

2023 年度

北海道

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

問 1

(1) 与式を計算すると

$$9 + 5 = 14$$

答え：14

(2) 与式を計算すると

$$9 \times 6 = 54$$

答え：54

(3) 与式を計算すると

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7}$$

答え： $2\sqrt{7}$

問 2

くじの引き方は全部で 9 通りである。

教室清掃の担当になるのは、偶数のくじを引いたときなので、

$$2, 4, 6, 8$$

の 4 通りである。したがって、求める確率は

$$\frac{4}{9}$$

である。

答え： $\frac{4}{9}$

問 3

一次関数の式を

$$y = ax + b$$

とおく。表より、2 点 $(-1, 6), (2, 3)$ を通るので、

$$6 = -a + b \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$3 = 2a + b \quad \cdots \textcircled{2}$$

①から②を引くと、

$$3 = -3a$$

より、

$$a = -1$$

である。これを①に代入して、

$$6 = -(-1) + b$$

$$b = 5$$

したがって、一次関数の式は

$$y = -x + 5$$

である。表の□は、 $x = 0$ のときの y の値なので、

$$y = -0 + 5 = 5$$

答え：5

問 4

円すいの高さを x cm とする。

底面の半径は 6 cm で、体積が 132π cm³ なので、

$$6 \times 6 \times \pi \times x \times \frac{1}{3} = 132\pi$$

$$12x = 132$$

$$x = 11$$

したがって、円すいの高さは 11 cm である。

答え：11 cm

問 5

$$\begin{aligned}(x - a)(x - b) &= x^2 - bx - ax + ab \\ &= x^2 - (a + b)x + ab\end{aligned}$$

これが

$$x^2 - \square x + 14$$

と等しいので、

$$ab = 14$$

である。

2つの自然数をかけて 14 になる組は、

$$(a, b) = (2, 7), (7, 2), (1, 14), (14, 1)$$

である。

このとき、 $a + b$ は

$$2 + 7 = 9$$

または

$$1 + 14 = 15$$

となる。したがって、□に当てはまる数は 9, 15 である。

答え：9, 15

問 6

$\triangle ABC$ は二等辺三角形で、 $AB = BC$ である。したがって、

$$\angle ACB = \angle CAB = 75^\circ$$

より、

$$\angle ABC = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$$

である。

点 P は、次のように作図すればよい。

1. $\angle ABC$ の二等分線を描く。
2. 線分 BC の垂直二等分線を描く。
3. 2つの直線の交点を P とする。

P は BC の垂直二等分線上にあるので、

$$PB = PC$$

である。したがって、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形であり、

$$\angle PBC = \angle PCB$$

となる。 BP は $\angle ABC$ の二等分線なので、

$$\angle PBC = 15^\circ$$

ゆえに、

$$\angle PCB = 15^\circ$$

となる。

答え： $\angle ABC$ の二等分線と、線分 BC の垂直二等分線を作図する

大問 2

問 1

たとえば、縦横に隣り合う 4 つの数として

$$a = 1, \quad b = 2, \quad c = 2, \quad d = 4$$

を考える。このとき、

$$a + b + c + d = 1 + 2 + 2 + 4 = 9$$

であり、9 は 5 の倍数ではない。

答え：5 の倍数ではない

問 2

表の中で、左上の数 a を、かけられる数 m 、かける数 n の積とする。つまり、

$$a = mn$$

とおく。

縦横に隣り合う 4 つの数は、

$$a = mn,$$

$$b = m(n + 1),$$

$$c = (m + 1)n,$$

$$d = (m + 1)(n + 1)$$

と表すことができる。

したがって、4 つの数の和は

$$\begin{aligned} & a + b + c + d \\ &= mn + m(n + 1) + (m + 1)n + (m + 1)(n + 1) \\ &= mn + mn + m + mn + n + mn + m + n + 1 \\ &= 4mn + 2m + 2n + 1 \\ &= (2m + 1)(2n + 1) \end{aligned}$$

である。

ここで、

$$2m + 1 = m + (m + 1), \quad 2n + 1 = n + (n + 1)$$

である。したがって、縦横に隣り合う 4 つの数の和は、

$$(\text{かけられる数の和}) \times (\text{かける数の和})$$

に等しい。

問 3

6 つの数が、かけられる数 $x, x+1$ 、かける数 $y, y+1, y+2$ に対応しているとする。

かけられる数の和は

$$x + (x+1) = 2x+1$$

である。

かける数の和は

$$y + (y+1) + (y+2) = 3y+3 = 3(y+1)$$

である。

6 つの数の和は、

$$(\text{かけられる数の和}) \times (\text{かける数の和})$$

に等しいので、

$$(2x+1) \cdot 3(y+1) = 162$$

両辺を 3 で割って、

$$(2x+1)(y+1) = 54$$

となる。

九九の表であることから、右端のかける数は 9 以下であり、下端のかけられる数も 9 以下である。つまり、

$$x+1 \leq 9, \quad y+2 \leq 9$$

である。

54 を九九の積で表すと、

$$54 = 6 \times 9 = 9 \times 6$$

である。

$2x+1=6, y+1=9$ とすると、 $x=\frac{5}{2}$ となり、自然数にならないので不適である。

$2x+1=9, y+1=6$ とすると、

$$x=4, \quad y=5$$

となり、条件に適する。したがって、

$$x=4, \quad y=5$$

である。

答え： $x=4,$

$y=5$

大問 3

問 1

点 A は $y = 2x^2$ 上にあり、 $y = 8$ であるから、

$$8 = 2x^2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

点 A の x 座標は正なので、 $x = 2$ である。

点 B は点 A と y 軸について対称なので、点 B の x 座標は -2 である。

したがって、点 A と点 B の距離は

$$2 - (-2) = 4$$

である。

答え：4

問 2

$y = ax^2$ において、 x が p から q まで変化するときの変化の割合は、

$$a(p + q)$$

で表すことができる。

したがって、 x が 1 から 3 まで変化するときの変化の割合は、

$$a(1 + 3) = 4a$$

である。

一方、一次関数 $y = x + 2$ の変化の割合は、傾きに等しいので 1 である。

よって、

$$4a = 1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

である。

答え： $\frac{1}{4}$

問 3

- (1) 点 P は線分 AB 上にあるため、 y 座標は 3 である。よって、

$$P(t, 3)$$

と表せる。

直線 PQ は原点を通るので、

$$y = kx$$

とおく。点 $P(t, 3)$ を通るから、

$$3 = kt$$

$$k = \frac{3}{t}$$

したがって、直線 PQ は

$$y = \frac{3}{t}x$$

である。

点 C は $y = -3x^2$ 上にあり、 $x = 1$ なので、

$$y = -3$$

より、

$$C(1, -3)$$

である。

点 Q は線分 CD 上にあるので、 y 座標は -3 である。また、点 Q は直線 $y = \frac{3}{t}x$ 上にあるので、

$$-3 = \frac{3}{t}x$$

$$x = -t$$

したがって、

$$Q(-t, -3)$$

である。

答え： $Q(-t, -3)$

- (2) 台形 $PQCA$ の面積を求める。

上底を AP 、下底を CQ とすると、

$$AP = 3 - t, \quad CQ = 1 - (-t) = 1 + t$$

である。また、高さは

$$3 - (-3) = 6$$

である。よって、

$$\begin{aligned} & \frac{(3 - t) + (1 + t)}{2} \times 6 \\ &= \frac{4 \times 6}{2} = 12 \end{aligned}$$

である。

次に、台形 $ABCD$ の面積を求める。

$$AB = 6, \quad CD = 2, \quad \text{高さ} = 6$$

であるから、

$$\frac{(6 + 2) \times 6}{2} = 24$$

である。

したがって、

$$(\text{台形 } PQCA \text{ の面積}) = \frac{1}{2} (\text{台形 } ABCD \text{ の面積})$$

となる。よって、直線 PQ は台形 $ABCD$ の面積を 2 等分する。

大問 4

問 1

線分 AD は $\angle BAC$ を二等分するので、

$$\angle DAC = 35^\circ$$

である。

$\triangle ADC$ について、 $AD = CD$ より二等辺三角形である。したがって、底角が等しいから、

$$\angle ACD = 35^\circ$$

ゆえに、

$$\angle ADC = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$$

である。

答え：110°

問 2

- (1) $\triangle ABD$ と $\triangle CED$ において、
 $\widehat{AC}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle ABD = \angle CED \quad \dots \textcircled{1}$$

また、対頂角は等しいので、

$$\angle ADB = \angle CDE \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABD \sim \triangle CED$$

である。

- (2) $\triangle ABE$ と $\triangle ADC$ において、
仮定より、

$$AB = AD \quad \dots \textcircled{1}$$

$\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいので、

$$\angle BEA = \angle DCA \quad \dots \textcircled{2}$$

また、仮定より、

$$\angle BAE = \angle DAC \quad \dots \textcircled{3}$$

である。

三角形の内角の和より、

$$\angle ABE = 180^\circ - (\angle BEA + \angle BAE) \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\angle ADC = 180^\circ - (\angle DCA + \angle DAC) \quad \dots \textcircled{5}$$

②、③、④、⑤より、

$$\angle ABE = \angle ADC \quad \dots \textcircled{6}$$

①、②、⑥より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADC$$

である。

大問 5

問 1

25 °C以上の日数を比べる。

1972 年は、

$$26 + 8 + 4 + 1 = 39$$

より、39 日である。

2021 年は、

$$10 + 15 + 12 + 6 = 43$$

より、43 日である。

したがって、A 市の夏日の日数は、1972 年と 2021 年では

$$43 - 39 = 4$$

日しか変わらない。

答え：㊦ 39 日、㊩ 43 日、㊵ 4 日

問 2

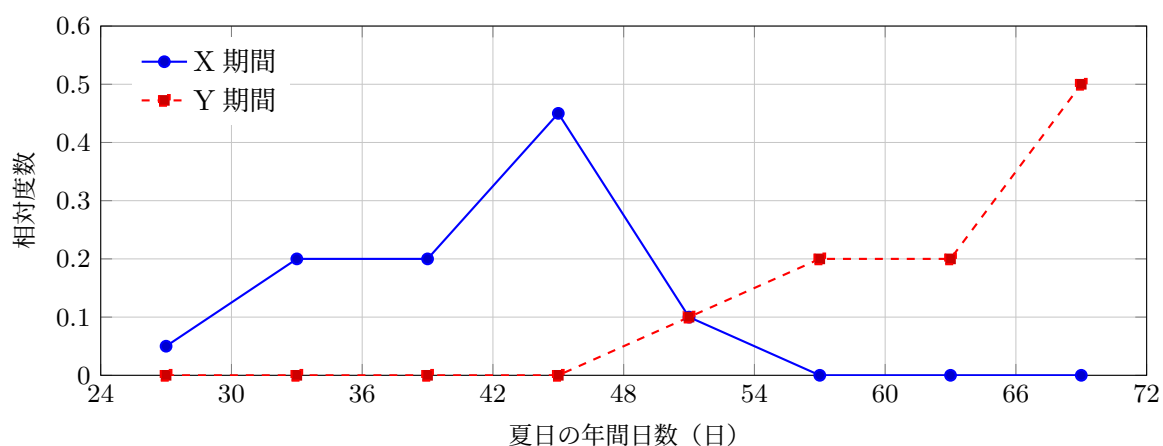
(1) Y 期間の相対度数は、度数を合計 10 年で割ればよい。

したがって、各階級の相対度数は、上から順に

$$0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.10, 0.20, 0.20, 0.50$$

である。

これを、X 期間の相対度数と合わせて度数折れ線で表すと、次のようになる。



横軸は各階級の中央の値をとっている。例えば、24 日以上 30 日未満の階級は 27 日の位置に点を打つ。

答え：上から順に 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.10, 0.20, 0.20, 0.50

(2) 度数で比較するには、X 期間と Y 期間のそれぞれの合計が同じでないと比較しにくい。

X 期間と Y 期間では度数の合計が異なるので、度数ではなく相対度数で比較している。

答え：X 期間と Y 期間では度数の合計が異なるから

(3) 2つの度数折れ線は同じような形をしており、X 期間の方が Y 期間より左側にある。

したがって、X 期間は Y 期間より、夏日の年間日数が少ない傾向にある。つまり、50 年くらい前は、今と比べて涼しかったといえる。

答え：50 年くらい前は、今と比べて涼しかったといえる