

2022年度

青森県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

(1)

ア. 与式を計算すると、

$$2$$

答え：2

イ. 与式を計算すると、

$$-\frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = -\frac{12}{100} = -\frac{3}{25}$$

答え： $-\frac{3}{25}$

ウ. 与式を計算すると、

$$\frac{1}{3}x - 2x + y + \frac{1}{2}y = -\frac{5}{3}x + \frac{3}{2}y$$

答え： $-\frac{5}{3}x + \frac{3}{2}y$

エ. 与式を計算すると、

$$-4b^2 \div (-2b) = 2b$$

答え： $2b$

オ. 与式を計算すると、

$$\sqrt{10} + 5 - 2 - \sqrt{10} = 3$$

答え：3

(2)

おうぎ形の面積は、

$$\text{半径} \times \text{半径} \times \pi \times \frac{\text{中心角}}{360^\circ}$$

で求められる。したがって、

$$9 \times 9 \times \pi \times \frac{60}{360} = \frac{27}{2}\pi$$

答え： $\frac{27}{2}\pi \text{ cm}^2$

(3)

それぞれの絶対値を比べる。

$$|2.7| = 2.7, \quad \left| -\frac{7}{3} \right| = \frac{7}{3} = 2.33\dots,$$

$$|-3| = 3, \quad |\sqrt{6}| = \sqrt{6} = 2.44\dots$$

したがって、絶対値が最も大きい数は

$$-3$$

である。

答え：-3

(4)

ドーナツを x 個、クッキーを y 個作ったとする。

小麦粉について、

$$26x + 8y = 380$$

バターについて、

$$1.5x + 4y = 75$$

である。

第2式を2倍すると、

$$3x + 8y = 150$$

となる。第1式からこの式を引くと、

$$23x = 230$$

より、

$$x = 10$$

である。これを $1.5x + 4y = 75$ に代入すると、

$$15 + 4y = 75$$

$$4y = 60$$

$$y = 15$$

となる。

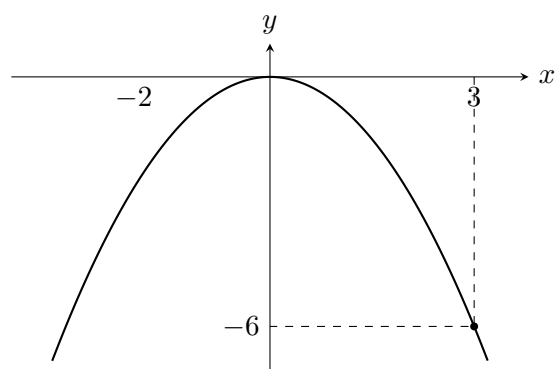
答え：ドーナツ 10 個、クッキー 15 個

(5)

y の変域が

$$-6 \leq y \leq 0$$

であることから、放物線 $y = ax^2$ は上に凸である。



グラフは点 $(3, -6)$ を通るので、

$$-6 = 9a$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

である。

$$\text{答え：} a = -\frac{2}{3}$$

(6)

AO 、 BO は円 O の半径なので、

$$AO = BO$$

である。したがって、三角形 AOB は二等辺三角形であり、

$$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$$

となる。

また、 $\angle BAC$ は $\angle BOC$ に対する円周角なので、

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$$

である。したがって、

$$x = 48^\circ - 20^\circ = 28^\circ$$

答え： 28°

(7)

ここでは、 $Q1$ ：第 1 四分位数、 $Q3$ ：第 3 四分位数とする。

データを小さい順に並べると、

$$2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 10$$

となる。

第 1 四分位数は下位 5 個の中央値なので、

$$Q1 = 4$$

第 3 四分位数は上位 5 個の中央値なので、

$$Q3 = 9$$

である。したがって、四分位範囲は

$$Q3 - Q1 = 9 - 4 = 5$$

答え：5

(8)

各選択肢を確認する。

ア： $0 < a < b$ ならば、

$$\sqrt{a} < \sqrt{b}$$

なので正しい。

イ：例えば $a = 2$, $b = 3$ のとき、

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

なので誤り。

ウ： $0 < a$ より、

$$\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$$

である。問題文の式とは一致しないので誤り。

エ： a の平方根は、

$$\sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

の2つである。したがって誤り。

答え：ア

大問 2

(1)

点 A における接線は、半径 OA に垂直である。

したがって、点 A を通り、直線 OA に垂直な直線を作図すればよい。

(2) ア

方程式

$$ax + 4b = 20$$

に $a = 2$, $b = 3$ を代入すると、

$$2x + 12 = 20$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

となる。したがって、

$$あ = 4$$

また、方程式を x について解くと、

$$ax = 20 - 4b$$

$$x = \frac{20 - 4b}{a}$$

である。したがって、

$$い = 20 - 4b$$

a は大きいさいころの出た目の数、 b は小さいさいころの出た目の数であり、 a は正の数である。したがって、 x が負の数になるのは

$$20 - 4b < 0$$

のときである。さいころの目でこれを満たすのは

$$b = 6$$

のときだけなので、

$$う = 6$$

である。

つまり、 x が負になるのは、小さいさいころの出た目の数が 6 のときであるから、

$$X = \text{小さい}$$

である。

さらに、 x が負の整数になるには、

$$x = \frac{-4}{a}$$

が整数になればよい。したがって、大きいさいころの出目の数 a が 4 の約数になるときを考えればよいので、

$$え = 4, \quad Y = \text{大きい}$$

である。

よって、 X, Y に入る語の組合せは

$$X = \text{小さい}, \quad Y = \text{大きい}$$

であり、番号は

③

である。

答え：あ：4、い： $20 - 4b$ 、う：6、え：4、 X, Y ：③

(2) イ

(2) アより、 x が負の整数になるのは

$$b = 6, \quad a = 1, 2, 4$$

のときである。したがって、当てはまる場合は 3 通りである。

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、起こりうる場合は全部で

$$6 \times 6 = 36$$

通りである。よって、求める確率は

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

である。

答え： $\frac{1}{12}$

大問 3

(1) ア

点 E, F はそれぞれ辺 AB, BC の中点なので、

$$EB = BF = 6 \text{ cm}$$

である。三角形 EBF で三平方の定理を用いると、

$$EF = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

答え： $6\sqrt{2} \text{ cm}$

(1) イ

問題図より、四角形 $EFGH$ の面積は正方形 $ABCD$ の面積の半分である。したがって、

$$\text{面積 } EFGH = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 \text{ cm}^2$$

正四角錐の体積は、

$$72 \times 12 \times \frac{1}{3} = 288 \text{ cm}^3$$

である。

立方体の体積は、

$$12^3 = 1728 \text{ cm}^3$$

なので、正四角錐を取り出した後の水の体積は、

$$1728 - 288 = 1440 \text{ cm}^3$$

である。

立方体の底面積は、

$$12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$$

だから、水面の高さは、

$$\frac{1440}{144} = 10 \text{ cm}$$

答え：10 cm

(2) ア

三角形 BFH と三角形 DEG において、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle FBH = \angle EDG$$

である。

また、問題図の折り返しの関係より、

$$\angle BHF = \angle DGE$$

となる。

さらに、

$$BH = BD - DH, \quad DG = DB - BG$$

であり、ひし形の性質と折り返しの関係から

$$DH = BG$$

なので、

$$BH = DG$$

である。

以上より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BFH \equiv \triangle DEG$$

(2) イ (ア)

四角形 $ABCD$ はひし形なので、

$$AB = AD$$

である。したがって、三角形 ABD は二等辺三角形である。

問題図より、

$$\angle BAD = 108^\circ$$

なので、

$$\angle BDA = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

である。

また、

$$\angle BGE = 108^\circ$$

だから、

$$\angle DGE = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

である。三角形 DGE の内角の和より、

$$\angle GED = 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ$$

答え：72°

(2) イ (イ)

(2) イ (ア) より、

$$\angle DGE = \angle GED = 72^\circ$$

なので、三角形 DEG は二等辺三角形である。したがって、

$$DG = DE = 4 \text{ cm}$$

である。

$AE = y \text{ cm}$ とおくと、折り返しの関係より、

$$GE = y$$

また、ひし形の1辺の長さは

$$y + 4$$

cm である。

ひし形 $ABCD$ の周の長さは、

$$4(y + 4) = 4y + 16$$

四角形 $ABGE$ の周の長さは、

$$(y + 4) + (y + 4) + y + y = 4y + 8$$

である。

したがって、その差は、

$$(4y + 16) - (4y + 8) = 8$$

答え：8 cm

大問 4

(1)

点 A は

$$y = \frac{16}{x}$$

のグラフ上にあり、 $x = -4$ なので、

$$y = \frac{16}{-4} = -4$$

答え：-4

(2)

まず、点 P の座標を求める。

点 P の y 座標は、点 B の y 座標と同じである。点 B は

$$y = \frac{16}{x}$$

のグラフ上にあり、 $x = 8$ なので、

$$y = \frac{16}{8} = 2$$

となる。点 P は y 軸上にあるので、

$$P(0, 2)$$

である。

直線②は、点 $A(-4, -4)$ と点 $B(8, 2)$ を通る。その傾きは、

$$\frac{2 - (-4)}{8 - (-4)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

である。

求める直線は直線②と平行で、点 $P(0, 2)$ を通るので、

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

答え： $y = \frac{1}{2}x + 2$

(3) ア

点 S は

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

のグラフ上にあり、 $x = t$ なので、

$$y = \frac{1}{4}t^2$$

である。

答え： $\frac{1}{4}t^2$

(3) イ

点 $P(0, 2)$ 、点 $Q(0, -2)$ より、

$$PQ = 4$$

である。

四角形 $PQRS$ が平行四辺形になるには、

$$PQ \parallel SR, \quad PQ = SR$$

となればよい。したがって、

$$SR = 4$$

となる t を求める。

点 S の y 座標は

$$\frac{1}{4}t^2$$

である。点 R は直線

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

上にあり、 $x = t$ なので、

$$y = \frac{1}{2}t - 2$$

である。

よって、

$$SR = \frac{1}{4}t^2 - \left(\frac{1}{2}t - 2\right)$$

である。これが 4 に等しいので、

$$\frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2}t + 2 = 4$$

両辺を 4 倍して、

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$(t + 2)(t - 4) = 0$$

したがって、

$$t = -2, 4$$

答え： $t = -2, 4$

大問 5

(1)

表の A 欄は、各月の日数から 28 を引いた数である。

また、B 欄は、1 月から前の月までの A の和である。したがって、

$$2 \text{ 月の } B = 3$$

$$3 \text{ 月の } B = 3 + 0 = 3$$

$$4 \text{ 月の } B = 3 + 0 + 3 = 6$$

$$5 \text{ 月の } B = 3 + 0 + 3 + 2 = 8$$

となるので、

$$あ = 8$$

である。

C 欄は、各月の最初の日の曜日が、水曜日からみて前にずれている日数を負の数、後ろにずれている日数を正の数として表したものである。

6 月の B 欄は

$$11$$

なので、6 月 1 日は水曜日から 11 日後の曜日である。11 日後は 4 日後と同じだから、6 月 1 日は日曜日である。日曜日は水曜日からみて 3 日前なので、

$$い = -3$$

である。

答え：あ：8、い：-3

(2)

5 月の C 欄は

$$+1$$

である。これは、5 月 1 日が水曜日から 1 日後の曜日であることを表す。したがって、5 月 1 日は

答え：木曜日

(3)

7 月の C 欄は

$$-1$$

である。これは、7 月 1 日が水曜日より 1 日前の曜日、つまり火曜日であることを表す。

したがって、7 月の最初の日曜日は

$$6 \text{ 日}$$

である。

答え：6 日

(4) ア

カレンダーでは、真上の数は7小さい。したがって、日にちを a とすると、そのすぐ真上にある数は

$$a - 7$$

である。

答え： $a - 7$

(4) イ

誕生日の日にちを a 日とする。問題文より、

$$a^2 + (a - 7)^2 = (a + 2)^2$$

である。

これを整理すると、

$$a^2 + a^2 - 14a + 49 = a^2 + 4a + 4$$

$$a^2 - 18a + 45 = 0$$

$$(a - 15)(a - 3) = 0$$

となる。したがって、

$$a = 15, 3$$

である。

問題文より、誕生日の日にちは8日より大きいので、

$$a = 15$$

となる。

次に月を求める。問題のカレンダーでは1日が月曜日なので、水曜日を基準にすると

$$-2$$

日である。

月の日数が30日で、C欄が-2となる月を表から調べると、9月だけが当てはまる。12月もC欄は-2であるが、日数が31日なので条件に合わない。

したがって、数学の先生の誕生日は

答え：9月15日