

2022 年度

茨城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

①

$$4 - (-9) = 4 + 9 = 13$$

答え：13

②

$$\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

答え： $\sqrt{2}$

③

$$6a^3b \div 3 \times \frac{b}{2a} = \frac{6a^3b \cdot b}{3 \cdot 2a} = a^2b^2$$

答え： a^2b^2

④

$$\begin{aligned} \frac{x+6y}{3} + \frac{3x-4y}{2} &= \frac{2(x+6y) + 3(3x-4y)}{6} \\ &= \frac{2x+12y+9x-12y}{6} \\ &= \frac{11}{6}x \end{aligned}$$

答え： $\frac{11}{6}x$

(2)

$$(x+3)(x-7) + 21 = 0$$

を整理すると、

$$x^2 - 4x - 21 + 21 = 0$$

より、

$$x^2 - 4x = 0$$

である。左辺を x でくくると、

$$x(x-4) = 0$$

となる。

答え： $x = 0, 4$

2

(1)

連立方程式に $x = -6$, $y = 1$ を代入すると、

$$\begin{cases} -6a + b = -11 \\ -a - 6b = -8 \end{cases}$$

となる。

上の式を 6 倍し、下の式を加えると、

$$-36a + 6b - a - 6b = -66 - 8$$

より、

$$-37a = -74$$

なので、

$$a = 2$$

である。

これを $-a - 6b = -8$ に代入すると、

$$-2 - 6b = -8$$

より、

$$b = 1$$

となる。

答え： $a = 2$, $b = 1$

(2)

1 回目に引いたカードをもとに戻すので、1 回目、2 回目ともに 6 通りずつある。したがって、全部で

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

である。

関数

$$y = \frac{6}{x}$$

のグラフ上に点 (a, b) があるためには、

$$ab = 6$$

となればよい。

条件を満たす組は、

$$(-3, -2), (-2, -3), (2, 3), (3, 2)$$

の 4 通りである。

したがって、求める確率は

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

となる。

答え： $\frac{1}{9}$

(3)

ワイシャツ 1 着の定価を x 円とする。

3 枚の割引券を使うので、3 着は定価の 3 割引き、残りの 2 着は定価で買う。したがって、

$$\left(1 - \frac{3}{10}\right)x \times 3 + x \times 2 = 8200$$

である。

整理すると、

$$\frac{21}{10}x + 2x = 8200$$

より、

$$21x + 20x = 82000$$

となる。したがって、

$$41x = 82000, \quad x = 2000$$

である。

答え：2000 円

(4)

点 A は $y = -x^2$ 上にあり、 $x = -1$ なので、

$$y = -(-1)^2 = -1$$

より、

$$A(-1, -1)$$

である。

同様に、点 B は $x = 2$ なので、

$$y = -2^2 = -4$$

より、

$$B(2, -4)$$

である。

直線 AB を

$$y = ax + b$$

とおくと、

$$-1 = -a + b, \quad -4 = 2a + b$$

である。2 式の差より、

$$-3 = 3a$$

なので、

$$a = -1$$

である。これを $-1 = -a + b$ に代入すると、

$$b = -2$$

となる。

したがって、直線 AB と y 軸との交点を C とすると、

$$C(0, -2)$$

であり、

$$OC = 2$$

である。

三角形 OAB を三角形 OAC と三角形 OCB に分けると、

$$\begin{aligned}\triangle OAB &= \frac{1}{2} \times OC \times 1 + \frac{1}{2} \times OC \times 2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \\ &= 3\end{aligned}$$

となる。

答え： 3cm^2

3

(1)

三角形 DPC と三角形 AQD において、仮定より、

$$\angle PDC = \angle QAD$$

である。

四角形 $ABCD$ は正方形だから、

$$DC = AD$$

であり、

$$\angle DCP = \angle ADQ = 90^\circ$$

である。

したがって、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DPC \equiv \triangle AQD$$

となる。

また、三角形 DPC と三角形 DQR において、合同な図形の対応する角は等しいので、

$$\angle DPC = \angle DQR$$

である。

さらに、共通な角より、

$$\angle PDC = \angle QDR$$

である。

よって、2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DPC \sim \triangle DQR$$

となる。

答え： a ：ア、 b ：ウ、 c ：エ

(2)

点 B と点 E を結ぶ。

A, E, C は、点 B を中心とする円周上にあるので、

$$AB = BE = BC$$

である。したがって、三角形 ABE と三角形 EBC は二等辺三角形である。

三角形 ABE の底角を α 、三角形 EBC の底角を β とする。正方形の角より、

$$2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 360^\circ$$

であるから、

$$\alpha + \beta = 135^\circ$$

となる。

一方、

$$\angle AEC = \alpha + \beta$$

なので、

$$\angle AEC = 135^\circ$$

である。

答え： 135°

(3)

点 F から BC に垂線を下ろし、その足を H とする。

$FH \parallel DC$ より、

$$\triangle PFH \sim \triangle PDC$$

である。

正方形の 1 辺は 10 cm で、点 P は BC の中点だから、

$$PC = 5 \text{ cm}, \quad CD = 10 \text{ cm}$$

である。したがって、相似比は

$$PH : HF = PC : CD = 1 : 2$$

となる。

$PH = t$ cm とすると、

$$HF = 2t \text{ cm}$$

である。

点 F は点 B を中心とする半径 10 cm の円周上にあるから、

$$BF = 10 \text{ cm}$$

である。また、

$$BH = BP + PH = 5 + t$$

である。

直角三角形 BFH において三平方の定理より、

$$(5 + t)^2 + (2t)^2 = 10^2$$

である。整理すると、

$$5t^2 + 10t - 75 = 0$$

より、

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

となる。したがって、

$$(t + 5)(t - 3) = 0$$

であり、 $t > 0$ だから、

$$t = 3$$

である。

直角三角形 PDC において、

$$PD = \sqrt{PC^2 + CD^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

である。

相似比より、

$$PF : PD = PH : PC = 3 : 5$$

だから、

$$PF = \frac{3}{5} \times 5\sqrt{5} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

となる。

答え： $3\sqrt{5}$ cm

4

(1) ①

グラフより、バス P が地点 A から地点 B まで進むのに 9 分かかる。

バス P は、午前 10 時に出発してから

$$9 + 9 + 9 = 27 \text{分}$$

後に 2 回目の地点 B へ到着する。

答え：午前 10 時 27 分

(1) ②

(1) ①より、バス P が 2 回目に地点 B へ到着するのは午前 10 時 27 分である。

問題文より、バス Q は地点 B に到着した後 7 分間停車し、その後、バス P と同時に地点 B を出発する。したがって、バス Q が地点 B へ到着した時刻は、

$$27 - 7 = 20$$

より、午前 10 時 20 分である。

バス Q は午前 10 時に地点 A を出発しているので、地点 A から地点 B までにかかった時間は

$$20 \text{分}$$

である。

地点 A と地点 B の距離は 2700 m だから、速さは

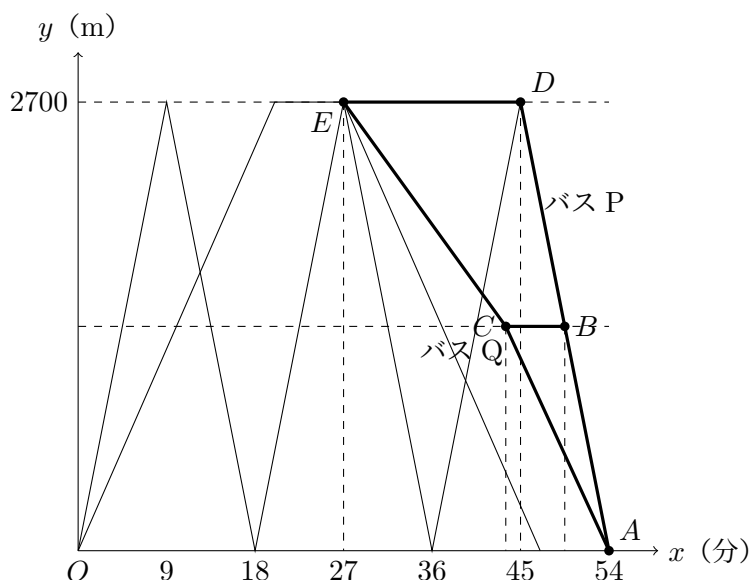
$$2700 \div 20 = 135$$

となる。

答え：分速 135 m

(2)

グラフのうち、午前 10 時 27 分から午前 10 時 54 分までの部分に注目する。点 E はバス P が 2 回目に地点 B へ到着した時刻、点 D は次に地点 B へ到着した時刻、点 A は地点 A へ戻った時刻を表す。また、点 B はバス P が地点 C を通過した時刻、点 C はバス Q が地点 C を通過した時刻を表す。



点 C と点 B は、2 台のバスが同じ地点 C を通過したときを表すので、グラフ上で同じ高さにある。また、通過時刻の差は 8 分である。

図中の直線でできる三角形に注目すると、平行な横線によってできる対応する角が等しいため、三角形は相似である。グラフから対応する時間の比を整理すると、

$$\text{地点 A から地点 C までの距離} : 2700 = 5 : 9$$

となる。

地点 A から地点 C までの距離を x m とすると、

$$x : 2700 = 5 : 9$$

より、

$$x = 2700 \times \frac{5}{9} = 1500$$

である。

答え：1500 m

5

(1) ①

図 1 の度数分布より、20 人が借りた本の総数は

$$0 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 1 + 4 \times 2 + 5 \times 4 + 6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 1 = 96$$

冊である。

したがって、平均値は

$$96 \div 20 = 4.8$$

冊となる。

答え：4.8 冊

(1) ②

データを小さい順に並べると、

$$0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9$$

である。

最小値は 0、最大値は 9 である。

中央値は 10 番目と 11 番目の平均なので、

$$5$$

である。

第 1 四分位数は下位 10 個の中央値だから、

$$\frac{3 + 4}{2} = 3.5$$

である。

第 3 四分位数は上位 10 個の中央値だから、

$$\frac{6 + 7}{2} = 6.5$$

である。

これらを表す箱ひげ図を選ぶ。

答え：イ

(2)

① B 組の四分位範囲は

$$6.5 - 3.5 = 3$$

であり、C 組の四分位範囲は

$$7 - 3 = 4$$

である。したがって、B 組の方が大きいとはいえない。

答え：①：イ

② B 組と C 組の中央値は、どちらも 5 である。

答え：②：ア

③ B 組の第 1 四分位数は 3.5、C 組の第 1 四分位数は 3 である。

B 組は 20 人なので、第 1 四分位数は小さい方から 5 番目と 6 番目の値の平均である。この平均が 3.5 で、データは整数だから、5 番目の値は 3 以下である。したがって、B 組には 3 冊以下の生徒が少なくとも 5 人いる。

C 組は第 1 四分位数が 3 なので、同様に 3 冊以下の生徒が少なくとも 5 人いる。

答え：③：ア

④ 箱ひげ図から平均値を読み取ることはできない。

答え：④：ウ

6

(1)

円すいの底面の半径は 2 cm、高さは $4\sqrt{2}$ cm である。

したがって、体積は

$$\frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$$

である。

答え： $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$

(2)

円すいの側面を展開すると、半径 6 cm のおうぎ形になる。

底面の円周は

$$2\pi \times 2 = 4\pi \text{ cm}$$

であり、これはおうぎ形の弧の長さに等しい。おうぎ形の中心角を θ° とすると、

$$2\pi \times 6 \times \frac{\theta}{360} = 4\pi$$

である。したがって、

$$\theta = 120^\circ$$

となる。

よって、側面のおうぎ形の面積は

$$\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi \text{ cm}^2$$

である。

また、底面積は

$$\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

である。

したがって、表面積は

$$12\pi + 4\pi = 16\pi \text{ cm}^2$$

となる。

答え： $16\pi \text{ cm}^2$

(3)

円すいの側面を展開して考える。母線は 6 cm、底面の円周は

$$2\pi \times 2 = 4\pi \text{ cm}$$

である。

展開図のおうぎ形の中心角を θ° とすると、おうぎ形の弧の長さは底面の円周に等しいので、

$$2\pi \times 6 \times \frac{\theta}{360} = 4\pi$$

となる。これを解くと、

$$\theta = 120^\circ$$

である。

展開図では、切り開いた母線の両端に点 B が現れるので、一方を B 、もう一方を B' とする。また、弧 BB' の中点を A とする。したがって、線分 OA は $\angle BOB'$ の二等分線であり、

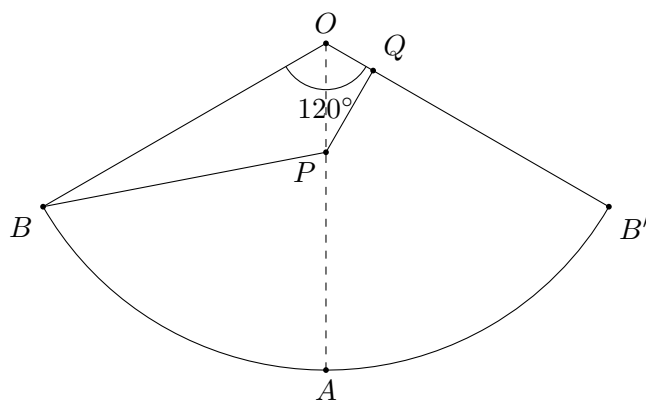
$$\angle BOA = \angle AOB' = 60^\circ$$

である。

点 P は線分 OA 上にあり、

$$OP = 2 \text{ cm}$$

である。次の図は点の位置関係を表したもので、点 P は線分 OA 上、点 Q は線分 OB' 上にある。ひもは点 B から点 P を通り、点 Q まで伸びている。

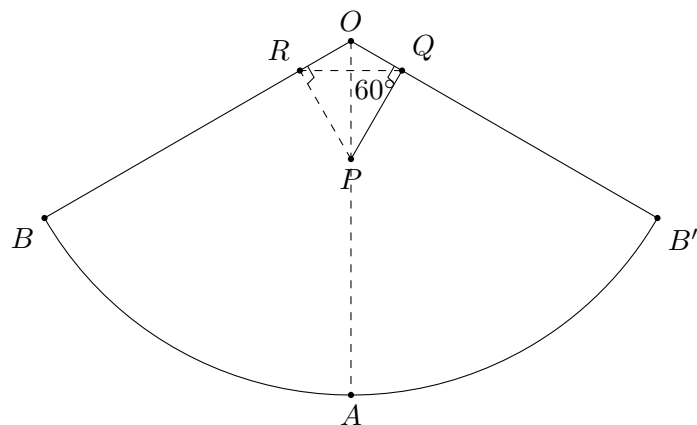


ひもの長さは

$$BP + PQ$$

である。点 B と点 P は固定されているので、 BP の長さは一定である。したがって、ひもの長さを最も短くするには、 PQ を最も短くすればよい。

点 Q は線分 OB' 上を動く。点 P から直線 OB' までの距離が最も短くなるのは、 PQ が OB' に垂直になるときである。そこで、点 P から OB' に垂線を下ろし、その足を Q とする。



線分 OA は $\angle BOB'$ の二等分線だから、

$$\angle POQ = 60^\circ$$

である。また、

$$PQ \perp OB'$$

なので、

$$\angle OQP = 90^\circ$$

である。したがって、

$$\angle OPQ = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

となる。

よって、三角形 OPQ は 30° 、 60° 、 90° の直角三角形である。その辺の比は

$$OQ : OP : PQ = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

であり、 $OP = 2$ cm だから、

$$OQ = 1 \text{ cm}, \quad PQ = \sqrt{3} \text{ cm}$$

となる。

次に、点 Q を線分 OA について対称移動した点を R とする。線分 OA は $\angle BOB'$ の二等分線なので、点 R は線分 OB 上にあり、

$$OR = OQ = 1 \text{ cm}, \quad RP = PQ = \sqrt{3} \text{ cm}$$

である。

また、 $PQ \perp OB'$ であるから、対称移動後も

$$RP \perp OB$$

となる。母線 $OB = 6$ cm なので、

$$BR = OB - OR = 6 - 1 = 5 \text{ cm}$$

である。

直角三角形 BRP において、三平方の定理より、

$$\begin{aligned}BP &= \sqrt{BR^2 + RP^2} \\&= \sqrt{5^2 + (\sqrt{3})^2} \\&= \sqrt{28} \\&= 2\sqrt{7} \text{ cm}\end{aligned}$$

となる。

したがって、ひもの長さの最小値は

$$BP + PQ = 2\sqrt{7} + \sqrt{3}$$

である。

答え： $2\sqrt{7} + \sqrt{3}$ cm