

2023年度

青森県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

(1)

ア. 与式を計算すると、

$$-6$$

答え：-6

イ. 与式を計算すると、

$$4 \times 3 + 3 = 12 + 3 = 15$$

答え：15

ウ. 与式を計算すると、

$$\begin{aligned} & (6x^2 - x - 5) - (2x^2 + x - 6) \\ &= 6x^2 - x - 5 - 2x^2 - x + 6 = 4x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

答え： $4x^2 - 2x + 1$

エ. 与式を計算すると、

$$6x^2y \div 2xy + 4xy^2 \div 2xy = 3x + 2y$$

答え： $3x + 2y$

オ. 与式を計算すると、

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{3\sqrt{6}}{2} = -\sqrt{6}$$

答え： $-\sqrt{6}$

(2)

長方形の縦を x 、横を y とすると、周の長さは

$$2(x + y) = 2x + 2y$$

である。

答え： $2x + 2y$

(3)

度数分布表より、20 m 以上 24 m 未満の階級の度数は 6 人、全体は 20 人である。したがって、相対度数は

$$\frac{6}{20} = 0.3$$

である。

また、28 m 未満の累積度数は

$$4 + 6 + 1 = 11$$

なので、累積相対度数は

$$\frac{11}{20} = 0.55$$

である。

答え：相対度数 0.3、累積相対度数 0.55

(4)

与式を因数分解すると、

$$3(x^2 - 2x - 15) = 3(x - 5)(x + 3)$$

答え： $3(x - 5)(x + 3)$

(5)

一次関数では、傾きは変化の割合に等しい。グラフより、

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

である。

式を

$$y = 2x + b$$

とおく。点 $(1, -3)$ を通るので、

$$-3 = 2 \cdot 1 + b$$

より、

$$b = -5$$

となる。

答え： $a = 2$, $b = -5$

(6)

問題図の平行線と角の関係より、交点にできる角は

$$180^\circ - (80^\circ + 28^\circ) = 72^\circ$$

である。

また、上側の三角形で、

$$x = 72^\circ - 25^\circ = 47^\circ$$

答え： 47°

(7)

対角線 BD を引く。

三角形 ABD は

$$AB = AD = 4\sqrt{2}, \quad \angle BAD = 90^\circ$$

なので、直角二等辺三角形である。したがって、

$$BD = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8 \text{ cm}$$

また、

$$\angle ABD = 45^\circ$$

なので、

$$\angle DBC = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$$

である。

$\angle BCD = 90^\circ$ より、三角形 BCD は 30° - 60° - 90° の直角三角形である。よって、

$$DC : BD : BC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

だから、

$$BD : BC = 2 : \sqrt{3}$$

$$8 : BC = 2 : \sqrt{3}$$

$$BC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

答え： $4\sqrt{3}$ cm

(8)

各選択肢を確認する。

ア：第 2 四分位数は中央値であるので正しい。

イ：四分位範囲は

$$\text{第 3 四分位数} - \text{第 1 四分位数}$$

である。極端な値があっても第 1 四分位数、第 3 四分位数の変化は小さいため、四分位範囲は極端な値の影響を受けにくい。したがって正しい。

ウ：箱ひげ図の箱の横の長さは範囲ではなく、四分位範囲を表す。したがって誤り。

エ：第 1 四分位数は小さい方から約 25% の位置、第 3 四分位数は小さい方から約 75% の位置にある。したがって、箱で示される区間には全体の約 50% のデータが含まれるので正しい。

答え：ウ

大問 2

(1)

点 O を中心として、半径 OA の円をかく。

次に、点 O を通り、 OA に垂直な直線を引く。この直線と円との交点のうち、問題図で指定された側の点を B とする。

このとき、

$$OA = OB, \quad \angle AOB = 90^\circ$$

となる。

(2) ア

3 けたの整数は、1 回目に取り出したカードを百の位、2 回目を十の位、3 回目を一の位として作る。

1 回目に取り出すカードは 5 通り、2 回目は 4 通り、3 回目は 3 通りなので、

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

通りである。したがって、

$$\text{あ} = 60$$

次に、350 以上となる整数を百の位に着目して数える。

百の位が 3 のとき、350 以上となるのは

$$351, 352, 354$$

の 3 通りである。したがって、

$$\text{い} = 3$$

百の位が 4 であれば、十の位、一の位がどのカードであっても 350 以上になる。したがって、百の位が 4 のときも考える必要があるので、

$$\text{う} = 4$$

同様に、百の位が 5 であれば、十の位、一の位がどのカードであっても 350 以上になる。したがって、百の位が 5 のときも考える必要があるので、

$$\text{え} = 5$$

空欄 $\times$ に共通して入る位は、

百の位

である。

答え：あ：60、い：3、う：4、え：5、 $\times$ ：百の位

(2) イ

350 以上となる整数を、百の位に着目して数える。

百の位が 3 のとき、350 以上となるのは

$$351, 352, 354$$

の 3 通りである。

百の位が 4 のとき、十の位は 4 通り、一の位は 3 通りなので、

$$4 \times 3 = 12$$

通りである。

百の位が 5 のときも同様に 12 通りである。したがって、350 以上となる整数は

$$3 + 12 + 12 = 27$$

通りである。

よって、求める確率は

$$\frac{27}{60} = \frac{9}{20}$$

答え： $\frac{9}{20}$

大問 3

(1) ア

三角形 ABE で三平方の定理を用いると、

$$AE = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

答え： $4\sqrt{5}$ cm

(1) イ (ア)

辺 AE, EF, FA で折ったとき、点 B, D は点 C と重なる。したがって、三角形 ECF を底面とすると、高さは $AD = 8$ cm である。

また、

$$EC = CF = 4 \text{ cm}$$

なので、三角形 ECF の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$$

である。

したがって、三角錐の体積は

$$8 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3} = \frac{64}{3} \text{ cm}^3$$

答え： $\frac{64}{3}$ cm³

(1) イ (イ)

三角形 AEF で、辺 EF を底辺としたときの高さを AH とする。

三角形 ECF で三平方の定理を用いると、

$$EF = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

である。

また、

$$AE = AF = 4\sqrt{5}$$

なので、三角形 AEF は二等辺三角形であり、

$$EH = FH = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

である。

直角三角形 AEH で三平方の定理を用いると、

$$AH = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{80 - 8} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

となる。

三角形 AEF を底面としたときの三角錐の高さを h cm とすると、体積は同じなので、

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot h = \frac{64}{3}$$

$$8h = \frac{64}{3}$$

$$h = \frac{8}{3}$$

答え： $\frac{8}{3}$ cm

(2) ア

三角形 DFB と三角形 DHE において、三角形 DBE は二等辺三角形なので、

$$DB = DE$$

である。

また、四角形 $DFGH$ は正方形なので、

$$DF = DH$$

である。したがって、

$$あ = DF = DH$$

さらに、2つの直角三角形 DAF と DCH では、

$$\angle DAF = \angle DCH = 90^\circ, \quad DF = DH, \quad DA = DC$$

より、

$$\triangle DAF \equiv \triangle DCH$$

である。したがって、

$$\angle ADF = \angle CDH$$

となる。

問題図より、

$$\angle BDF = 45^\circ - \angle ADF$$

$$\angle EDH = 45^\circ - \angle CDH$$

だから、

$$\angle BDF = \angle EDH$$

である。よって、

$$い = \angle BDF = \angle EDH$$

以上より、

$$DB = DE, \quad DF = DH, \quad \angle BDF = \angle EDH$$

なので、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。したがって、

$$\triangle DFB \equiv \triangle DHE$$

である。

答え：あ： $DF = DH$ 、い： $\angle BDF = \angle EDH$ 、う：2組の辺とその間の角

(2) イ

上の合同より、対応する辺の長さは等しいので、

$$AF = CH = 2 \text{ cm}$$

である。 $AB = 5 \text{ cm}$ より、

$$FB = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$$

また、三角形 FBI と三角形 DCH において、

$$\angle FBI = \angle DCH = 90^\circ$$

である。さらに、正方形 $FGHD$ より $DI \parallel DH$ なので、

$$\angle BIF = \angle CHD$$

である。したがって、

$$\triangle FBI \sim \triangle DCH$$

となる。

対応する辺の比より、

$$FB : DC = BI : CH$$

$$3 : 5 = BI : 2$$

したがって、

$$5BI = 6$$

$$BI = \frac{6}{5} \text{ cm}$$

求める三角形の面積は、

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{6}{5} = \frac{9}{5} \text{ cm}^2$$

答え： $\frac{9}{5} \text{ cm}^2$

大問 4

(1) ア

点 A は放物線

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

上にあり、 $x = 2$ なので、

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$$

答え：2

(1) イ

点 A は放物線

$$y = ax^2$$

上にあり、 $x = 2$ なので、

$$y = 4a$$

である。したがって、

$$AB = 4a$$

となる。これが 6 cm なので、

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

答え： $\frac{3}{2}$

(2) ア

四角形 $ABCD$ は正方形なので、

$$BC = DC$$

である。したがって、直線 BD の傾きは

$$\frac{DC}{BC} = 1$$

である。

直線の式を

$$y = x + b$$

とおく。点 $B(2, 0)$ を通るので、

$$0 = 2 + b$$

より、

$$b = -2$$

したがって、

答え： $y = x - 2$

(2) イ

点 E の x 座標を -1 とする。点 E は放物線 $y = ax^2$ 上にあるので、

$$y = a(-1)^2 = a$$

より、

$$FE = a$$

である。

(1) イより、

$$AB = 4a$$

であり、四角形 $ABCD$ は正方形なので、

$$BC = CD = 4a$$

である。

台形 $EFCD$ の面積は、

$$\frac{(a + 4a)(4a + 3)}{2} = \frac{5a(4a + 3)}{2}$$

である。

また、

$$\triangle EFB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot a = \frac{3}{2}a$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 4a = 8a^2$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned}\triangle BDE &= \frac{5a(4a + 3)}{2} - \frac{3}{2}a - 8a^2 \\ &= 2a^2 + 6a\end{aligned}$$

これが 80 cm^2 なので、

$$2a^2 + 6a = 80$$

$$a^2 + 3a - 40 = 0$$

$$(a - 5)(a + 8) = 0$$

$a > 0$ より、

$$a = 5$$

答え：5

大問 5

(1)

りんごとなしを合わせて 50 個なので、りんごを a 個とすると、なしは

$$50 - a$$

個である。したがって、

$$あ = 50 - a$$

また、りんごを a 個、なしを b 個とすると、個数の条件より

$$a + b = 50$$

である。

りんご 1 個 120 円、なし 1 個 150 円、箱代 40 円で合計 6700 円なので、

$$120a + 150b + 40 = 6700$$

である。したがって、

$$い = \begin{cases} a + b = 50 \\ 120a + 150b + 40 = 6700 \end{cases}$$

$$\text{答え：あ：} 50 - a、\text{い：} \begin{cases} a + b = 50 \\ 120a + 150b + 40 = 6700 \end{cases}$$

(2) ア

条件 A を満たすために、りんごを $(x + 18)$ 個、なしを $(y + 18)$ 個とする。ただし、 x, y は 0 以上の整数である。

代金の条件より、

$$120(x + 18) + 150(y + 18) + 40 = 6700$$

となる。したがって、

$$う = 120(x + 18) + 150(y + 18) + 40$$

$$\text{答え：う：} 120(x + 18) + 150(y + 18) + 40$$

(2) イ

式を整理すると、

$$4x + 5y = 60$$

$$y = -\frac{4}{5}x + 12$$

である。

x, y は 0 以上の整数なので、グラフ上の格子点は

$$(0, 12), (5, 8), (10, 4), (15, 0)$$

となる。したがって、空欄えに入る 4 組は、

$$\text{え} = (0, 12), (5, 8), (10, 4), (15, 0)$$

次に、条件 B「りんごとなしを合わせて 50 個より多く詰め合わせる」を満たす組を調べる。

$$(x, y) = (0, 12)$$

のとき、

$$18 + 30 = 48$$

個で条件を満たさない。

$$(x, y) = (5, 8)$$

のとき、

$$23 + 26 = 49$$

個で条件を満たさない。

$$(x, y) = (10, 4)$$

のとき、

$$28 + 22 = 50$$

個で条件を満たさない。

$$(x, y) = (15, 0)$$

のとき、

$$33 + 18 = 51$$

個となり、条件を満たす。

したがって、

$$\text{お} = (15, 0)$$

であり、

$$\text{りんご } 33\text{個}, \quad \text{なし } 18\text{個}$$

となる。

答え：え：(0, 12), (5, 8), (10, 4), (15, 0)、お：(15, 0)、りんご 33 個、なし 18 個