

2022年度

栃木県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1 大問 1

1

$$14 \div (-7) = -2$$

答え：-2

2

$$\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}a = \frac{8}{12}a + \frac{3}{12}a = \frac{11}{12}a$$

答え： $\frac{11}{12}a$

3

$$(x+5)(x+4) = x^2 + 9x + 20$$

答え： $x^2 + 9x + 20$

4

解の公式より、

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}.$$

答え： $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

5

$y = \frac{12}{x}$ で、 $3 \leq x \leq 6$ では x が大きくなるほど y は小さくなる。 $x = 3$ で $y = 4$ 、 $x = 6$ で $y = 2$ 。

答え： $2 \leq y \leq 4$

6

弧の長さは

$$2 \times 9 \times \pi \times \frac{60}{360} = 3\pi.$$

答え： 3π cm

7

弧 BC に対する中心角は、円周角 29° の 2 倍なので 58° 。また、 $OB = OC$ より $\triangle OBC$ は二等辺三角形である。

$$58 + x + x = 180$$

より $x = 61$ 。

答え： 61°

8

与えられた条件だけでは三角形の合同条件にならないのは、 $AB = DE$, $\angle C = \angle F$ である。

答え：ウ

2 大問 2

1

$\sqrt{10-n}$ が正の整数になるには、 $10-n$ が正の平方数であればよい。 $10-n=1, 4, 9$ より、

$$n=9, 6, 1.$$

答え： $n=1, 6, 9$

2

大人 1 人の割引前の運賃を x 円、子ども 1 人の割引前の運賃を y 円とする。

$$2x + 5y = 3800 \quad \dots \textcircled{1}$$

団体割引では全員が 2 割引なので、

$$0.8(5x + 10y) = 6800$$

$$x + 2y = 1700 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2$ より $y = 400$ 。 $\textcircled{2}$ に代入して $x = 900$ 。

答え：大人 900 円、子ども 400 円

3

方程式に $x = 3$ を代入すると、

$$9 - 24 + 2a + 1 = 0$$

より $a = 7$ 。したがって、

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 3)(x - 5) = 0.$$

もう 1 つの解は 5。

答え： $a = 7$ 、もう 1 つの解は 5

3 大問 3

1

大小 2 個のさいころの出方は $6 \times 6 = 36$ 通り。積が 25 以上となるのは、

$$(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)$$

の 4 通り。

$$\text{答え：}\frac{1}{9}$$

2

取り出した 50 個のうち赤色が 15 個なので、赤色の割合は $\frac{15}{50}$ 。したがって、800 個中の赤色の個数は

$$800 \times \frac{15}{50} = 240.$$

答え：約 240 個

3 (1)

データを小さい順に並べると

$$1, 3, 4, 5, 6, 6, 8, 11, 13, 13, 15, 21.$$

データは 12 個あるので、第 2 四分位数（中央値）は中央にある 6 番目と 7 番目の値の平均である。

$$\frac{6 + 8}{2} = 7$$

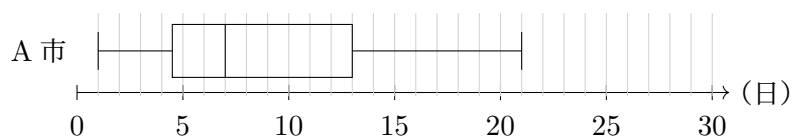
下位 6 個 1, 3, 4, 5, 6, 6 の中央値より、第 1 四分位数は

$$\frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

である。また、上位 6 個 8, 11, 13, 13, 15, 21 の中央値より、第 3 四分位数は

$$\frac{13 + 13}{2} = 13$$

である。最小値は 1、最大値は 21 なので、箱ひげ図は次のようになる。



答え：第 1 四分位数 4.5 日、第 2 四分位数 7 日。箱ひげ図は上の図の通り

3 (2)

B 市の範囲は $18 - 4 = 14$ 日、四分位範囲は $12.5 - 6.5 = 6$ 日。C 市の範囲は $20 - 3 = 17$ 日、四分位範囲は $13 - 5 = 8$ 日。どちらも C 市の方が大きい。

答え：C 市。範囲も四分位範囲も C 市の方が大きいから。

4 大問 4

1

線分 AB の垂直二等分線を作図する。直線 ℓ との交点を P とすると、 P は ℓ 上にあり、垂直二等分線上の点なので $PA = PB$ である。

答え：線分 AB の垂直二等分線と直線 ℓ との交点 P

2 (1)

底面の直角三角形において $DE = 4$ 、 $EF = 2$ なので、対応する上面でも $AB = 4$ 、高さ $AG = 2$ 。三平方の定理より、

$$BG = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

答え： $2\sqrt{5}$ cm

2 (2)

平面 BCG で切ったとき、頂点 D を含まない側の立体は、4 点 A, B, C, G を頂点とする三角すい $G - ABC$ である。

底面を $\triangle ABC$ とする。三角柱の上面 $\triangle ABC$ は底面 $\triangle DEF$ と合同なので、

$$AB = DE = 4, \quad BC = EF = 2, \quad \angle ABC = 90^\circ$$

である。したがって、底面積は

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$

となる。

三角柱の高さは $AD = 3$ cm で、 $DG = 1$ cm だから、

$$AG = AD - DG = 3 - 1 = 2 \text{ cm}$$

である。 AG は平面 ABC に垂直なので、三角すい $G - ABC$ の高さは 2 cm である。

したがって、頂点 D を含まない側の三角すい $G - ABC$ の体積は

$$\frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$$

である。

一方、もとの三角柱 $ABC - DEF$ の体積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 3 = 12 \text{ cm}^3$$

である。問題で求めるのは頂点 D を含む側の立体の体積なので、

$$12 - \frac{8}{3} = \frac{36}{3} - \frac{8}{3} = \frac{28}{3} \text{ cm}^3.$$

答え： $\frac{28}{3}$ cm³

$\triangle DBC$ と $\triangle DCA$ について考える。

$AB = AC$ より、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であるから、底角は等しい。したがって、

$$\angle ABC = \angle ACB \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

点 D は辺 BA の延長上にあるので、半直線 BD と半直線 BA は同じ方向である。よって、

$$\angle DBC = \angle ABC \quad \dots \textcircled{2}$$

である。

また、仮定より、

$$\angle ACB = \angle ACD \quad \dots \textcircled{3}$$

である。①、②、③より、

$$\angle DBC = \angle DCA$$

となる。

さらに、点 B, A, D は一直線上にあるため、半直線 DB と半直線 DA は同じ方向である。したがって、

$$\angle BDC = \angle CDA$$

である。

以上より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle DBC \sim \triangle DCA$$

である。(証明終わり)

5 大問 5

1 (1)

$y = x^2$ を x 軸について対称移動すると、 y 座標の符号が反対になる。

答え： $y = -x^2$

1 (2)

点 A は $y = x^2$ のグラフ上にあり、 $x = 2$ なので、

$$A(2, 4)$$

である。点 B は点 A と y 軸について対称であるから、

$$B(-2, 4)$$

である。

したがって、 $AB = 4$ であり、原点 O から直線 AB までの高さは 4 なので、

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

となる。

一方、点 C は $y = ax^2$ のグラフ上にあり、 $x = 4$ なので、

$$C(4, 16a)$$

である。点 D は点 C と y 軸について対称であるから、

$$D(-4, 16a)$$

である。

したがって、 $CD = 8$ であり、原点 O から直線 CD までの高さは $16a$ なので、

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 16a = 64a$$

となる。

2 つの三角形の面積が等しいから、

$$64a = 8$$

より、

$$a = \frac{1}{8}.$$

答え： $a = \frac{1}{8}$

1 (3)

直線 AC の傾きは

$$\frac{16a - 4}{4 - 2} = 8a - 2,$$

直線 DO の傾きは

$$\frac{0 - 16a}{0 - (-4)} = -4a.$$

平行より $8a - 2 = -4a$ なので、 $a = \frac{1}{6}$ 。

$$\text{答え：} a = \frac{1}{6}$$

2 (1)

B 社で 200 kWh 使用すると、

$$3000 + 20 \times 200 = 7000 \text{ 円.}$$

9400 円になるには、200 kWh を超えた分を x kWh として

$$7000 + 24x = 9400$$

より $x = 100$ 。したがって合計は 300 kWh。

$$\text{答え：} 300 \text{ kWh}$$

2 (2)

200 kWh を超えるとき、A 社は

$$y = 2400 + 22 \times 200 + 28(x - 200) = 28x + 1200.$$

$$\text{答え：} y = 28x + 1200$$

2 (3)

問題では、 $x \geq 200$ の範囲で、B 社のグラフが C 社のグラフより下側にある理由を、グラフが通る点と傾きに注目して説明する。

B 社の料金は、 $x \geq 200$ のとき、

$$y = 3000 + 20 \times 200 + 24(x - 200) = 24x + 2200$$

である。したがって、B 社のグラフは点

$$(200, 7000)$$

を通り、傾きは 24 である。

C 社の料金は、使用量に関係なく 1 kWh あたり 25 円であるから、

$$y = 25x + 2500$$

である。したがって、C 社のグラフは点

$$(200, 7500)$$

を通り、傾きは 25 である。

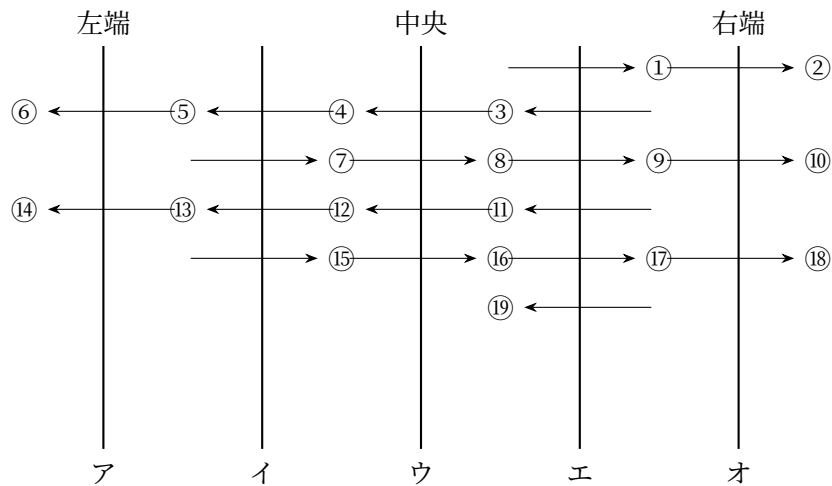
$x = 200$ のとき、B 社の点 $(200, 7000)$ は C 社の点 $(200, 7500)$ より下にある。また、B 社のグラフの傾き 24 は C 社のグラフの傾き 25 より小さい。よって、 $x \geq 200$ の範囲では、B 社のグラフは C 社のグラフより下側にあり、B 社の方が安い。

答え：B 社のグラフが通る点 $(200, 7000)$ は C 社のグラフが通る点 $(200, 7500)$ より下にあり、B 社のグラフの傾き 24 は C 社のグラフの傾き 25 より小さいから。

6 大問 6

1

各線をまたぐ順序を、図 4 のアからオに対応させて表すと、次のようになる。



図より、19 回目にまたいでいる線はエである。また、エをまたぐのは①、③、⑨、⑪、⑰、⑱の 6 回である。

答え：エ、6 回

2

中央から右端までには、線が a 本ある。したがって、中央から右端まで移動するときに線をまたぐ回数は a 回である。

同様に、

- 右端から中央まで： a 回
- 中央から左端まで： a 回
- 左端から中央まで： a 回

となる。

中央 → 右端 → 中央 → 左端 → 中央を 1 往復とするので、1 往復の「全体の回数」は

$$a + a + a + a = 4a$$

回である。

したがって、3 往復したときの「全体の回数」は

$$4a \times 3 = 12a$$

回となる。

答え： $12a$ 回

3

まず、左から 2 番目の線を 1 度目にまたぐまでの「全体の回数」を求める。

中央から左端まで進むときに b 本の線をまたぎ、左端で折り返した後、左端から 2 番目の線まで進むときには $b - 1$ 本の線をまたぐ。また、その前に中央から右端へ進み、中央へ戻るまでに $2b$ 本の線をまたいでいる。

したがって、左から 2 番目の線を 1 度目にまたいだときの「全体の回数」は

$$b + b + (b - 1) = 3b - 1$$

回である。よって、

$$I = 3b - 1$$

となる。

次に、左から 2 番目の線を 12 度目にまたいだときについて考える。左端・右端以外の線は、1 往復につき 2 度またぐので、12 度またぐまでには

$$12 \div 2 = 6$$

往復する。

大問 6 の 2 より、 $n = b$ のとき 1 往復の「全体の回数」は $4b$ 回であるから、6 往復では

$$4b \times 6 = 24b$$

回となる。ただし、6 往復が完了する前に左から 2 番目の線を 12 度目にまたぐため、最後の左端までの $b - 1$ 回分だけ少ない。したがって、そのときの「全体の回数」は

$$24b - (b - 1) = 23b + 1$$

回である。

これが I の 8 倍に等しいので、

$$23b + 1 = 8(3b - 1)$$

$$23b + 1 = 24b - 8$$

より、

$$b = 9$$

となる。よって、

$$II = 9$$

である。

答え： $I : 3b - 1$ 、 $II : 9$