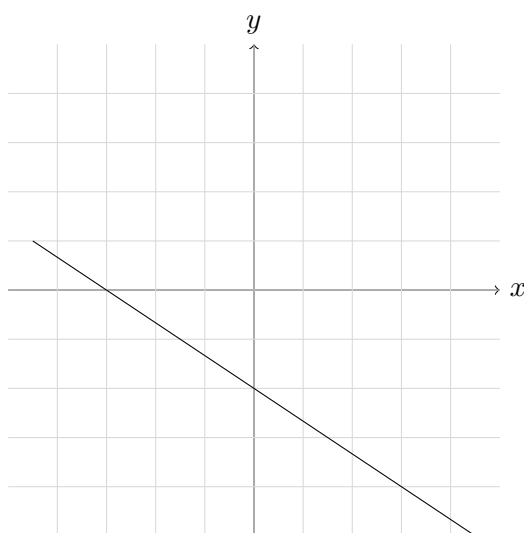
(1) ①

$$2x + 3y = -6$$

より,

$$y = -\frac{2}{3}x - 2$$

である。したがって、切片が -2 、傾きが $-\frac{2}{3}$ の直線にかく。



答え：上のグラフの通り

(1) ②

グラフは右上がりだから傾きは正であり、 y 軸との交点は原点より下にあるから切片は負である。

答え：イ

(2) ①

点 B は $y = x^2$ 上で $x = 2$ だから,

$$y = 2^2 = 4$$

である。点 C は $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上で $x = 2$ だから,

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 = -2$$

である。したがって,

$$BC = 4 - (-2) = 6$$

答え：6

(2) ②

点 B の x 座標を t とすると,

$$B(t, t^2)$$

である。点 C は点 B と x 座標が等しいので,

$$C\left(t, -\frac{1}{2}t^2\right)$$

である。

A から BC に垂線を下ろし, その足を M とする。二等辺三角形 ABC で $AB = AC$ だから,

$$BM = CM$$

である。M の座標は $(t, 3)$ なので,

$$t^2 - 3 = 3 + \frac{1}{2}t^2$$

$$\frac{1}{2}t^2 = 6$$

$$t^2 = 12$$

問題図より $t > 0$ だから,

$$t = 2\sqrt{3}$$

答え： $2\sqrt{3}$

(3)

点 D と点 E が折り目に対して対称になるので, 線分 DE の垂直二等分線を作図すればよい。

答え：線分 DE の垂直二等分線

(4)

0 秒から 4 秒まで, $AP = x$ cm とすると, 点 Q は点 P の 2 倍の速さで動くので,

$$BQ = 2x$$

である。四角形 $ABQP$ は台形だから,

$$y = \frac{(x + 2x) \cdot 4}{2} = 6x$$

となり, この範囲では直線のグラフになる。

また, 4 秒後には P は辺 AD の中点, Q は点 C にあり, 面積は

$$\frac{(4 + 8) \cdot 4}{2} = 24$$

である。これらを満たすグラフを選ぶ。

答え：エ

3

(1) ①

7 番目の図形では，三角形 A の個数は

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

であり，三角形 B の個数は

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

である。

答え：A：28 個，B：21 個

(1) ②

m 番目から $m + 1$ 番目の図形になるときに加える三角形 A の個数は

$$m + 1$$

個である。これが 16 個だから，

$$m + 1 = 16$$

$$m = 15$$

答え：15

(1) ③

右の図では，三角形 A は 1 段目に $(1 + m)$ 個，2 段目に $(2 + m - 1)$ 個ある。同様にして， m 段目にも $(m + 1)$ 個あるので，全部で

$$(m + 1) \times m = m(m + 1)$$

個ある。

したがって，図 3 の m 番目の図形にある三角形 A の個数はその半分で，

$$\frac{m(m + 1)}{2}$$

個である。

答え：ウ： $m(m + 1)$ ，エ： $\frac{m(m + 1)}{2}$

(2)

正六角形を 3 つの同じ部分に分けると、1 つの部分に含まれる三角形 A の個数は、

$$1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$$

となる。したがって、全体では、

$$3n^2$$

個である。

答え： $3n^2$ 個

(1) ①

カードは 4 枚で、偶数のカードは 2 枚だから、

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

答え： $\frac{1}{2}$

(1) ②

A では、同じカードを戻さずに 2 枚取り出す。1 回目、2 回目の順に並べると、取り出し方は

(1, 2), (1, 3), (1, 4),
(2, 1), (2, 3), (2, 4),
(3, 1), (3, 2), (3, 4),
(4, 1), (4, 2), (4, 3)

の 12 通りである。

このうち、和が 5 以上になるのは

(1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)

の 8 通りである。したがって、A で和が 5 以上になる確率は

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

である。

B では、1 回目に取り出したカードを戻してから 2 回目を取り出す。したがって、取り出し方は

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4),
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

の 16 通りである。

このうち、和が 5 以上になるのは

(1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

の 10 通りである。したがって、B で和が 5 以上になる確率は

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

である。

$$\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$$

だから、Aの方が起こりやすい。

答え：A

(2)

アについて、60 g 以上 62 g 未満の相対度数は、

$$P : \frac{1}{10}, \quad Q : \frac{2}{10}$$

だから、Qの方が大きい。よってアは誤りである。

イについて、58 g 以上の卵は、

$$P : 3\text{個}, \quad Q : 4\text{個}$$

だから、Qの方が多い。よってイは誤りである。

ウについて、Pの最頻値は57 g、Qの最頻値は55 g だから、Pの方が大きい。よってウは誤りである。

エについて、Pの中央値は57 g、Qの中央値は55 g だから、Pの中央値の方が大きい。よってエは正しい。

答え：エ

I (1)

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ において、仮定より、

$$\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$$

また、共通な角より、

$$\angle BAC = \angle CAD$$

である。したがって、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD$$

である。

I (2) ①

弧 AB に対する円周角は等しいので、

$$\angle ABE = \angle ACE$$

となる。

答え：ウ

I (2) ②

$\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ において、

$$\angle BAC = \angle BCD$$

また、

$$\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$$

だから、

$$\triangle ABC \sim \triangle CBD$$

である。

$\triangle ABC$ で三平方の定理より、

$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

である。したがって、相似比は

$$AB : CB = 10 : 6 = 5 : 3$$

であり、面積比は

$$[\triangle ABC] : [\triangle CBD] = 25 : 9$$

となる。

答え： $\frac{9}{25}$ 倍

II (1)

$\triangle ABC$ と $\triangle ADB$ において，共通な角より，

$$\angle CAB = \angle BAD$$

である。また， AB は円 O の直径だから，

$$\angle ACB = 90^\circ$$

である。さらに，円の接線は接点を通る半径に垂直だから，

$$\angle ABD = 90^\circ$$

である。したがって，

$$\angle ACB = \angle ABD$$

となる。よって，2 組の角がそれぞれ等しいので，

$$\triangle ABC \sim \triangle ADB$$

である。

II (2) ①

$$\angle CBD = x$$

とすると，

$$\angle ABC = 90^\circ - x$$

である。また，

$$\angle BAC = 90^\circ - x$$

だから，

$$\angle BAD = \angle CBD$$

となる。

答え：イ

II (2) ②

点 O から EB に垂線を下ろし，その足を F とする。また， OF の延長と DB との交点を G とする。

円 O の半径より，

$$OA = OB = 3$$

であるから,

$$AB = 6$$

である。

(1) より $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ だから,

$$AB : AD = AC : AB$$

$$6 : 8 = AC : 6$$

より,

$$AC = \frac{9}{2}$$

となる。したがって,

$$CD = AD - AC = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$$

である。

また, B, F, E は一直線上にあり, $\angle ACB = \angle OFB = 90^\circ$ だから,

$$AC \parallel OF$$

である。したがって,

$$\triangle ABC \sim \triangle OFB$$

となる。対応する辺の比より,

$$AB : OB = AC : OF = 2 : 1$$

だから,

$$OF = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$$

である。

同様に, CD と FG は対応する辺になるので,

$$FG = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{4}$$

となる。

次に, $\triangle EDC$ と $\triangle EOF$ において, 対応する角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle EDC \sim \triangle EOF$$

である。したがって,

$$CD : FO = DE : EO$$

$$\frac{7}{2} : \frac{9}{4} = DE : EO$$

より,

$$DE : EO = 14 : 9$$

である。

また,

$$OD = OE + ED$$

であるから,

$$OE : OD = 9 : (9 + 14) = 9 : 23$$

となる。

ここで, $\triangle OBD$ と $\triangle ABD$ は, 底辺 OB と AB が

$$OB : AB = 1 : 2$$

であり, 高さはどちらも点 D から直線 AB までの距離で等しい。したがって,

$$[\triangle OBD] = \frac{1}{2}[\triangle ABD]$$

である。

さらに, $\triangle OBE$ と $\triangle OBD$ は底辺をそれぞれ OE, OD とみると, 高さはどちらも点 B から直線 OD までの距離で等しい。したがって,

$$[\triangle OBE] : [\triangle OBD] = OE : OD = 9 : 23$$

である。よって,

$$[\triangle OBE] = \frac{9}{23}[\triangle OBD] = \frac{9}{23} \cdot \frac{1}{2}[\triangle ABD] = \frac{9}{46}[\triangle ABD]$$

となる。

答え: $\frac{9}{46}$ 倍