

2023年度 秋田県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

$$8 - 3 = 5$$

答え：5

(2)

$$\frac{12ab \cdot 2b}{6a^2} = \frac{24ab^2}{6a^2} = \frac{4b^2}{a}$$

答え： $\frac{4b^2}{a}$

(3)

$$4^2 = 16, \quad (\sqrt{10})^2 = 10$$

であり、 $16 > 10$ だから、

$$4 > \sqrt{10}$$

答え： $4 > \sqrt{10}$

(4)

$$2(x - 5y) + 5(2x + 3y) = 2x - 10y + 10x + 15y = 12x + 5y$$

$x = \frac{1}{2}$, $y = -3$ を代入すると、

$$12 \cdot \frac{1}{2} + 5(-3) = 6 - 15 = -9$$

答え：-9

(5)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

答え： $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(6)

両辺に 4 をかけると,

$$5x - 2 = 28$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

答え : 6

(7)

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 4y = 7 \end{cases}$$

第 2 式を 2 倍して第 1 式から引くと,

$$9y = -9$$

だから,

$$y = -1$$

である。これを第 1 式に代入して,

$$2x - 1 = 5$$

$$x = 3$$

答え : $x = 3, y = -1$

(8)

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

に解の公式を用いると,

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{答え : } x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(9)

問題図の外側の辺は、長さ 5 cm の辺が 3 本、長さ $5 - a$ cm の辺が 6 本である。したがって、

$$5 \cdot 3 + (5 - a) \cdot 6 = 15 + 30 - 6a = 45 - 6a$$

答え : $45 - 6a$ cm

(10)

$$231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$$

より、 $\frac{231}{n+2}$ が整数となるには、 $n+2$ が 231 の約数であればよい。

$n < 100$ の素数であることに注意して調べると、

$$n+2 = 7, 21, 33$$

のとき、

$$n = 5, 19, 31$$

となり、いずれも素数である。

答え： $n = 5, 19, 31$

(11)

正方形 $EFGC$ は正方形 $ABCD$ を時計回りに 45° 回転したものであるから、図の鋭角は 45° である。したがって、

$$x = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

答え： 135°

(12)

$$\angle BOE = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$$

である。弧 BC, CD, DE は等しいので、それぞれに対する中心角も等しく、

$$\angle BOC = \frac{138^\circ}{3} = 46^\circ$$

となる。 x は弧 BC に対する円周角だから、

$$x = \frac{46^\circ}{2} = 23^\circ$$

答え： 23°

(13)

$\triangle ADC$ と $\triangle BAC$ において、仮定より、

$$\angle DAC = \angle ABC$$

また、共通な角より、

$$\angle ACD = \angle BCA$$

したがって,

$$\triangle ADC \sim \triangle BAC$$

である。対応する辺の比より,

$$AD : BA = DC : AC$$

$$AD : 12 = 6 : 8$$

だから,

$$AD = 9$$

答え : 9 cm

(14)

図 1 と図 2 では容器の体積も水の体積も等しいので、水が入っていない部分の体積も等しい。

図 1 で水が入っていない部分の体積は,

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot 4 = 96$$

cm³ である。

図 2 の水の高さを h cm ($0 \leq h \leq 6$) とする。辺 AB, AC と水面との交点をそれぞれ G, H とする。

$GH \parallel BC$ より,

$$\triangle AGH \sim \triangle ABC$$

である。したがって,

$$AG : AB = GH : BC$$

$$(6 - h) : 6 = GH : 8$$

から,

$$GH = \frac{4}{3}(6 - h)$$

となる。

よって、図 2 で水が入っていない部分の体積は,

$$12 \cdot \frac{4}{3}(6 - h) \cdot (6 - h) \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3}(6 - h)^2$$

である。これが 96 cm³ に等しいので,

$$96 = \frac{16}{3}(6 - h)^2$$

$$18 = (6 - h)^2$$

$$h = 6 \pm 3\sqrt{2}$$

となる。 $0 \leq h \leq 6$ より,

$$h = 6 - 3\sqrt{2}$$

答え： $6 - 3\sqrt{2}$ cm

(15)

底面の半径は 4 cm だから、底面の円周は、

$$2\pi \cdot 4 = 8\pi$$

cm である。この円周が 3 回転半した長さは、

$$8\pi \cdot 3.5 = 28\pi$$

cm である。

この長さは、円錐の母線を半径とする円周に等しい。母線を l cm とすると、

$$2\pi l = 28\pi$$

より、

$$l = 14$$

である。

円錐の表面積は、

$$\pi r^2 + \pi r l$$

だから、

$$\pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 4 \cdot 14 = 16\pi + 56\pi = 72\pi$$

答え： 72π cm²

(1) ①

1800 m 地点から図書館までの距離は 1800 m である。休憩後は毎分 120 m で進み、午前 10 時 50 分に図書館に着くので、かかる時間は

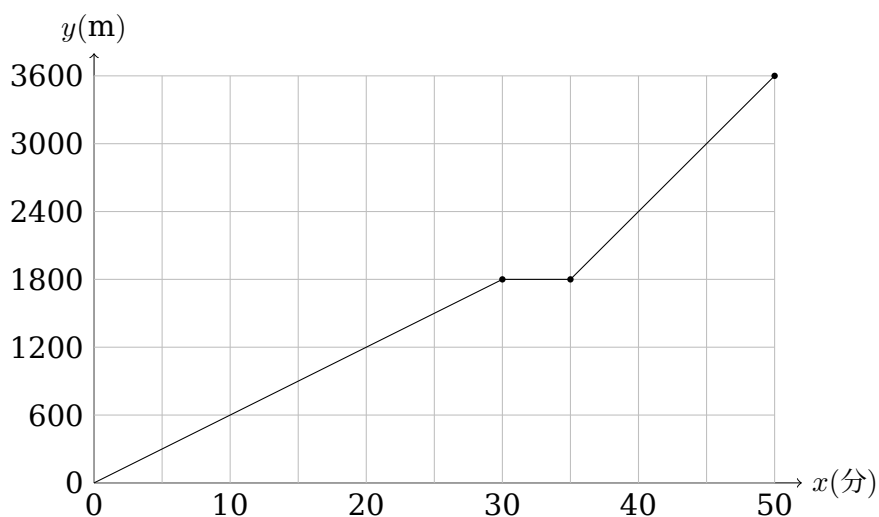
$$1800 \div 120 = 15$$

分である。したがって、1800 m 地点を出発するのは 10 時 35 分であり、休憩時間は

$$35 - 30 = 5$$

分である。

よって、休憩を始めてから図書館に着くまでのグラフは、まず 5 分間は距離が変わらず、その後 15 分間で 1800 m 進むので、次の通りである。



答え：上のグラフの通り

(1) ②

姉は図書館から駅まで 3600 m を毎分 240 m で進むから、かかる時間は、

$$3600 \div 240 = 15$$

分である。

本人のグラフは、原点と (30, 1800) を通るので、

$$y = 60x$$

である。姉のグラフは (0, 3600) を通り、傾きが -240 だから、

$$y = -240x + 3600$$

である。

交点では,

$$60x = -240x + 3600$$

$$300x = 3600$$

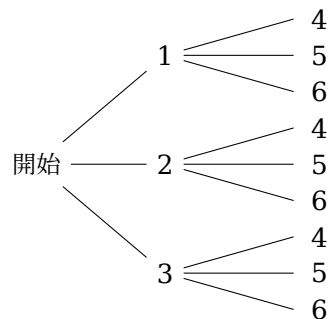
$$x = 12$$

となる。

答え : 10 時 12 分

(2) ①

1 回目に出る目は 1, 2, 3, 2 回目に出る目は 4, 5, 6 である。



積が奇数になるのは, 1 または 3 と 5 の組合せである。全部で 9 通り, 条件に合うのは 2 通りだから,

$$\frac{2}{9}$$

答え : $\frac{2}{9}$

(2) ②

袋 B に 7 のカードを x 枚加える。

袋 A には奇数が 2 枚, 偶数が 1 枚ある。袋 B には奇数が $x+1$ 枚, 偶数が 2 枚ある。すべての取り出し方は,

$$3(x+3) = 3x+9$$

通りである。

積が奇数になるのは, 両方とも奇数のときだから,

$$2(x+1) = 2x+2$$

通りである。一方, 積が偶数になるのは,

$$x+7$$

通りである。

問題の条件より、積が奇数になる確率と偶数になる確率が等しいので、

$$\frac{2x+2}{3x+9} = \frac{x+7}{3x+9}$$

$$2x+2 = x+7$$

$$x = 5$$

答え：5 枚

(3)

点 A で円 O に接する直線を作図するには、点 A を通り OA に垂直な直線を作図すればよい。

答え：点 A を通り、OA に垂直な直線

(1)

31 人の中央値は，データを小さい順に並べたときの 16 番目の値である。各ヒストグラムを読み取ると，中央値が 40 分以上 50 分未満，最頻値が 20 分以上 30 分未満となるのはイである。

答え：イ

(2)

$$\text{範囲} = 110 - 5 = 105$$

分である。

また，第 1 四分位数は下位 15 個の中央値，すなわち全体の 8 番目の値である。表から 8 番目は 30 分だから，

$$Q_1 = 30$$

分である。

答え：範囲：105 分，第 1 四分位数：30 分

(3) ①

グループ 1 は中央値が 55 分以下にあるので，55 分以下の生徒は少なくとも 8 人いる。グループ 2 は第 1 四分位数が 55 分より大きいので，55 分以下の生徒は多くても 4 人である。グループ 3 も中央値が 55 分以下にあるので，55 分以下の生徒は少なくとも 8 人いる。

したがって，55 分以下の生徒数が最も少ないのはグループ 2 であり，アは正しい。

次に，イについて考える。グループ 2 は第 1 四分位数が 55 分より大きいので，55 分以上の生徒は少なくとも 12 人いる。一方，グループ 3 は中央値が 55 分以下にあるので，55 分以上の生徒は多くても 8 人である。したがって，55 分以上の生徒数が最も多いグループをグループ 3 とすることはできないから，イは誤りである。

また，ウについて考える。例えばグループ 1 では，第 3 四分位数が 65 分，最大値が 110 分であることは分かるが，80 分以上 100 分未満の生徒がいるかどうかまでは箱ひげ図からは判断できない。したがって，どのグループにも，読書時間が 80 分以上 100 分未満の生徒は必ずいるとはいえないから，ウは誤りである。

さらに，各グループの最大値は 100 分以上である。したがって，どのグループにも 100 分以上の生徒は必ずいるので，エは正しい。

答え：ア，エ

(3) ②

データの散らばりは、範囲と四分位範囲の両方で比べる。箱ひげ図より、グループ 1 は 3 つのグループの中で範囲が最も大きく、四分位範囲も最も大きい。したがって、データの散らばりぐあいが最も大きいのはグループ 1 である。

答え：ア

(1)

$\triangle ACE$ と $\triangle BCF$ において、仮定より、

$$CE = CF$$

また、 $\triangle ABC$ は正三角形だから、

$$AC = BC$$

である。さらに、 $AB \parallel EC$ より錯角が等しく、

$$\angle ACE = \angle CAB$$

である。 $\triangle ABC$ は正三角形だから、

$$\angle CAB = \angle ACB = 60^\circ$$

であり、

$$\angle ACE = \angle BCF$$

となる。

したがって、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ACE \equiv \triangle BCF$$

(2)

命題「 $a = 3$, $b = 6$ ならば $a + b = 9$ 」の逆は、

$$a + b = 9 \text{ ならば } a = 3, b = 6$$

である。

これは、たとえば $a = 1$, $b = 8$ のときも $a + b = 9$ となるため、成り立たない。

答え：逆： $a + b = 9$ ならば $a = 3$, $b = 6$ 。反例： $a = 1$, $b = 8$

(3)

最も長い辺を AB とし、 $AC = x$ cm とすると、

$$BC = x + 7, \quad AB = x + 9$$

である。直角三角形だから、

$$(x + 9)^2 = (x + 7)^2 + x^2$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x + 4)(x - 8) = 0$$

$x > 0$ より,

$$x = 8$$

である。したがって,

$$AB = x + 9 = 17$$

答え：17 cm

I (1)

1 次関数では傾きと変化の割合は等しいので，求める直線の傾きは 1 である。式を

$$y = x + b$$

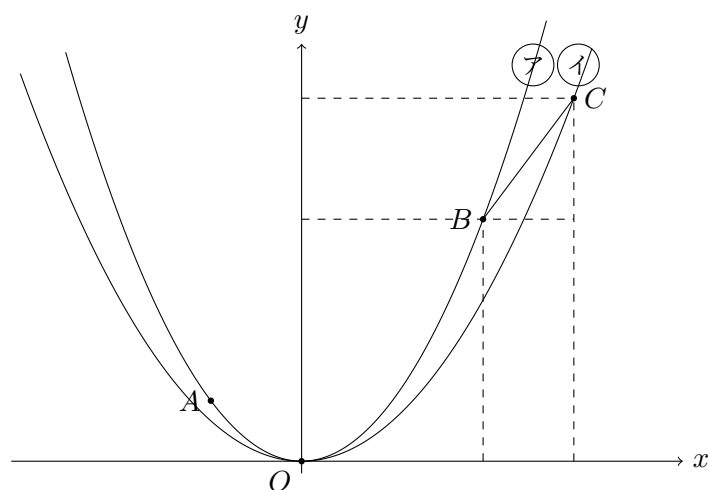
とおく。点 $(-1, 1)$ を通るから，

$$1 = -1 + b$$

$$b = 2$$

答え： $y = x + 2$

I (2)



図より，

$$B(2, 4), \quad C(3, 6)$$

である。したがって， B と C の x 座標の差は 1， y 座標の差は 2 である。

よって， BC は直角三角形の斜辺になるから，三平方の定理より，

$$BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

答え： $\sqrt{5}$ cm

I (3)

点 P は $y = x^2$ 上で $x = 1$ だから，

$$P(1, 1)$$

である。点 Q は $y = ax^2$ 上で $y = 4$ だから,

$$4 = ax^2$$

となる。図より Q の x 座標は負なので,

$$x = -\frac{2}{\sqrt{a}}$$

である。

点 A と P, 点 B と Q はそれぞれ y 座標が等しいので, 四角形 APBQ は台形である。面積の条件より,

$$\frac{1}{2} \left(2 + \frac{2}{\sqrt{a}} + 2 \right) \cdot 3 = 12$$

$$\frac{2}{\sqrt{a}} + 4 = 8$$

$$\frac{2}{\sqrt{a}} = 4$$

$$\sqrt{a} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

答え: $a = \frac{1}{4}$

II (1)

点 P は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上で $x = -2$ だから,

$$P(-2, 2)$$

である。求める直線の傾きは,

$$\frac{-4 - 2}{0 - (-2)} = -3$$

である。式を

$$y = -3x + b$$

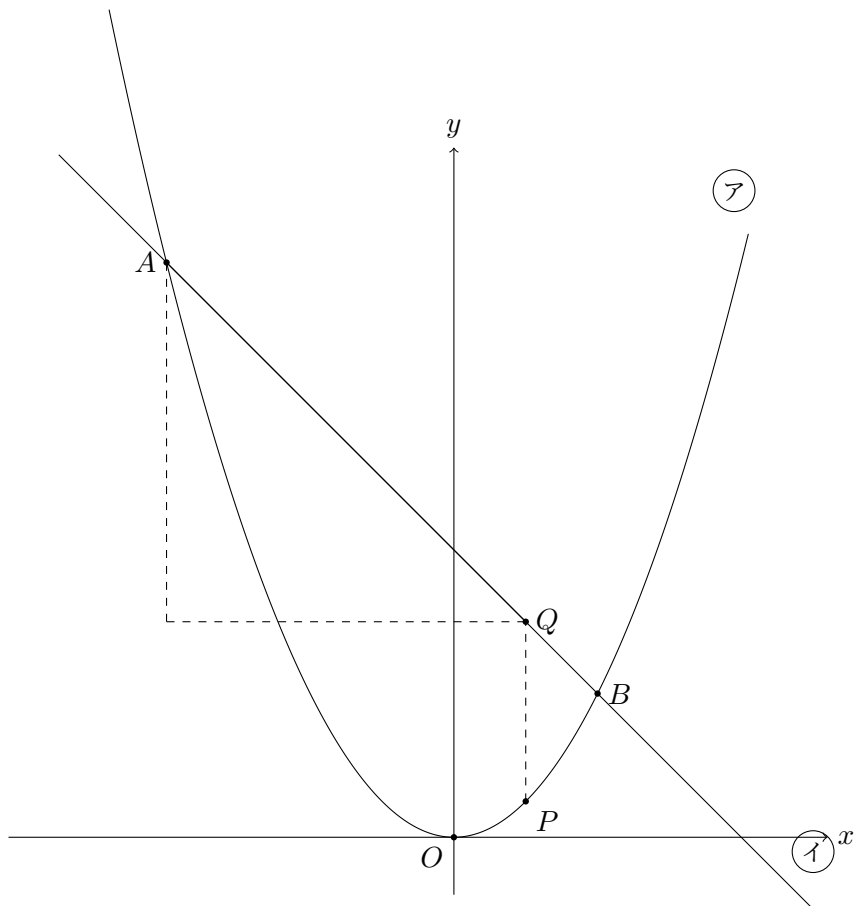
とおき, 点 P を代入すると,

$$2 = 6 + b$$

$$b = -4$$

答え: $y = -3x - 4$

II (2) ①



点 A は, $y = \frac{1}{2}x^2$ と $y = -x + 4$ の交点で, 左側の点だから,

$$A(-4, 8)$$

である。

点 Q の x 座標を t とすると, 点 Q は $y = -x + 4$ 上にあるから,

$$Q(t, -t + 4)$$

である。

問題図の条件より,

$$AQ = 5\sqrt{2}$$

である。したがって, 三平方の定理より,

$$(t - (-4))^2 + \{(-t + 4) - 8\}^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$(t + 4)^2 + (-t - 4)^2 = 50$$

$$2(t + 4)^2 = 50$$

$$(t + 4)^2 = 25$$

$$t^2 + 8t - 9 = 0$$

$$(t - 1)(t + 9) = 0$$

$-4 < t < 2$ より,

$$t = 1$$

答え：1

II (2) ②

点 R の x 座標を s とする。 $BQ = BR$ より, 点 B は QR の中点であるから,

$$\begin{aligned}\frac{t+s}{2} &= 2 \\ s &= 4-t\end{aligned}$$

となる。したがって,

$$R(4-t, t)$$

である。

また, 点 S は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり, 点 R と x 座標が等しいので,

$$S\left(4-t, \frac{1}{2}(4-t)^2\right)$$

となる。

台形 PQRS の上底 PQ , 下底 RS , 高さをそれぞれ求める。

まず, 点 P は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり, 点 Q と x 座標が等しいから,

$$P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$$

である。したがって,

$$\begin{aligned}PQ &= (-t+4) - \frac{1}{2}t^2 \\ PQ &= -\frac{1}{2}t^2 - t + 4\end{aligned}$$

である。

次に,

$$\begin{aligned}RS &= \frac{1}{2}(4-t)^2 - t \\ RS &= \frac{1}{2}(t^2 - 8t + 16) - t \\ RS &= \frac{1}{2}t^2 - 5t + 8\end{aligned}$$

である。

また, 高さは 2 直線 $x = t$ と $x = 4 - t$ の間の距離だから,

$$(4-t) - t$$

$$= 4 - 2t$$

$$= 2(-t + 2)$$

である。

面積が 30 だから,

$$\frac{1}{2}(PQ + RS) \cdot 2(-t + 2) = 30$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(-\frac{1}{2}t^2 - t + 4 \right) + \left(\frac{1}{2}t^2 - 5t + 8 \right) \right\} \cdot 2(-t + 2) = 30$$

$$\frac{1}{2}(-6t + 12) \cdot 2(-t + 2) = 30$$

$$(-6t + 12)(-t + 2) = 30$$

$$6(-t + 2)^2 = 30$$

$$(-t + 2)^2 = 5$$

$$(t - 2)^2 = 5$$

$$t = 2 \pm \sqrt{5}$$

$-4 < t < 2$ より,

$$t = 2 - \sqrt{5}$$

答え： $2 - \sqrt{5}$