

2023年度 山形県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

大問 1

1 (1)

$$1 - (-3) = 1 + 3 = 4$$

答え：4

1 (2)

$$\frac{3}{5} \times \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{3}{30} = -\frac{1}{10}$$

答え： $-\frac{1}{10}$

1 (3)

$$\frac{-12ab \cdot 9a^2}{6a^2b} = \frac{-108a^3b}{6a^2b} = -18a$$

答え： $-18a$

1 (4)

同類項をまとめると、

$$7 + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 6 - 2\sqrt{7} = 1 - \sqrt{7}$$

答え： $1 - \sqrt{7}$

2

式を整理すると、

$$\begin{aligned}x^2 - 5x - 14 &= -9x - 13 \\x^2 + 4x - 1 &= 0\end{aligned}$$

となる。解の公式より、

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} \\&= -2 \pm \sqrt{5}\end{aligned}$$

答え： $x = -2 \pm \sqrt{5}$

3

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

であるから、 $x = 23$, $y = 18$ を代入すると、

$$(23 - 18)^2 = 5^2 = 25$$

答え：25

4

箱ひげ図から、山形市の中央値は約 $19\sim 20^{\circ}\text{C}$ 、酒田市の中央値は約 $16\sim 17^{\circ}\text{C}$ であり、①は正しい。

四分位範囲が最も大きいのは山形市であるため、②は誤りである。

また、酒田市の 21°C 以上の部分は箱ひげ図の「ひげ」に当たり、具体的な日数までは読み取れないため、③も誤りである。

答え：エ

5

問題の立体を正面から見ると、選択肢イの立面図にはならない。

答え：イ

大問2

1 (1)

正方形 $ABCD$ より、点 A と点 B の y 座標は等しい。問題図から

$$A(3, 2)$$

である。点 A は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上にあるので、

$$2 = \frac{a}{3}$$

したがって、

$$a = 6$$

答え：6

1 (2)

直線 $y = bx$ が正方形 $ABCD$ の辺上の点を通るには、傾きが点 B を通る直線の傾き以上、点 D を通る直線の傾き以下であればよい。

$D(3, 6)$ を通るとき、

$$6 = 3b \Rightarrow b = 2$$

$B(7, 2)$ を通るとき、

$$2 = 7b \Rightarrow b = \frac{2}{7}$$

したがって、

$$\frac{2}{7} \leq b \leq 2$$

である。

答え： $\frac{2}{7} \leq b \leq 2$

2

純さんの場合、玉の取り出し方は全部で

$$3 \times 3 = 9 \text{通り}$$

である。2 個とも白玉となるのは

$$2 \times 1 = 2 \text{通り}$$

なので、その確率は

$$\frac{2}{9}$$

である。

友子さんの場合、玉の取り出し方は全部で

$$2 \times 4 = 8 \text{通り}$$

である。2 個とも白玉となるのは

$$1 \times 2 = 2 \text{通り}$$

なので、その確率は

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

である。

$$\frac{2}{9} < \frac{1}{4}$$

より、友子さんの方が確率が高い。

答え：イ

3 (1)

方程式の場合

商品 A を x 箱作ったとする。商品 C は 10 箱で、商品 A、B、C を合わせて 40 箱作るので、商品 B は

$$40 - x - 10$$

箱である。

表より、ドーナツの使用個数は

$$8x + 0 \cdot (40 - x - 10) + 12 \cdot 10 = 8x + 120$$

クッキーの使用個数は

$$0 \cdot x + 12(40 - x - 10) + 15 \cdot 10$$

である。

ドーナツの方がクッキーより 50 個少ないので、

$$8x + 120 = 12(40 - x - 10) + 15 \cdot 10 - 50$$

となる。

答え： $8x + 120 = 12(40 - x - 10) + 150 - 50$

連立方程式の場合

商品 A を x 箱、商品 B を y 箱作ったとする。商品 C は 10 箱で、全部で 40 箱作るので、

$$x + y + 10 = 40$$

となる。

また、ドーナツの使用個数は

$$8x + 12 \cdot 10$$

クッキーの使用個数は

$$12y + 15 \cdot 10$$

である。ドーナツの方がクッキーより 50 個少ないので、

$$8x + 12 \cdot 10 = 12y + 15 \cdot 10 - 50$$

となる。したがって、

$$\begin{cases} x + y + 10 = 40 \\ 8x + 120 = 12y + 150 - 50 \end{cases}$$

である。

答え：
$$\begin{cases} x + y + 10 = 40 \\ 8x + 120 = 12y + 100 \end{cases}$$

3 (2)

上の方程式を解くと、

$$\begin{aligned}8x + 120 &= 480 - 12x - 120 + 150 - 50 \\20x &= 340 \\x &= 17\end{aligned}$$

したがって、ドーナツの個数は

$$8 \times 17 + 12 \times 10 = 136 + 120 = 256$$

答え：256 個

4

$\angle BCD$ の二等分線を作図する。次に、点 A を中心として、 AB または AD を半径とする円を作図する。この円と角の二等分線との交点が点 P である。

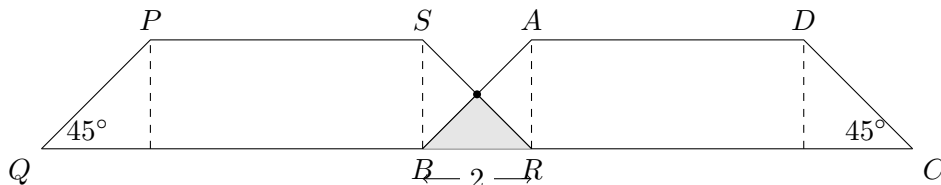
答え：上の作図の通り

大問 3

1 (1)

$x = 2$ のとき、四角形 $PQRS$ は右へ 2 cm 移動している。問題図の条件より、重なっている部分は、底辺 $BR = 2$ cm、高さ 1 cm の三角形となる。

このときの位置関係は次の通りである。



したがって、

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

である。

答え：1

1 (2)

表 2 の各区間について、 x と y の関係を求める。

$0 \leq x \leq 4$ のとき

AB と SR の交点を O とする。 $SA \parallel BR$ より、

$$\angle OAS = \angle OBR, \quad \angle OSA = \angle ORB$$

であるから、

$$\triangle OAS \sim \triangle OBR$$

である。

相似比は

$$SA : BR = (4 - x) : x$$

であり、2つの三角形の高さの和は 2 cm である。したがって、 $\triangle OBR$ の高さは

$$2 \cdot \frac{x}{(4 - x) + x} = \frac{x}{2}$$

となる。

よって、重なっている部分の面積は

$$y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{1}{4}x^2$$

である。したがって、

$$\text{ア} = \frac{1}{4}x^2$$

となる。

$4 \leq x \leq 9$ のとき

重なっている部分は台形となる。上底は $x - 4$ cm、下底は x cm、高さは 2 cm なので、

$$y = \frac{(x - 4) + x}{2} \cdot 2 = 2x - 4$$

である。

2つの台形が完全に重なるのは、図1の位置から4 cm 進んで点 A と点 S が重なり、さらに上底 $AD = 5$ cm だけ進んだときである。したがって、

$$4 + 5 = 9$$

より、

$$イ = 9$$

となる。

$9 \leq x \leq 14$ のとき

重なっている部分は台形となる。 $x = 9$ の位置からさらに $x - 9$ cm 進んでいるため、上底は

$$5 - (x - 9) = 14 - x$$

cm である。下底は上底より 4 cm 長いので、

$$18 - x$$

cm である。

したがって、

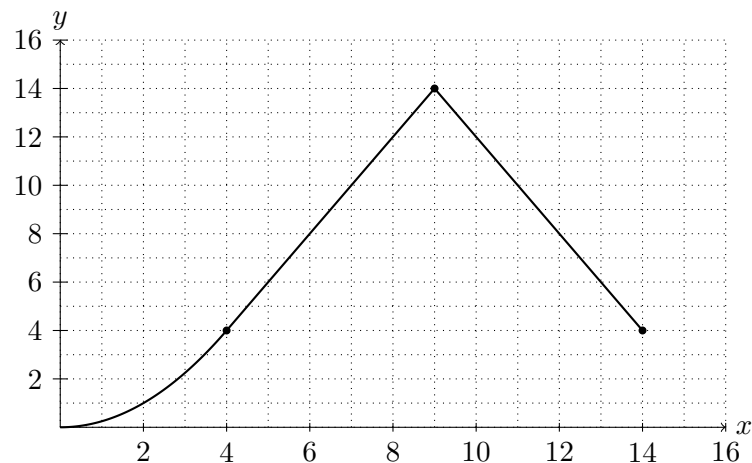
$$y = \frac{(14 - x) + (18 - x)}{2} \cdot 2 = -2x + 32$$

である。よって、

$$ウ = -2x + 32$$

となる。

以上より、グラフは次の通りである。



答え：ア： $\frac{1}{4}x^2$ 、イ：9、ウ： $-2x + 32$ 、グラフは上の通り

2

台形 $ABCD$ の面積は、

$$\frac{AD + BC}{2} \cdot \text{高さ} = \frac{5 + 9}{2} \cdot 2 = 14 \text{ cm}^2$$

である。

重なっている部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、四角形 $ABCD$ のうち重なっていない部分の面積は

$$14 - y$$

である。

「重なっている部分の面積が、重なっていない部分の面積の 2 倍」であるから、

$$y = 2(14 - y)$$

となる。これを解くと、

$$\begin{aligned}y &= 28 - 2y \\3y &= 28 \\y &= \frac{28}{3}\end{aligned}$$

である。

大問 3 の 1 (2) で求めた式は、

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 & (0 \leq x \leq 4) \\ y = 2x - 4 & (4 \leq x \leq 9) \\ y = -2x + 32 & (9 \leq x \leq 14) \end{cases}$$

である。

$y = \frac{28}{3}$ となる x は複数あるが、求めるのは最も小さい x である。 $0 \leq x \leq 4$ では y は 0 から 4 までなので、 $y = \frac{28}{3}$ にはならない。したがって、次の区間 $4 \leq x \leq 9$ の式

$$y = 2x - 4$$

を用いる。

$$\frac{28}{3} = 2x - 4$$

より、

$$\begin{aligned}2x &= \frac{28}{3} + 4 \\&= \frac{40}{3} \\x &= \frac{20}{3}\end{aligned}$$

となる。 $\frac{20}{3}$ は $4 \leq x \leq 9$ を満たすので、これが最も小さい値である。

答え： $\frac{20}{3}$ cm

大問 4

1

$\triangle AGC$ と $\triangle CED$ において、仮定より

$$AC = CD \quad (1)$$

また、 $AC \parallel ED$ より同位角が等しいので、

$$\angle ACG = \angle EDB = 90^\circ$$

したがって、

$$\angle ACG = \angle CDE \quad (2)$$

$\triangle AFC$ は $\angle AFC = 90^\circ$ の直角三角形なので、

$$\angle CAG = 90^\circ - \angle ACF$$

また、

$$\angle DCE = \angle ACG - \angle ACF = 90^\circ - \angle ACF$$

であるから、

$$\angle CAG = \angle DCE \quad (3)$$

(1)、(2)、(3) より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle AGC \equiv \triangle CED$$

である。

2 (1)

大問 4 の 1 より、対応する辺の長さは等しいので、

$$CA = DC = 10 \text{ cm}$$

したがって、

$$BD = BC - DC = 15 - 10 = 5 \text{ cm}$$

$\triangle BDE$ と $\triangle BCA$ において、 $ED \parallel AC$ より、

$$\angle BDE = \angle BCA, \quad \angle BED = \angle BAC$$

よって、

$$\triangle BDE \sim \triangle BCA$$

である。対応する辺の比から、

$$ED : AC = BD : BC = 5 : 15 = 1 : 3$$

したがって、

$$ED = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

答え： $\frac{10}{3}$ cm

2 (2)

$\triangle AFC$ を直線 AC のまわりに 1 回転させる。 F から AC に垂線を下ろし、その足を H とする。このとき、回転によってできる 2 つの円すいの底面の半径はともに FH である。

大問 4 の 1 の結果より、

$$\angle CAF = \angle ECD$$

また、

$$\angle AFC = \angle CDE = 90^\circ$$

なので、

$$\triangle AFC \sim \triangle CDE$$

である。

$\triangle CDE$ で三平方の定理を用いると、

$$EC = \sqrt{10^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10\sqrt{10}}{3}$$

したがって、相似比は

$$EC : AC = \frac{10\sqrt{10}}{3} : 10 = \sqrt{10} : 3$$

である。

$\triangle CDE$ の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{10}{3} = \frac{50}{3} \text{ cm}^2$$

である。相似な三角形の面積比は相似比の 2 乗に等しいから、

$$\triangle CDE : \triangle AFC = (\sqrt{10})^2 : 3^2 = 10 : 9$$

よって、

$$\frac{50}{3} : \triangle AFC = 10 : 9$$

から、

$$\triangle AFC = 15 \text{ cm}^2$$

となる。

$\triangle AFC$ で底辺を AC とすると、高さは FH なので、

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot FH = 15$$

より、

$$FH = 3 \text{ cm}$$

求める立体は、底面の半径が 3 cm、高さがそれぞれ AH , CH である 2 つの円すいを合わせたものである。

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot AH + \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot CH \\ &= 3\pi(AH + CH) \\ &= 3\pi \cdot AC \\ &= 3\pi \cdot 10 \\ &= 30\pi \end{aligned}$$

答え： $30\pi \text{ cm}^3$