

2024 年度

群馬県

数学

解答・解説

第1問

(1)

①

$$7 + (-2) = 5$$

答え：5

②

$$\begin{aligned}(3x + 7) - (x - 1) &= 3x + 7 - x + 1 \\ &= 2x + 8\end{aligned}$$

答え： $2x + 8$

③

$$\begin{aligned}(3a^2b - 2ab) \div ab &= 3a^2b \div ab - 2ab \div ab \\ &= 3a - 2\end{aligned}$$

答え： $3a - 2$

(2)

積が -24 、和が -5 となる 2 数は -8 と 3 なので、

$$x^2 - 5x - 24 = (x - 8)(x + 3)$$

となる。

答え： $(x - 8)(x + 3)$

(3)

アについて、 $0.1^2 = 0.01$ であり、 $\sqrt{0.001} = 0.1$ ではないので誤りである。

イについて、

$$(\sqrt{10})^2 = 10$$

なので正しい。

ウについて、3 の平方根は $\sqrt{3}$ と $-\sqrt{3}$ なので誤りである。

エについて、

$$3\sqrt{11} = \sqrt{99}$$

である。 $9^2 = 81$ 、 $10^2 = 100$ で、 $81 < 99 < 100$ だから、

$$9 < \sqrt{99} < 10$$

となる。したがって、 $3\sqrt{11}$ は 10 より小さいので正しい。

答え：イ、エ

(4)

底面の円周の長さは

$$2 \times 5 \times \pi = 10\pi \text{ cm}$$

である。したがって、円柱の側面積は

$$10\pi \times 6 = 60\pi \text{ cm}^2$$

となる。

上下 2 つの底面積を加えると、表面積は

$$\begin{aligned} 5^2\pi + 60\pi + 5^2\pi &= 25\pi + 60\pi + 25\pi \\ &= 110\pi \end{aligned}$$

となる。

答え： $110\pi \text{ cm}^2$

(5)

解の公式より、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

である。

答え： $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$

(6)

$CA = CB$ なので、三角形 ABC は二等辺三角形である。したがって、

$$\angle CAB = \angle ABC = 64^\circ$$

である。三角形の内角の和より、

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 180^\circ - (64^\circ + 64^\circ) \\ &= 52^\circ\end{aligned}$$

となる。

答え： 52°

(7)

三平方の定理より、

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{AB^2 - BC^2} \\ &= \sqrt{41^2 - 40^2} \\ &= \sqrt{1681 - 1600} \\ &= \sqrt{81} = 9\end{aligned}$$

となる。

答え：9 cm

(8)

2つのさいころの目の出方は、

$$6 \times 6 = 36 \text{通り}$$

であり、どれも同様に確からしい。

大きいさいころの目を p 、小さいさいころの目を q とする。 X が 5 の倍数となる場合を数える。

p	条件	q
1	$p + q = 5$	4
2	$p + q = 5$	3
3	$p + q = 5$	2
4	pq が 5 の倍数	5
5	pq が 5 の倍数	1, 2, 3, 4, 5, 6
6	pq が 5 の倍数	5

したがって、条件を満たすのは

$$1 + 1 + 1 + 1 + 6 + 1 = 11 \text{通り}$$

である。

$$\text{答え} : \frac{11}{36}$$

(9)

y は x^2 に比例するので、 $y = ax^2$ とおく。 $x = 10$ のとき $y = 10$ だから、

$$10 = a \times 10^2$$

より、

$$a = \frac{1}{10}$$

である。したがって、 $x = 30$ のとき、

$$y = \frac{1}{10} \times 30^2 = 90$$

となる。

答え：90 m

第2問

(1)

てんびんでは、低くなっている右の皿の方が重い。左の皿の重さは a g、右の皿の重さは $(2b+50)$ g なので、

$$a < 2b + 50$$

となる。

答え： $a < 2b + 50$

(2)

丸型の積み木 1 個の重さを x g、星型の積み木 1 個の重さを y g とする。てんびんがつり合っていることから、

$$\begin{cases} 3x = 2y & \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 4 \times 20 = 3y & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

となる。

① $\times 3 -$ ② $\times 2$ より、

$$9x - (4x + 160) = 0$$

$$5x = 160$$

$$x = 32$$

である。これを ① に代入すると、

$$3 \times 32 = 2y$$

より、 $y = 48$ となる。

答え：丸型：32 g、星型：48 g

第3問

(1)

三角形 PAB と三角形 QAB について、共通する辺 AB を底辺と考える。直線 $\ell \parallel$ 直線 AB より、点 P と点 Q から直線 AB までの高さが等しいので、2つの三角形の面積は等しい。したがって、

$$\triangle PAB = \triangle QAB \quad \dots \textcircled{1}$$

である。

また、

$$\triangle PAR = \triangle PAB - \triangle RAB \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\triangle QBR = \triangle QAB - \triangle RAB \quad \dots \textcircled{3}$$

である。①、②、③ より、

$$\triangle PAR = \triangle QBR$$

となる。(証明終わり)

答え： $X:AB$ 、 Y :高さが等しい

(2)

① まず、線分 AB の垂直二等分線を作図し、直線 l との交点を P とする。これにより $PA = PB$ となる。

次に、点 P を中心として、半径 PA の円をかく。この円と直線 l との交点をすべて C とする。このとき、直線 l 上に条件を満たす点 C が 2 つできる。

② 点 P を中心とする同じ円の周上に、点 A 、点 B 、点 C がある。弧 AB に対して、 $\angle APB$ は中心角、 $\angle ACB$ は円周角である。円周角の定理より、円周角の大きさは同じ弧に対する中心角の大きさの半分なので、

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle APB$$

となる。

答え：上記の作図と説明

第4問

(1)

箱ひげ図から、小松市の第1四分位数、宮崎市の最大値、桐生市の第3四分位数の順に値が大きくなる。

答え：イ、ウ、ア

(2)

箱ひげ図より、桐生市の最小値は30℃付近、最大値は39℃付近である。また、中央値は36℃台で、第1四分位数は35℃付近、第3四分位数は37℃付近である。これらの特徴に合うヒストグラムはイである。

答え：イ

(3)

アについて、範囲は「最大値－最小値」である。箱ひげ図から、桐生市の範囲が最も大きいので正しい。

イについて、箱の位置が右側にあることは四分位範囲が大きいことを意味しない。四分位範囲は「第3四分位数－第1四分位数」であり、最も大きいのは小松市なので誤りである。

ウについて、箱ひげ図のひげからは、その範囲に含まれる具体的なデータの個数までは分からないので誤りである。

エについて、桐生市の中央値は宮崎市の最大値より大きい。データは31日分なので、桐生市では中央値以上の値をもつ日が少なくとも16日ある。したがって、桐生市の最高気温が宮崎市の最高気温より高い日が16日以上あるといえるので正しい。

答え：ア、エ

第5問

(1)

① $AP = 1500$ m なので、 $OA = 3000$ m より、

$$OP = 3000 - 1500 = 1500 \text{ m}$$

である。同様に、 $OQ = OR = 1500$ m であるから、 P, Q, R はそれぞれ OA, OB, OC の中点である。

三角形 OAB と三角形 OBC で中点連結定理を用いると、

$$PQ = \frac{1}{2}AB = 2000 \text{ m}, \quad QR = \frac{1}{2}BC = 2000 \text{ m}$$

となる。したがって、歩く距離の合計は

$$1500 + 2000 + 2000 + 1500 = 7000$$

である。

答え：7000 m

② $AP = x$ m なので、

$$OP = 3000 - x$$

である。三角形 OAB と三角形 OPQ において、 $PQ \parallel AB$ だから、2組の角がそれぞれ等しく、

$$\triangle OAB \sim \triangle OPQ$$

である。対応する辺の比より、

$$3000 : (3000 - x) = 4000 : PQ$$

なので、

$$PQ = 4000 - \frac{4}{3}x$$

となる。同様に、

$$QR = 4000 - \frac{4}{3}x$$

である。また、 $RC = x$ なので、

$$\begin{aligned} y &= AP + PQ + QR + RC \\ &= x + \left(4000 - \frac{4}{3}x\right) + \left(4000 - \frac{4}{3}x\right) + x \\ &= 8000 - \frac{2}{3}x \end{aligned}$$

となる。

答え： $y = 8000 - \frac{2}{3}x$

③ $A \rightarrow B \rightarrow C$ の経路の長さは

$$4000 + 4000 = 8000 \text{ m}$$

である。その 90 % は 7200 m なので、

$$8000 - \frac{2}{3}x = 7200$$

を解くと、

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}x &= 800 \\ x &= 1200\end{aligned}$$

となる。

答え：1200 m

(2)

$A \rightarrow B \rightarrow C$ の経路を歩く速さを分速 a m とする。

$A \rightarrow P$ の速さは $0.6a$ 、 $P \rightarrow Q \rightarrow R$ の速さは a 、 $R \rightarrow C$ の速さは $1.5a$ である。したがって、 $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow C$ の移動時間は、

$$\begin{aligned} & \frac{x}{0.6a} + \frac{(4000 - \frac{4}{3}x) + (4000 - \frac{4}{3}x)}{a} + \frac{x}{1.5a} \\ &= \frac{5x}{3a} + \frac{8000 - \frac{8}{3}x}{a} + \frac{2x}{3a} \\ &= \frac{24000 - x}{3a} \end{aligned}$$

である。

一方、 $A \rightarrow B \rightarrow C$ の移動時間は

$$\frac{8000}{a}$$

である。前者が後者の 90 % となるので、

$$\frac{24000 - x}{3a} = 0.9 \times \frac{8000}{a}$$

となる。両辺に $3a$ をかけると、

$$24000 - x = 21600$$

より、

$$x = 2400$$

である。

答え：2400 m