

2022年度 宮城県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

第一問

1

与式を計算すると、

$$-11$$

答え：-11

2

$$6 + 4 = 10$$

答え：10

3

$$\frac{3xy^2}{15xy} = \frac{1}{5}y$$

答え： $\frac{1}{5}y$

4

$$(a + 4b) - (2a - b) = a + 4b - 2a + b = -a + 5b$$

$a = -1$, $b = \frac{3}{5}$ を代入すると、

$$-(-1) + 5 \times \frac{3}{5} = 1 + 3 = 4$$

答え：4

5

$$\sqrt{18} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

答え： $2\sqrt{2}$

6

$$x^2 - x - 12 = 0$$

を因数分解すると、

$$(x + 3)(x - 4) = 0$$

よって、

$$x = -3, 4$$

答え： $x = -3, 4$

7

反比例の式を

$$y = \frac{a}{x}$$

とおく。 $x = -5, y = 2$ を代入すると、

$$2 = \frac{a}{-5}$$

より、 $a = -10$ 。

したがって、

$$y = -\frac{10}{x}$$

である。これに $x = 3$ を代入すると、

$$y = -\frac{10}{3}$$

答え： $-\frac{10}{3}$

8

問題図の四角形 ABCD の内角の和は 360° である。

求める角以外の 3 つの角の和は、

$$43^\circ + 32^\circ + 28^\circ = 103^\circ$$

である。問題図のくぼんだ頂点の内角は、

$$360^\circ - (43^\circ + 32^\circ + 28^\circ) = 257^\circ$$

である。したがって、求める角は、

$$360^\circ - 257^\circ = 103^\circ$$

答え： 103°

第二問

1

(1)

点 B は $y = -x^2$ 上にあり、 $x = 2$ なので、

$$y = -2^2 = -4$$

したがって、

$$B(2, -4)$$

である。

点 C は同じ放物線上にあり、 y 座標が点 B と等しい。放物線は y 軸について対称なので、

$$C(-2, -4)$$

答え： $(-2, -4)$

(2)

点 A は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり、 $x = 2$ なので、

$$y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$$

したがって、

$$A(2, 2)$$

である。

点 $A(2, 2)$ 、点 $C(-2, -4)$ を通る直線を

$$y = ax + b$$

とおくと、

$$\begin{cases} 2 = 2a + b \\ -4 = -2a + b \end{cases}$$

となる。2 式を引くと、

$$6 = 4a$$

より、

$$a = \frac{3}{2}$$

である。これを $2 = 2a + b$ に代入すると、

$$2 = 3 + b$$

より、 $b = -1$ 。

したがって、求める直線は、

$$y = \frac{3}{2}x - 1$$

答え： $y = \frac{3}{2}x - 1$

2

(1)

円錐の体積は、

$$\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$$

である。半径が 3 cm、高さが 4 cm なので、

$$\frac{1}{3} \times 3^2 \pi \times 4 = 12\pi$$

答え： $12\pi \text{ cm}^3$

(2)

円錐 P と全体の円錐の相似比は、

$$3 : 5$$

である。

相似な立体の体積比は相似比の 3 乗なので、

$$\text{円錐 } P : \text{全体の円錐} = 3^3 : 5^3 = 27 : 125$$

となる。

立体 Q は全体の円錐から円錐 P を除いた部分なので、

$$125 - 27 = 98$$

したがって、

$$\text{円錐 } P : \text{立体 } Q = 27 : 98$$

答え：27 : 98

3

(1)

1 年生全体の人数を x 人とする、カレーライスと回答した人数は全体の 30% なので、

$$\frac{30}{100}x = \frac{3}{10}x$$

答え： $\frac{3}{10}x$ 人

(2)

1 年生全体の人数を x 人、2 年生全体の人数を y 人とする。

全体で 155 人なので、

$$x + y = 155 \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

カレーライスと回答した人数は、1 年生が $\frac{3}{10}x$ 人、2 年生が 24% なので $\frac{6}{25}y$ 人であり、合わせて 42 人だから、

$$\frac{3}{10}x + \frac{6}{25}y = 42 \quad \dots \textcircled{2}$$

である。

②の両辺に 50 をかけると、

$$15x + 12y = 2100$$

両辺を 3 で割って、

$$5x + 4y = 700 \quad \dots \textcircled{3}$$

①を 4 倍すると、

$$4x + 4y = 620$$

③からこの式を引くと、

$$x = 80$$

よって、

$$y = 155 - 80 = 75$$

2 年生のうち、から揚げと回答したのは 36% なので、

$$75 \times \frac{36}{100} = 27$$

答え：27 人

4

(1)

A 中学校は 100 人なので、中央値は小さい順に並べたときの 50 番目と 51 番目の平均である。

ヒストグラムより、50 番目と 51 番目はいずれも

20 m 以上 25 m 未満

の階級に入る。

答え：20 m 以上 25 m 未満

(2)

ア：A 中学校、B 中学校ともに、中央値の階級は 20 m 以上 25 m 未満なので正しい。

イ：A 中学校の最大値は 30 m 以上 35 m 未満、B 中学校の最大値は 35 m 以上 40 m 未満なので、B 中学校の方が大きい。したがって誤り。

ウ：A 中学校の最頻値は、

$$\frac{15 + 20}{2} = 17.5$$

B 中学校の最頻値は、

$$\frac{20 + 25}{2} = 22.5$$

なので、B 中学校の方が大きい。したがって誤り。

エ：25 m 以上 30 m 未満の相対度数は、

$$\text{A 中学校} : \frac{20}{100} = 0.20$$

$$\text{B 中学校} : \frac{6}{50} = 0.12$$

なので、A 中学校の方が大きい。したがって正しい。

オ：15 m 以上 20 m 未満までの累積相対度数は、

$$\text{A 中学校} : 0.03 + 0.17 + 0.26 = 0.46$$

$$\text{B 中学校} : 0.02 + 0.16 + 0.30 = 0.48$$

なので、B 中学校の方が大きい。したがって誤り。

答え：ア、エ

第三問

1

(1)

箱 A から球を取り出す方法は 3 通り、箱 B から球を取り出す方法は 4 通りである。

したがって、取り出し方は全部で、

$$3 \times 4 = 12$$

通りである。

答え：12 通り

(2)

2 行目で星形のシールをそろえるには、中央の数「4」が出ればよいので 1 通りである。

3 列目で星形のシールをそろえるには、「3」と「7」が出ればよいので 2 通りである。

1 列目で星形のシールをそろえるには、「1」と「5」が出ればよいので 2 通りである。

したがって、景品がもらえる取り出し方は、

$$1 + 2 + 2 = 5$$

通りである。全体は 12 通りなので、求める確率は、

$$\frac{5}{12}$$

答え： $\frac{5}{12}$

2

(1)

設定 A では、1 時間に 300 Wh の電力量を使う。

10 分は $\frac{1}{6}$ 時間なので、

$$300 \times \frac{1}{6} = 50$$

答え：50 Wh

(2) ア

17 時から 18 時 30 分までは設定 A なので、1 時間 30 分で使う電力量は、

$$300 \times 1.5 = 450 \text{ Wh}$$

である。

18 時 30 分から 20 時までは設定 B で、1 時間に 100 Wh を使うので、1 時間 30 分で、

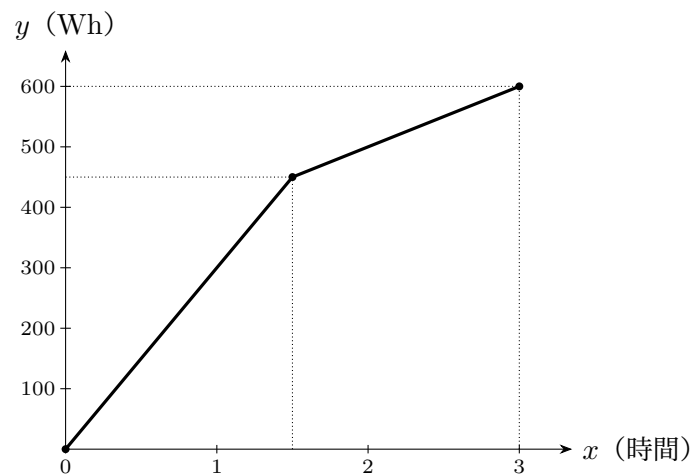
$$100 \times 1.5 = 150 \text{ Wh}$$

を使う。

したがって、17 時を $x = 0$ とした座標平面上で、

$$(0, 0), \quad (1.5, 450), \quad (3, 600)$$

を順に直線で結ぶ。



答え：上のグラフの通り

(2) イ

比較するもう一方のグラフについて、17 時 30 分から 18 時までは設定 B なので、18 時の時点での電力量は、

$$100 \times 0.5 = 50 \text{ Wh}$$

である。

1 本目の直線は、 $(1.5, 450)$ 、 $(3, 600)$ を通るので、

$$y = 100x + 300 \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

もう 1 本の直線は、 $(1, 50)$ 、 $(2, 350)$ を通るので、

$$y = 300x - 250 \quad \dots \textcircled{2}$$

である。

①、②の交点では、

$$100x + 300 = 300x - 250$$

$$200x = 550$$

$$x = 2.75$$

となる。

0.75 時間は 45 分なので、17 時から 2 時間 45 分後は、

19時45分

である。

答え：19 時 45 分

第四問

1

線分 AB は円の直径であり、点 C は円周上にあるので、

$$\angle ACB = 90^\circ$$

である。

したがって、 $\triangle ABC$ は直角三角形である。 $AB = 6$ cm、 $AC = 4$ cm なので、三平方の定理より、

$$BC = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

答え： $2\sqrt{5}$ cm

2

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において、仮定より、

$$\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$$

また、共通な角なので、

$$\angle CAB = \angle EAD$$

である。

したがって、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

(証明終わり)

3

問題図より、

$$AC = AD = 4 \text{ cm}, \quad AB = 6 \text{ cm}$$

である。

$\triangle ABC$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

である。

$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ は、高さが等しいので、面積比は底辺の比に等しい。したがって、

$$\triangle ADC = \triangle ABC \times \frac{AD}{AB} = 4\sqrt{5} \times \frac{4}{6} = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^2$$

第四問 2 より、

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

であり、相似比は、

$$AD : AB = 2 : 3$$

である。よって、

$$AE : AC = 2 : 3$$

したがって、

$$AE : EC = 2 : 1$$

である。

$\triangle ADC$ と $\triangle CED$ は、底辺をそれぞれ AC, CE とすると高さが等しいので、

$$\triangle CED = \triangle ADC \times \frac{CE}{AC} = \frac{8\sqrt{5}}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8\sqrt{5}}{9}$$

$$\text{答え} : \frac{8\sqrt{5}}{9} \text{ cm}^2$$

4

第四問 2 より、

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

で、相似比は $3 : 2$ である。第四問 1 より $BC = 2\sqrt{5}$ なので、

$$ED = 2\sqrt{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

次に、 $\triangle CDE$ は $\angle DEC = 90^\circ$ の直角三角形である。また、

$$AC : EC = 3 : 1$$

で、 $AC = 4$ より、

$$EC = \frac{4}{3}$$

三平方の定理より、

$$CD = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$\triangle ACD$ と $\triangle FBD$ において、同じ弧に対する円周角が等しいことから、

$$\angle ACD = \angle FBD, \quad \angle DAC = \angle DFB$$

よって、

$$\triangle ACD \sim \triangle FBD$$

である。

対応する辺の比より、

$$CD : BD = AD : FD$$

ここで $BD = AB - AD = 2$ なので、

$$\frac{4\sqrt{6}}{3} : 2 = 4 : FD$$

したがって、

$$FD = \sqrt{6}$$

また、 $\triangle FDG$ と $\triangle FCB$ において、 $EG \parallel CB$ より 2 組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle FDG \sim \triangle FCB$$

である。

$$FC = FD + DC = \sqrt{6} + \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{7\sqrt{6}}{3}$$

対応する辺の比より、

$$DG : CB = FD : FC$$

なので、

$$DG : 2\sqrt{5} = \sqrt{6} : \frac{7\sqrt{6}}{3}$$

よって、

$$DG = \frac{6\sqrt{5}}{7}$$

したがって、

$$ED : DG = \frac{4\sqrt{5}}{3} : \frac{6\sqrt{5}}{7} = 28 : 18 = 14 : 9$$

答え：14 : 9