

2024年度 秋田県

数学

解答・解説

KmKm の学習支援サイト

1

(1)

$$6 - 10 = -4$$

答え：-4

(2)

$$5x + 10y - 8x + 2y = -3x + 12y$$

答え： $-3x + 12y$

(3)

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

答え： $2 \cdot 3^2 \cdot 5$

(4)

$$\frac{1}{3}x^2y^3 \div 2xy = \frac{x^2y^3}{6xy} = \frac{1}{6}xy^2$$

$x = 3$, $y = -2$ を代入すると,

$$\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 2$$

答え：2

(5)

$$4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = -\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

答え： $-\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

(6)

$$0.8x + 4 = 1.5x - 0.9$$

両辺を 10 倍すると,

$$8x + 40 = 15x - 9$$

$$-7x = -49, \quad x = 7$$

答え: $x = 7$

(7)

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$$

第 1 式を 3 倍して第 2 式と加えると,

$$6x - 3y + 5x + 3y = 21 + 1$$

$$11x = 22, \quad x = 2$$

これを $2x - y = 7$ に代入して,

$$4 - y = 7, \quad y = -3$$

答え: $x = 2, y = -3$

(8)

$$x^2 - 2x = 24$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

答え: $x = -4, 6$

(9)

Q_1 を第 1 四分位数, Q_3 を第 3 四分位数とする。

データを小さい順に並べると,

$$5, 9, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 20$$

となる。中央値は 5 番目の 14 である。下位 4 個と上位 4 個に分けると,

$$Q_1 = \frac{9+9}{2} = 9, \quad Q_3 = \frac{16+17}{2} = 16.5$$

である。

答え： $a = 9$, $b = 16.5$

(10)

$$n^2 - 20n + 91 = (n - 13)(n - 7)$$

これが素数になるには、2つの整数の積が正の素数となる必要がある。

$n - 13 = 1$ のとき $n = 14$ で、

$$(n - 13)(n - 7) = 1 \cdot 7 = 7$$

となる。

また、 $n - 7 = -1$ のとき $n = 6$ で、

$$(n - 13)(n - 7) = (-7)(-1) = 7$$

となる。

他の組合せでは積が負になる。

答え： $n = 6, 14$

(11)

平行線の同位角より、図の対応する角は 68° である。三角形の外角の性質より、

$$x + 25^\circ = 68^\circ$$

$$x = 43^\circ$$

答え： 43°

(12)

$\angle BAD$ は直径 BD に対する円周角だから、

$$\angle BAD = 90^\circ$$

したがって、

$$\angle BAC = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

弧 BC に対する円周角は等しいので、

$$\angle BDC = 62^\circ$$

また、 $\triangle ACD$ で、

$$\angle ADC = 180^\circ - 28^\circ - 53^\circ = 99^\circ$$

よって、

$$\angle ADB = 99^\circ - 62^\circ = 37^\circ$$

したがって,

$$x = 180^\circ - 28^\circ - 37^\circ = 115^\circ$$

答え：115°

(13)

直線 AC と BP の交点を R とする。

$\triangle BCR$ と $\triangle BDP$ において, 正三角形の性質より,

$$\angle BCR = \angle BDP = 60^\circ$$

また, 共通な角より,

$$\angle RBC = \angle PBD$$

したがって, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle BCR \sim \triangle BDP$$

である。よって,

$$BC : BD = CR : DP$$

$$7 : 14 = CR : 4$$

から,

$$CR = 2$$

となる。したがって,

$$AR = AC - CR = 7 - 2 = 5$$

である。

次に, $\triangle ABR$ と $\triangle CQR$ において,

$$\angle QCR = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

だから,

$$\angle BAR = \angle QCR$$

である。また, 対頂角より,

$$\angle BRA = \angle QRC$$

である。したがって, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABR \sim \triangle CQR$$

となる。

対応する辺の比より,

$$AB : CQ = AR : CR$$

$$7 : CQ = 5 : 2$$

だから,

$$5CQ = 14$$

$$CQ = \frac{14}{5}$$

$$\text{答え} : CQ = \frac{14}{5} \text{ cm}$$

(14)

半径は等しいので,

$$OA = OB = 6$$

である。また, $\triangle OBC$ で三平方の定理より,

$$OC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

回転してできる立体は, 半径 6 cm の半球と, 底面の半径 6 cm, 高さ 8 cm の円錐からなる。したがって,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 + \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 144\pi + 96\pi = 240\pi$$

$$\text{答え} : 240\pi \text{ cm}^3$$

(15)

補足: やや難問

AC が最短となるのは, A, P, C が一直線上にあるときである。

O から AB に垂線を下ろし, その足を H とする。 $AB = 6$ だから $AH = 3$ であり,

$$OH = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$$

したがって,

$$[\triangle OAB] = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

である。

また, $AP = PC$ より $AC \perp OB$ である。底辺を $OB = 9$, 高さを AP とみると,

$$\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot AP = 18\sqrt{2}$$

だから,

$$AP = 4\sqrt{2}$$

である。よって, $\triangle ABP$ で,

$$BP = \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = 2$$

したがって,

$$PB : OB = 2 : 9$$

となる。

点 O から平面 ABC に垂線を下ろし, その足を O' とする。 $O'A = O'B = O'C$ であり, $\angle ABC = 90^\circ$ だから, AC は外接円の直径である。よって O' は AC の中点で,

$$O'A = 3\sqrt{2}$$

である。したがって,

$$OO' = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{7}$$

三角錐 $OABC$ の体積は,

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{7} = 18\sqrt{7}$$

である。

三角錐 $OABC$ と三角錐 $PABC$ は底面が共通なので, 体積比は高さの比に等しく,

$$V_{PABC} : V_{OABC} = PB : OB = 2 : 9$$

したがって,

$$V_{PABC} = 18\sqrt{7} \cdot \frac{2}{9} = 4\sqrt{7}$$

答え: $4\sqrt{7} \text{ cm}^3$

(1)

2点シュートを x 本決めたので、3点シュートは

$$10 - x$$

本である。また、得点の合計が 23 点だから、

$$2x + 3y = 23$$

となる。

答え：ア： $10 - x$ 、イ： $2x + 3y = 23$

(2) ①

グラフは

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

である。 $y = 18$ のとき、

$$18 = \frac{1}{2}x^2, \quad x = \pm 6$$

グラフより右端は正なので、

$$a = 6$$

である。また、 y の最小値は 0 だから、

$$b = 0$$

である。

答え： $a = 6$, $b = 0$

(2) ②

点 A は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり、 $x = -4$ だから、

$$A(-4, 8)$$

である。直線 AB の傾きは -1 なので、

$$y = -x + b$$

とおく。点 A を代入すると、

$$8 = 4 + b, \quad b = 4$$

よって、

$$y = -x + 4$$

であり、 $B = (0, 4)$ である。したがって、

$$[\triangle AOB] = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

答え：8

(3) ①

表の「イ」は、20 m 以上 25 m 未満までの累積相対度数である。15 m 以上 20 m 未満までの累積相対度数は 0.60 だから、

$$0.60 \leq \text{イ} \leq 0.70$$

である。

したがって、20 m 以上 25 m 未満の階級の相対度数は、

$$0 \leq \text{イ} - 0.60 \leq 0.10$$

となる。全体は 20 人なので、「ア」に入る度数は

$$20 \times 0, \quad 20 \times 0.05, \quad 20 \times 0.10$$

のいずれかである。よって、

$$\text{ア} = 0, 1, 2$$

となる。

答え：ア：0, 1, 2

(3) ②

「ア」と「ウ」の合計は、

$$20 - (1 + 4 + 7 + 2) = 6$$

である。したがって、「ア」と「ウ」にどのような数が入っても、そのどちらの階級の度数も 7 人をこえることはない。

一方、15 m 以上 20 m 未満の階級の度数は 7 人である。よって、度数が最も多い階級は 15 m 以上 20 m 未満であり、最頻値はその階級値

$$\frac{15 + 20}{2} = 17.5$$

m である。

答え：「ア」と「ウ」の度数の合計は 6 人であり、15 m 以上 20 m 未満の階級の度数 7 人が最も多いから。

(4)

点 B を中心とする円をかき、 BC との交点を E とする。次に、点 E を中心として同じ半径の円をかき、最初の円との交点を F とする。直線 BF と AD の交点が求める点 P である。

$\triangle FBE$ は正三角形だから、

$$\angle FBE = 60^\circ$$

よって、

$$\angle ABF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

となる。

答え：上記の作図による点 P

(1) ①

B車のグラフは原点を通るので $y = ax$ とおく。点 $(1, 4)$ を通るから、

$$4 = a$$

よって、

$$y = 4x$$

である。 $x = 6$ のとき、

$$y = 24$$

となる。

答え：24

(1) ②

答え：エ

(2)

B車は1 km 走るごとに $\frac{1}{4}$ L の燃料を使うので、グラフの傾きは

$$-\frac{1}{4}$$

である。また、400 km 走ったときに燃料が0 L になるから、B車の式を

$$y = -\frac{1}{4}x + b$$

とすると、

$$0 = -\frac{1}{4} \cdot 400 + b$$

より、

$$b = 100$$

となる。したがって、

$$y = -\frac{1}{4}x + 100$$

である。

A車の式

$$y = -\frac{1}{10}x + 70$$

と連立すると,

$$-\frac{1}{10}x + 70 = -\frac{1}{4}x + 100$$

$$\frac{3}{20}x = 30$$

$$x = 200$$

となる。これを A 車の式に代入して,

$$y = -\frac{1}{10} \cdot 200 + 70 = 50$$

だから, 交点 S の座標は

$$(200, 50)$$

である。

また, A 車が 200 km 走ったときに使った燃料は,

$$70 - 50 = 20$$

L である。

答え: ㉑: $-\frac{1}{4}x + 100$ 、㉒: 200、㉓: 50、㉔: 20

(3)

A 車の残量は,

$$y = -\frac{1}{10}x + 70$$

である。 $x = 550$ を代入すると,

$$y = -55 + 70 = 15$$

よって A 車には 15 L 残る。

C 車は 150 km 走るとき 60 L 使用するので, 1 km あたり

$$\frac{60}{150} = \frac{2}{5}$$

L 使用する。したがって,

$$y = -\frac{2}{5}x + 230$$

であり, $x = 550$ を代入すると,

$$y = -220 + 230 = 10$$

よって C 車には 10 L 残る。差は,

$$15 - 10 = 5$$

である。

答え: A 車の方が 5 L 多い

(1) ①

4 枚目の中央の数は,

$$28$$

であり, 5 枚目の中央の数は,

$$37$$

である。

答え : 37

(1) ②

n 枚目の中央の数は, 1 枚目の中央の数 1 に 9 を $n - 1$ 回加えたものなので,

$$1 + 9(n - 1) = 9n - 8$$

となる。周囲の数も 1 ずつずれるので, 図の空欄には

$$9n - 4$$

が入る。

答え : $9n - 4$

(2) ①

さいころの目 a は 1 から 6 までである。この範囲で $a + 3$ が 4 の倍数になるのは,

$$a = 1, 5$$

の 2 通りである。したがって,

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

答え : $\frac{1}{3}$

(2) ②

2 個のさいころの出方は全部で

$$6 \cdot 6 = 36$$

通りである。分数 $\frac{c}{b}$ が整数となるには, c が b の倍数になればよい。

b	c	通り数
1	1, 2, 3, 4, 5, 6	6
2	2, 4, 6	3
3	3, 6	2
4	4	1
5	5	1
6	6	1

したがって、条件に合うのは

$$6 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 14$$

通りである。

$$\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

答え： $\frac{7}{18}$

I (1)

$\triangle FBC$ と $\triangle FDE$ において, $BC \parallel DE$ より錯角が等しいので,

$$\angle FBC = \angle FDE$$

$$\angle FCB = \angle FED$$

したがって, 2 組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle FBC \sim \triangle FDE$$

となる。

I (2) ①

$\triangle AGE$ と $\triangle ABD$ において, $GE \parallel BD$ より,

$$\angle AGE = \angle ABD, \quad \angle AEG = \angle ADB$$

したがって,

$$\triangle AGE \sim \triangle ABD$$

である。対応する辺の比より,

$$AG : AB = AE : AD = 2 : 6 = 1 : 3$$

$AB = 3 \text{ cm}$ だから,

$$AG = 1$$

である。また, $\triangle AGE$ で三平方の定理より,

$$GE = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

答え : $GE = \sqrt{5} \text{ cm}$

I (2) ②

前問の相似より,

$$FB : FD = BC : DE = 6 : 4 = 3 : 2$$

である。

点 F から AD に垂線を下ろし, その足を H とする。また, 点 F から BC に垂線を下ろし, その足を I とする。直角三角形の相似より,

$$FI : FH = 3 : 2$$

である。 $HI = 3 \text{ cm}$ なので,

$$FH = 3 \cdot \frac{2}{3+2} = \frac{6}{5}$$

となる。

したがって,

$$\begin{aligned} [\text{四角形 } GBFD] &= [\triangle ABD] - [\triangle AGE] - [\triangle FDE] \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{6}{5} \\ &= 9 - 1 - \frac{12}{5} \\ &= \frac{28}{5} \end{aligned}$$

答え : $\frac{28}{5} \text{ cm}^2$

II (1)

$\triangle FBC$ と $\triangle FDE$ において, $BC \parallel DE$ より,

$$\angle FBC = \angle FDE, \quad \angle FCB = \angle FED$$

したがって,

$$\triangle FBC \sim \triangle FDE$$

となる。

II (2)

$\triangle ABG$ の内角の和より,

$$\angle AGB = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 120^\circ - \alpha$$

である。 $AD \parallel BC$ より錯角が等しいので, 対応する角も

$$120^\circ - \alpha$$

となる。

また, 四角形 $AGCE$ は, $AE \parallel GC$ かつ $AE = GC$ だから平行四辺形である。したがって $AG \parallel EC$ であり, 同位角の関係から,

$$\angle DEF = 120^\circ - \alpha$$

となる。

答え : $120^\circ - \alpha$

II (3)

補足 : 難問

$AE : ED = 2 : 3$, $BG : GC = 3 : 1$, さらに $AE = GC$ である。比例する長さを整理すると,

$$BG : GC = 6 : 2$$

と表せる。

$\triangle FDE \sim \triangle FBC$ で, 相似比は

$$3 : 8$$

だから, 面積比は

$$9 : 64$$

である。ここで,

$$[\triangle FDE] = 9$$

とおくと,

$$[\triangle FBC] = 64$$

とおける。

同じ高さをもつ三角形の面積比は底辺比に等しいので,

$$[\triangle FDE] : [\triangle CDF] = 3 : 8$$

より,

$$[\triangle CDF] = 24$$

また,

$$[\triangle FDE] : [\triangle BFE] = 3 : 8$$

より,

$$[\triangle BFE] = 24$$

である。したがって,

$$[\triangle EBC] = 24 + 64 = 88$$

となる。

さらに, $\triangle HEA \sim \triangle EBC$ で, 相似比は

$$1 : 4$$

だから, 面積比は

$$1 : 16$$

である。よって,

$$[\triangle HEA] = \frac{88}{16} = \frac{11}{2}$$

となる。また,

$$HE : HB = 1 : 3$$

なので, 同じ高さをもつ三角形の面積比より,

$$[\triangle BHA] = 3 \cdot \frac{11}{2} = \frac{33}{2}$$

である。

以上から、四角形 $ABCD$ の面積は、

$$\frac{11}{2} + \frac{33}{2} + 24 + 24 + 9 + 64 = 143$$

となる。

次に、 $\triangle BIH \sim \triangle BFE$ で、相似比は

$$3 : 4$$

だから、面積比は

$$9 : 16$$

である。よって、

$$[\triangle BIH] = 24 \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{2}$$

したがって、

$$[\text{四角形 } EHIF] = [\triangle BIF] - [\triangle BIH] = 24 - \frac{27}{2} = \frac{21}{2}$$

である。

四角形 $EHIF$ の面積を四角形 $ABCD$ の面積の A 倍とすると、

$$\frac{21}{2} = 143A$$

よって、

$$A = \frac{21}{286}$$

答え： $\frac{21}{286}$ 倍