

2023 年度

群馬県

数学

後期選抜 解答・解説

KmKm の学習支援サイト

第1問

(1)

①

$$2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

答え：6

②

$$6a^2 \times \frac{1}{3}a = 2a^3$$

答え： $2a^3$

③

$$\begin{aligned} -2(3x - y) + 2x &= -6x + 2y + 2x \\ &= -4x + 2y \end{aligned}$$

答え： $-4x + 2y$

(2)

①

$$\begin{aligned} 6x - 1 &= 4x - 9 \\ 2x &= -8 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

答え： $x = -4$

② 解の公式より、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

となる。

答え： $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

(3)

各数の絶対値は、

$$|3| = 3, \quad |-5| = 5, \quad \left| -\frac{5}{2} \right| = \frac{5}{2} = 2.5, \quad |2.1| = 2.1$$

である。最も小さいものは 2.1 なので、エである。

答え：エ

(4)

$y = ax^2$ に $x = -2$, $y = -12$ を代入すると、

$$-12 = a(-2)^2 = 4a$$

より、 $a = -3$ である。

答え：-3

(5)

問題図で、上の斜線が直線 ℓ となす角は、同位角より 38° である。折れ曲がった部分の角が 72° なので、下の斜線が平行線となす鋭角は

$$72^\circ - 38^\circ = 34^\circ$$

である。したがって、

$$x = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ$$

となる。

答え： 146°

(6)

$$a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2$$

である。 $a = 2 + \sqrt{5}$ を代入すると、

$$(a - 2)^2 = (2 + \sqrt{5} - 2)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

となる。

答え：5

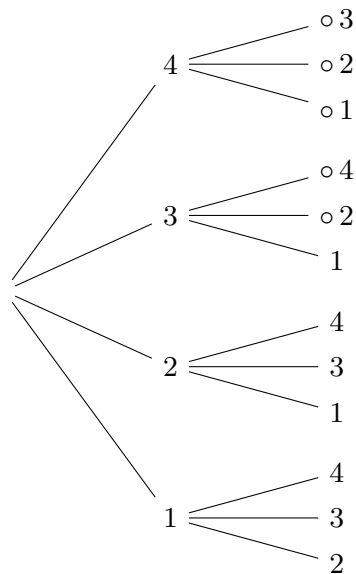
(7)

1 枚目と 2 枚目のカードの取り出し方は

$$4 \times 3 = 12 \text{通り}$$

で、どれも同様に確からしい。

次の樹形図で、丸印を付けたものが 32 以上になる場合である。



条件を満たすのは、1 枚目が 3 のときの 32, 34 と、1 枚目が 4 のときの 41, 42, 43 であり、合計 5 通りである。

$$\text{答え：} \frac{5}{12}$$

(8)

立方体を組み立てると、辺 AB を含む面はイである。辺 AB と垂直になる面は、面イに隣り合
い、辺 AB を含まない面である。展開図から該当するのはアとカである。

答え：ア、カ

(9)

ア：35 回は最小値であるが、35 回だった生徒が 1 人とは限らないので誤りである。

イ：箱ひげ図の右端は最大値を表す。最大値は 95 回なので正しい。

ウ：箱ひげ図から平均値は読み取れないので誤りである。

エ：15 人の中央値は小さい方から 8 番目の値で、57 回である。したがって 57 回以下の生徒は

少なくとも 8 人いるが、9 番目の値が 60 回以下かどうかは分からない。よって、60 回以下の生徒が少なくとも 9 人いるとはいえない。

オ：第 3 四分位数は 60 回以上 70 回未満である。15 個のデータでは、第 3 四分位数は上位 7 個のデータの中央値であり、60 回以上の生徒は少なくとも 4 人いる。したがって正しい。

答え：イ、オ

第2問

(1)

一次関数 $y = ax + b$ では変化の割合は常に a なので一定である。一方、関数 $y = ax^2$ の変化の割合は x の変域によって異なる。

答え：① ○、② ×

(2)

ア： $y = ax$ と $y = ax + b$ のグラフは、一般には y 軸について対称ではない。したがって、左の「当てはまる」グループのすべてには当てはまらない。

イ： $y = ax$, $y = ax + b$, $y = ax^2$ は、いずれも y 軸と交点をもつので、左の「当てはまる」グループに当てはまる。一方、 $y = \frac{a}{x}$ は y 軸と交点をもたないので、右の「当てはまらない」グループに当てはまる。したがって、図 II の特徴 A として適切である。

ウ： $y = ax + b$ で $x = 1$ のとき、 $y = a + b$ であり、必ず a になるとは限らない。したがって、左の「当てはまる」グループのすべてには当てはまらない。

エ： $a > 0$, $x > 0$ のとき、 $y = ax$, $y = ax + b$, $y = ax^2$ は、 x が増加すると y も増加するので、左の「当てはまる」グループに当てはまる。一方、 $y = \frac{a}{x}$ は x が増加すると y が減少するので、右の「当てはまらない」グループに当てはまる。したがって、図 II の特徴 A として適切である。

答え：イ、エ

第3問

(1)

数列は

$$a, 5, b, a, 5, b, \dots$$

のように、3 個を 1 組として繰り返している。

$$20 = 3 \times 6 + 2$$

なので、20 番目は 1 組の 2 番目に当たる。

答え：5

(2)

1 番目から 7 番目までの和が 18 なので、

$$(a + 5 + b) + (a + 5 + b) + a = 18$$

より、

$$3a + 2b = 8 \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

また、 $50 = 3 \times 16 + 2$ なので、1 番目から 50 番目までには $a + 5 + b$ が 16 組と、その後に $a, 5$ が並ぶ。したがって、

$$16(a + 5 + b) + a + 5 = 121$$

より、

$$17a + 16b = 36 \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。

$\textcircled{1} \times 8 - \textcircled{2}$ より、

$$24a + 16b - (17a + 16b) = 64 - 36$$

なので、 $7a = 28$ 、したがって $a = 4$ である。これを $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$3 \cdot 4 + 2b = 8$$

より、 $b = -2$ となる。

答え： $a = 4$, $b = -2$

第4問

(1)

$\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ において、平行四辺形の向かい合う辺は等しいので、

$$AB = CD, \quad AD = CB$$

である。また、 BD は共通な辺なので、

$$BD = DB$$

である。3組の辺がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$$

となる。(証明終わり)

(2)

次のように作図する。

1. 点 B を中心とし、半径 AB の円をかく。
2. 点 D を中心とし、半径 AD の円をかく。
3. 2つの円の交点のうち、点 A と異なる方を点 C とする。
4. 線分 BC と線分 CD を引く。

このとき $AB = BC$, $AD = CD$, $BD = DB$ なので、 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ であるが、四角形 $ABCD$ は平行四辺形ではない。したがって、作図した四角形は「ことがらの逆」の反例となる。

答え：上の作図の通り

第5問

(1)

20 秒後までは

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

である。 $x = 6$ を代入すると、

$$y = \frac{1}{4} \cdot 6^2 = 9$$

となる。

答え：9 m

(2)

① グラフ上で、同じ x の値に対して和也さんのグラフが電車のグラフより上にある点では、和也さんの方が地点 P より東を走っている。該当する点はイである。

答え：イ

② 和也さんのグラフを $y = ax + b$ とする。和也さんの速さは毎秒 $\frac{10}{3}$ m なので、 $a = \frac{10}{3}$ である。また、10 秒後に電車と同じ地点を走り、電車は

$$y = \frac{1}{4} \cdot 10^2 = 25$$

の地点にいる。したがって、和也さんのグラフは $(10, 25)$ を通るので、

$$25 = \frac{10}{3} \cdot 10 + b$$

より、 $b = -\frac{25}{3}$ である。よって、

$$y = \frac{10}{3}x - \frac{25}{3}$$

となる。

地点 Q を通過したのは $x = 0$ のときで、そのとき $y = -\frac{25}{3}$ である。地点 P は $y = 0$ の地点なので、地点 Q から地点 P までの距離は

$$0 - \left(-\frac{25}{3}\right) = \frac{25}{3}$$

m である。

答え： $\frac{25}{3}$ m

③ 和也さんが地点 P を通過する時刻は、

$$0 = \frac{10}{3}x - \frac{25}{3}$$

より、 $x = \frac{5}{2}$ 秒後である。このとき電車は

$$y = \frac{1}{4} \left(\frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{16}$$

m 進んでいる。和也さんは地点 P、すなわち $y = 0$ にいるので、2 人の間の距離は

$$\frac{25}{16} \text{ m}$$

である。

答え： $\frac{25}{16}$ m

第6問

(1)

円 C の半径より $CO = CD$ なので、 $\triangle COD$ は二等辺三角形である。したがって底角が等しく、

$$\angle EDF = \angle AOD$$

となる。

また、 $\angle EDF$ は弧 EF に対する円周角である。円周角の大きさは、同じ弧に対する中心角の大きさの $\frac{1}{2}$ なので、

$$\angle EDF = \frac{1}{2}\angle EOF$$

となる。以上より、

$$\angle AOD = \frac{1}{2}\angle EOF$$

である。

答え：ア：二等辺、イ： $\angle AOD$ 、ウ：中心

(2)

① $\angle EDF = \theta$ とする。 $\triangle COD$ は二等辺三角形なので、

$$\angle COD = \theta$$

である。また、三角形 COD の外角より、

$$\angle OCF = \angle COD + \angle EDF = 2\theta$$

となる。

$OD = OF$ は円 O の半径なので、 $\triangle ODF$ は二等辺三角形であり、

$$\angle OFC = \angle EDF = \theta$$

である。三角形 CFO の外角より、

$$\angle BOF = \angle OCF + \angle OFC = 3\theta$$

となる。 $\angle BOF = 90^\circ$ なので、

$$3\theta = 90^\circ$$

より、 $\theta = 30^\circ$ である。

答え：30°

② $\angle COD = 30^\circ$ なので、 $\angle OCF = 60^\circ$ である。また、 $\angle CFO = 30^\circ$ 、 $\angle COF = 90^\circ$ である。直角三角形 CFO は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形であり、円 O の半径は 6 cm だから $OF = 6$ cm である。したがって、

$$OC : OF = 1 : \sqrt{3}$$

より、

$$OC = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

となる。

答え： $2\sqrt{3}$ cm

③ 点 D' は点 D と直線 OA に関して対称である。求める部分は、円 C の弧 DD' と弦 DD' ができる弓形から、円 O の弧 DD' と弦 DD' ができる弓形を引いた部分である。

円 C では、

$$\angle DCD' = 120^\circ, \quad CD = CD' = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

なので、扇形 CDD' の面積は

$$(2\sqrt{3})^2 \pi \cdot \frac{120}{360} = 4\pi$$

である。また、

$$\triangle CDD' = \frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2 \sin 120^\circ = 3\sqrt{3}$$

である。したがって、円 C の弓形の面積は

$$4\pi - 3\sqrt{3}$$

となる。

円 O では、

$$\angle DOD' = 60^\circ, \quad OD = OD' = 6 \text{ cm}$$

なので、扇形 ODD' の面積は

$$6^2 \pi \cdot \frac{60}{360} = 6\pi$$

である。また、

$$\triangle ODD' = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$$

である。したがって、円 O の弓形の面積は

$$6\pi - 9\sqrt{3}$$

となる。

求める面積は、

$$(4\pi - 3\sqrt{3}) - (6\pi - 9\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 2\pi$$

である。

答え： $(6\sqrt{3} - 2\pi) \text{ cm}^2$